

УДК 532.517.3; 544.773

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКОГО И ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЙ ПУАЗЕЙЛЯ НАНОЖИДКОСТЕЙ

В. Я. Рудяк, Е. Г. Борд

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет,
630008 Новосибирск, Россия
E-mails: valery.rudyak@mail.ru, ngasu2005@ngs.ru

Изучена устойчивость плоского и цилиндрического течений Пуазейля наножидкостей относительно малых возмущений. Рассмотрены наножидкости на основе этиленгликоля с частицами диоксида кремния. Объемная доля наночастиц изменялась в диапазоне от 0 до 10 %, их размер — от 10 до 210 нм. Построены кривые нейтральной устойчивости, найдены наиболее неустойчивые моды возмущений. Показано, что наножидкости менее устойчивы, чем базовые жидкости, наличие частиц приводит к дополнительной дестабилизации течения, степень которой тем больше, чем выше объемная доля наночастиц и чем меньше их размер. При этом существенно уменьшаются критические числа Рейнольдса и меняется спектр неустойчивых возмущений, в частности, даже при объемной доле частиц, равной 5 %, длина волны наиболее неустойчивого возмущения наножидкости с частицами размером около 20 нм уменьшается почти в четыре раза.

Ключевые слова: наножидкость, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход, течения Пуазейля.

DOI: 10.15372/PMTF20170607

Наножидкости — это двухфазные среды, состоящие из несущего флюида (жидкости или газа) и наночастиц, т. е. частиц с характерными размерами от 1 до 100 нм. Типичными несущими жидкостями являются вода, органические жидкости (этиленгликоль, масло, биологические жидкости и т. п.), полимерные растворы. В качестве твердых наночастиц используются частицы химически устойчивых металлов и их окислы, полимерные частицы и т. д. Наножидкости используются или могут быть использованы в различных химических процессах включая катализ, для охлаждения различных устройств, в био-, МЭМС- и нанотехнологиях, при создании новых систем транспортировки и производства тепловой энергии, новых лекарственных и косметических препаратов, систем распознавания загрязнений различного типа и очистки воздуха и воды, новых смазочных материалов, лаков и красок, для доставки лекарственных препаратов, наносенсоров и наноактюаторов и т. д.

Размер наночастиц является важным параметром, определяющим свойства наножидкостей. Наименьшие наночастицы близки по размерам к обычным неорганическим молекулам, а наибольшие — к броуновским частицам, т. е. к макроскопическим объектам. Таким образом, наночастицы — это фактически мезообъекты. Малые размеры наночастиц

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 17-01-00040, 17-58-45023).

© Рудяк В. Я., Борд Е. Г., 2017

определяют их необычные физико-химические свойства. Необычными являются и свойства переноса наножидкостей. В настоящее время экспериментально и методом молекулярной динамики установлено, что коэффициенты переноса наножидкостей не описываются классическими соотношениями Эйнштейна, Максвелла и различными их обобщениями. В частности, коэффициенты вязкости и теплопроводности зависят от размера наночастиц и их материала [1–3].

Практически все возможные приложения наножидкостей связаны с их течениями. Принципиальным является вопрос о ламинарно-турбулентном переходе. В работах [4, 5] показано, что в зависимости от режима течения (ламинарного или турбулентного) характеристики теплообмена наножидкостей радикально меняются. В первом случае они зависят только от теплопроводности наножидкости, а во втором — и от ее вязкости.

Специального экспериментального изучения ламинарно-турбулентного перехода до сих пор не проводилось. Авторам настоящей работы известны две работы, в которых данные о переходе получены в результате измерений зависимости коэффициента гидродинамического сопротивления от числа Рейнольдса, причем эти данные весьма противоречивы. Так, в [6] отмечается, что ламинарно-турбулентный переход в течении наножидкости смещается в сторону больших чисел Рейнольдса, т. е. это течение более устойчиво, чем течение базовой жидкости. В то же время в [7] приведено противоположное утверждение.

Теоретические исследования ламинарно-турбулентного перехода в наножидкостях также не проводились. Целью данной работы является теоретическое изучение устойчивости двух имеющих практическое применение течений наножидкостей: плоского и цилиндрического течений Пуазейля. Исследовалось поведение наножидкостей на основе этиленгликоля с частицами диоксида кремния. Размер частиц варьировался в диапазоне от 10 до 210 нм, а их объемная доля — от 0 до 10 %.

1. Постановка задачи. Рассматривается течение наножидкости. В силу малого размера наночастиц ее можно считать однородной и описывать в рамках одножидкостного приближения. Кроме того, жидкость считается несжимаемой, поэтому ее динамика описывается уравнениями Навье — Стокса

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu D), \quad (1)$$

где ρ , \mathbf{u} , p — плотность, скорость и давление жидкости соответственно; D — тензор скоростей деформации:

$$D \equiv D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Входящий в уравнения (1) коэффициент вязкости в этом случае является эффективным. Как и для любых дисперсных жидкостей, он зависит от объемной доли частиц φ . Однако, как отмечалось выше, в случае наножидкостей этот коэффициент является также функцией размера частиц, причем с уменьшением размера частиц он увеличивается [1, 3]. Кроме того, в настоящее время экспериментально доказано, что вязкость наножидкостей существенно превышает вязкость обычных крупнодисперсных жидкостей. Коэффициент вязкости последних в широком диапазоне концентраций частиц достаточно точно описывается формулой Бэтчелора [8]

$$\mu_B = \mu_0 (1 + 2,5\varphi + 6,2\varphi^2), \quad (2)$$

где μ_0 — коэффициент вязкости несущей жидкости. Существуют также другие формулы (см. [2, 3]), однако при небольшой объемной доле они отличаются от формулы вида (2) вторым коэффициентом. В работе [9] с использованием метода молекулярной динамики показано, что коэффициент вязкости наножидкости зависит также от материала наночастиц. В работе [10] этот результат подтвержден экспериментально.

Таким образом, чтобы изучать течение наножидкостей, необходимо уточнить, о каких конкретно жидкостях идет речь. В настоящей работе исследуется гидродинамическая устойчивость течений наножидкости на основе этиленгликоля с наночастицами диоксида кремния. Для таких наножидкостей систематически экспериментально изучена зависимость коэффициента вязкости наножидкости от объемной доли частиц и их размера [11]. На основе полученных данных построена корреляционная зависимость

$$\mu = \mu_B + 13,427\mu_0 e^{-0,013d_p/d}(\varphi + 38,33\varphi^2), \quad (3)$$

которая с погрешностью, не превышающей погрешности эксперимента, аппроксимирует экспериментальные данные. В формуле (3) d_p — размер наночастиц; d — размер молекул несущей жидкости. Размер молекулы этиленгликоля принят равным 0,3 нм.

Плотность среды линейно зависит от объемной доли наночастиц φ : $\rho = (1 - \varphi)\rho_0 + \varphi\rho_p$. Здесь ρ_p — плотность материала частиц; ρ_0 — плотность несущей жидкости. Для любого течения можно ввести характерные линейный масштаб L , скорость U , давление P и время T . Тогда, переходя в уравнениях (1) к безразмерным переменным $x' = x/L$, $u' = u/U$, $t' = t/T = tU/L$, $p' = p/P$, $\mu' = \mu/\mu_0$, $\rho' = \rho/\rho_0$ и опуская штрихи, получаем

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -Eu \nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla D, \quad (4)$$

где $Eu = P/(\rho_0 \rho U^2)$ и $\text{Re} = LU\rho_0\rho/(\mu_0\mu)$ — числа Эйлера и Рейнольдса соответственно.

Решение линейной задачи устойчивости как для плоского, так и для цилиндрического течения строится стандартным образом [12]. Линеаризация проводится по амплитуде малых возмущений. Решение возникающих линеаризованных уравнений представляется в виде разложения по нормальным модам, при этом амплитуда возмущений давления исключается за счет введения функции тока возмущений. Выбирая направление оси x вдоль оси канала, а направление оси y — поперек, в случае плоского течения функцию тока Ψ можно определить следующим образом: $u_x = \partial\Psi/\partial y$, $u_y = -\partial\Psi/\partial x$. Для возмущений течения в цилиндрическом канале, распространяющихся вдоль оси x , $u_r = -\partial\Psi/\partial x$, $u_x = \partial\Psi/\partial r + \Psi/r$ (r — радиальная координата, перпендикулярная оси канала). Подставляя в линеаризованные уравнения решение, представленное в виде нормальных мод: $\Psi = \psi \exp[i\alpha(x - Ct)]$, получаем уравнение относительно амплитуды возмущений. В случае плоского течения Пуазейля между двумя бесконечными пластинами, возникающего в результате перепада давления в направлении оси x и имеющего профиль скорости $U_0(y) = 1 - y^2$, уравнение для амплитуд возмущений принимает вид

$$\psi^{\text{IV}} - 2\alpha^2\psi'' + \alpha^4\psi = i\alpha \text{Re} [(U_0 - C)(\psi'' - \alpha^2\psi) - U_0''\psi]. \quad (5)$$

Здесь безразмерная координата y нормирована на полуширину канала L .

Отличие уравнения (5) от классического уравнения Орра — Зоммерфельда состоит в том, что в задаче устойчивости течения наножидкостей учитываются зависимости числа Рейнольдса, волнового числа возмущений α , фазовой скорости $\text{Re}(C)$ и коэффициента роста возмущений $\omega_i = \text{Im}(\alpha C)$ от концентраций и размеров наночастиц. Следует также осторожно использовать подобие по числу Рейнольдса. Течения с разными числами Рейнольдса в общем случае могут соответствовать течениям разных наножидкостей.

Цилиндрическое течение Пуазейля представляет собой напорное течение в бесконечном цилиндрическом канале, т. е. в канале между двумя соосными трубами цилиндрического сечения. Стационарное напорное течение в направлении оси канала x определяется профилем безразмерной скорости [13]

$$W_0(\eta) = \frac{1 - \eta^2 + \eta_{\text{max}}^2 \ln \eta}{1 - \eta_{\text{max}}^2 + \eta_{\text{max}}^2 \ln \eta_{\text{max}}},$$

где $\eta = (1 - \theta)r/(2\theta)$; $\eta_{\max}^2 = (\theta^2 - 1)/(2\theta^2 \ln \theta)$; $\theta = R_i/R_o$; R_i, R_o — радиусы внутреннего и внешнего цилиндров соответственно; безразмерная координата r , перпендикулярная оси x , обезразмерена на полуширину канала $(R_o - R_i)/2$. Линейный масштаб в данном случае выбран таким образом, чтобы решения задач устойчивости течений в плоском и цилиндрическом каналах можно было сравнивать непосредственно.

В задаче устойчивости течения в цилиндрическом канале уравнение для амплитуд возмущений имеет вид

$$(L - \alpha_p^2 + i\alpha_p \operatorname{Re}_p (C - U_0))(L - \alpha_p^2)\psi + i\alpha_p \operatorname{Re}_p (U_0'' - U_0'/r)\psi = 0. \quad (6)$$

Здесь $L \equiv d^2/dr^2 + (1/r)d/dr - 1/r^2$. Как и в случае плоского течения, уравнение (6) переходит в уравнение устойчивости течения чистой жидкости, если концентрация наночастиц $\varphi = 0$. Уравнения (5), (6) совместно с условиями для функции тока возмущений на непроницаемых неподвижных границах $\Psi(\pm 1) = \Psi'(\pm 1) = 0$ образуют задачу на собственные значения относительно спектрального параметра C .

Решение задачи устойчивости состоит в определении зависимости волнового числа α от числа Рейнольдса, при которой амплитуда возмущений не изменяется: $\operatorname{Im}(C) = 0$. Множество значений параметров $(\alpha, \operatorname{Re})$, удовлетворяющих этому условию, образуют кривую нейтральной устойчивости. В настоящей работе, как и в большинстве работ, посвященных исследованию гидродинамической устойчивости, решение получено численными методами. Задача решалась с использованием варианта метода Галеркина, разработанного авторами данной работы. Метод основан на построении бездивергентного набора базисных функций, являющихся комбинациями полиномов Чебышева. Ранее этот метод использовался для решения широкого круга задач гидродинамической устойчивости [14–17].

2. Кривые нейтральной устойчивости для плоского течения Пуазейля. Главный вопрос, на который должна ответить гидродинамическая теория устойчивости течений наножидкости, — являются ли они более или менее устойчивыми по сравнению с течениями базовой жидкости. Ответ на этот вопрос можно получить, построив кривые нейтральной устойчивости. В данной работе для плоского течения Пуазейля рассматривалось влияние наличия наночастиц на устойчивость обычно исследуемой первой симметричной неустойчивой моды возмущений. В классической работе С. А. Орзага [18] показано, что для обычной жидкости критическое число Рейнольдса равно 5772. Кривые нейтральной устойчивости базовой жидкости (этиленгликоля) и наножидкостей с частицами SiO_2 размером 17,6 нм представлены на рис. 1, а. Наножидкость оказывается более неустойчивой по сравнению с базовой. Степень дестабилизации увеличивается с увеличением объемной доли наночастиц. В таблице приведены точные критические значения числа Рейнольдса Re_c и соответствующие волновые числа α_c . При $\varphi = 10\%$ критическое число Рейнольдса уменьшается в четыре раза, пропорционально увеличивается значение волнового числа, соответствующее наиболее неустойчивому возмущению.

Характеристики устойчивости существенно меняются также при изменении среднего размера частиц в течении. Зависимость этих характеристик течения от размера наночастиц показана на рис. 1, б. Во всех рассмотренных случаях объемная доля частиц одинакова и равна $\varphi = 5\%$. Видно, что в течениях с одинаковой объемной долей наночастиц степень дестабилизации течения зависит от их размера и увеличивается по мере его уменьшения. Для наножидкостей с частицами различного размера критические значения числа Рейнольдса различаются в несколько раз. Полученные данные свидетельствуют также о монотонном поведении зависимости характеристик устойчивости от объемной доли частиц.

3. Устойчивость цилиндрического течения Пуазейля. Цилиндрическое течение Пуазейля значительно сложнее плоского. Режимы этого течения, в частности ламинарно-турбулентный переход, зависят от соотношения радиусов внутреннего R_i и внешнего R_o

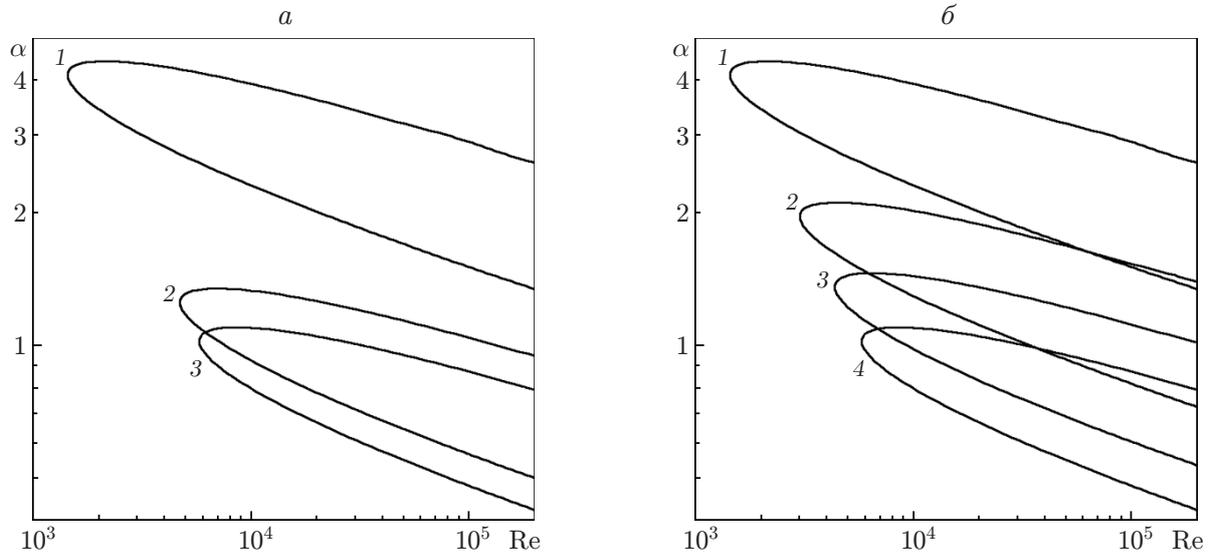


Рис. 1. Кривые нейтральной устойчивости для течения наножидкостей при различных объемной доле (а) и размере (б) частиц:
 а — $d_p = 17,6$ нм (1 — $\varphi = 5\%$, 2 — $\varphi = 1\%$, 3 — $\varphi = 0$), б — 1-3 — $\varphi = 5\%$ (1 — $d_p = 17,6$ нм, 2 — $d_p = 45,0$ нм, 3 — $d_p = 90,0$ нм), 4 — $\varphi = 0$

Критические значения числа Рейнольдса и волнового числа

Номер рисунка	Номер кривой	Re_c	α_c	Номер рисунка	Номер кривой	Re_c	α_c
Рис. 1, а, б	1	1435,32	4,104 24	Рис. 1, б	2	3006,35	1,959 52
Рис. 1, а	2	4711,29	1,250 38	Рис. 1, б	3	4347,06	1,355 10
Рис. 1, а	3	5772,22	1,020 56	Рис. 1, б	4	5772,22	1,020 56
Рис. 2, а	1	3299,57	2,921 81	Рис. 2, б	1	4875,30	1,977 36
Рис. 2, а	2	4231,00	2,278 58	Рис. 2, б	2	5724,03	1,684 25
Рис. 2, а	3	5373,01	1,794 29	Рис. 2, б	3	6646,05	1,450 59
Рис. 2, а	4	6692,85	1,440 45	Рис. 2, б	4	7608,32	1,267 12
Рис. 2, а	5	8087,58	1,192 04	Рис. 2, б	5	8539,98	1,128 89
Рис. 2, а	6	9360,63	1,029 92	Рис. 2, б	6	9360,63	1,029 92
Рис. 3	1	8013,09	3,718 56	Рис. 3	4	16 253,80	1,833 24
Рис. 3	2	10 275,10	2,899 93	Рис. 3	5	19 640,90	1,517 09
Рис. 3	3	13 048,50	2,283 57	Рис. 3	6	22 732,50	1,310 77

цилиндров: $\theta = R_i/R_o$. При $\theta \rightarrow 1$ (в приближении узкого канала) профиль скорости течения между цилиндрами становится близким к профилю скорости плоского течения Пуазейля. В то же время при $\theta \rightarrow 0$ течение приближается к течению в трубе, но с сингулярностью на оси. Ясно, что при варьировании θ устойчивость цилиндрического течения также оказывается различной. Например, течение в трубе устойчиво относительно малых возмущений.

При исследовании течения жидкости в цилиндрическом канале в общем случае могут рассматриваться как возмущения, распространяющиеся вдоль оси течения, так и возмущения с азимутальной составляющей (спиральные возмущения). Известно, что характеристики устойчивости спиральных возмущений существенно отличаются от характеристик устойчивости осевых возмущений [17]. Исследование спиральных возмущений актуально в случае цилиндрических течений, когда один из цилиндров (внутренний или внешний)

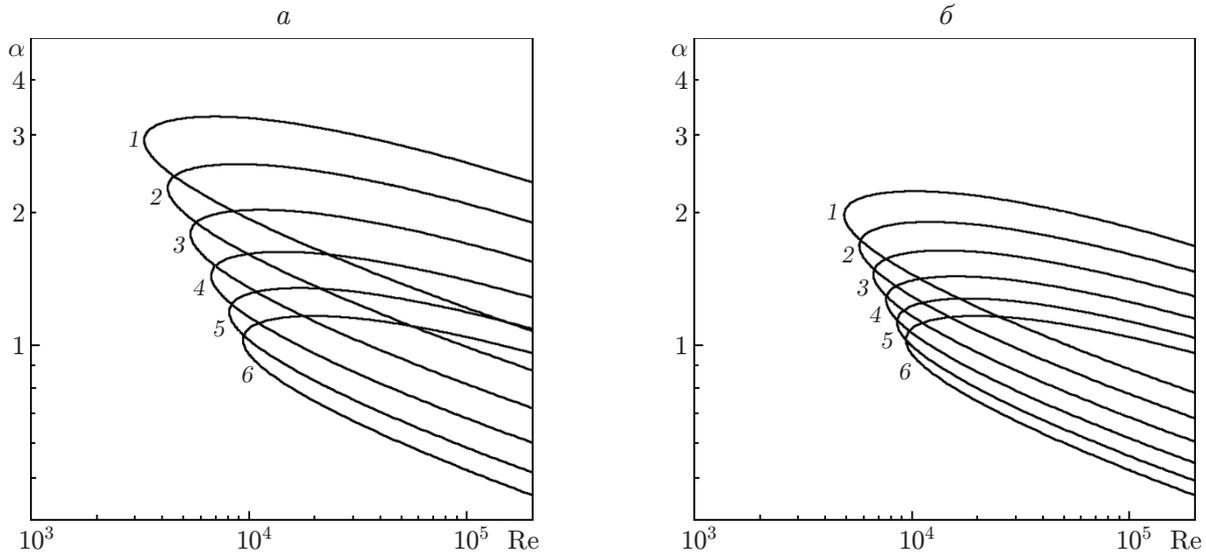


Рис. 2. Кривые нейтральной устойчивости для течения наножидкостей в цилиндрическом канале с отношением радиусов $\theta = 0,5$ при различных размерах частиц:

$a - d_p = 27,9$ нм, $b - d_p = 45,0$ нм; 1 — $\varphi = 5\%$, 2 — $\varphi = 4\%$, 3 — $\varphi = 3\%$, 4 — $\varphi = 2\%$, 5 — $\varphi = 1\%$, 6 — $\varphi = 0$

вращается. Если такое вращение отсутствует, то появление подобных возмущений имеет случайный характер или обусловлено влиянием несимметричности границ (например, при наличии шероховатости). Таким образом, в обычном цилиндрическом течении Пуазейля основную роль в ламинарно-турбулентном переходе играют осевые возмущения. Поэтому в данной работе рассматривалась устойчивость цилиндрического течения Пуазейля относительно таких возмущений.

Ниже приводятся характеристики устойчивости двух цилиндрических течений Пуазейля с отношениями радиусов $\theta = 0,5$ и $\theta = 0,25$. Кривые нейтральной устойчивости для течения наножидкостей в цилиндрическом канале с отношением радиусов $\theta = 0,5$ представлены на рис. 2 (см. также таблицу). Во всех рассмотренных случаях течения наножидкостей более неустойчивы, чем течение базовой жидкости. Как и в случае плоского течения Пуазейля, критическое число Рейнольдса увеличивается с ростом объемной доли наночастиц и уменьшением их размера. Такой характер устойчивости сохраняется и при других значениях θ . Для сравнения на рис. 3 показаны кривые нейтральной устойчивости для цилиндрического течения при $\theta = 0,25$ и среднем размере частиц, равном 27,9 нм. С уменьшением параметра θ течение становится более устойчивым, однако и в этом случае критические числа Рейнольдса для наножидкостей оказываются существенно меньшими.

Важнейшей характеристикой устойчивости течения является значение коэффициента усиления возмущений ω_i . Зависимость коэффициента усиления отдельной неустойчивой моды возмущения от волнового числа α , полученная для течений с частицами различного размера, представлена на рис. 4. Наблюдается подобие зависимостей $\omega_i(\alpha)$ для течений с различными наночастицами. Влияние размера наночастиц проявляется в растяжении кривой зависимости $\omega_i(\alpha)$ вдоль оси волновых чисел по мере уменьшения размера частиц.

Изменение значений волновых чисел, соответствующих максимальным значениям коэффициентов усиления, свидетельствует также о том, что длина волны неустойчивых возмущений зависит от объемной доли частиц. Ясно, что эта зависимость будет меняться и с

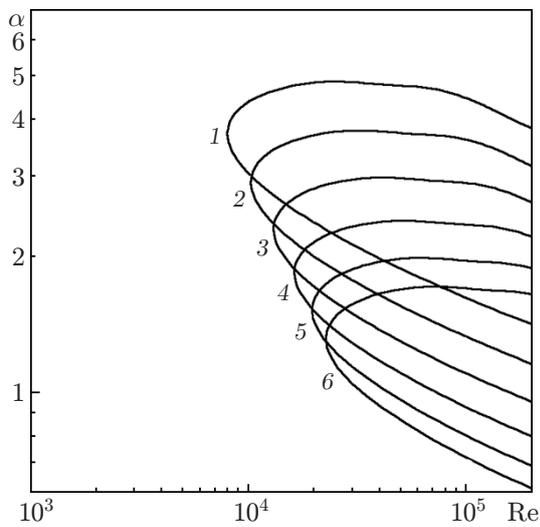


Рис. 3

Рис. 3. Кривые нейтральной устойчивости для течения наножидкостей в цилиндрическом канале с отношением радиусов $\theta = 0,25$ при $d_p = 27,9$ нм (обозначения те же, что на рис. 2)

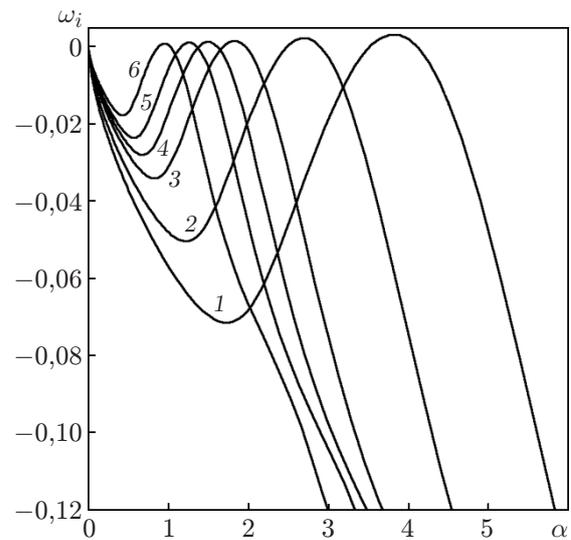


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость коэффициента усиления неустойчивого возмущения от волнового числа для течения в цилиндрическом канале при $\theta = 0,5$:

1–5 — $\varphi = 5\%$ (1 — $d_p = 17,6$ нм, 2 — $d_p = 27,9$ нм, 3 — $d_p = 45,0$ нм, 4 — $d_p = 60,0$ нм, 5 — $d_p = 90,0$ нм), 6 — $\varphi = 0$

ростом размера частиц в наножидкостях. На рис. 5 представлена зависимость безразмерной длины волны неустойчивых возмущений λ от объемной доли наночастиц в цилиндрическом канале с отношением радиусов $\theta = 0,5$. Длина волны нормирована на соответствующую длину волны базовой жидкости. Видно, что с ростом объемной доли наночастиц длина волны наиболее неустойчивого возмущения монотонно уменьшается практически пропорционально размеру частиц.

Зависимость длины волны наиболее неустойчивого возмущения от размера дисперсных частиц представлена на рис. 6. Длина волны нормирована на длину волны наиболее неустойчивого возмущения для наножидкости с частицами размером $d_p = 210$ нм. По определению это не размер наночастицы, а минимальный размер броуновской частицы (именно такой минимальный размер имели частицы в известных экспериментах Ж. Перрена, посвященных изучению броуновского движения). На рис. 6 видно, что длина волны неустойчивых возмущений коррелирует как с объемной долей, так и с размером наночастиц. В частности, она уменьшается с увеличением объемной доли наночастиц, при этом их влияние на характеристики устойчивости увеличивается с уменьшением размера наночастиц. Существует, однако, пороговый размер наночастиц $d_p \approx 180$ нм, при достижении которого дальнейшее увеличение размера наночастиц не приводит к существенному изменению устойчивости. Для течений с наночастицами различного размера степень дестабилизации течения монотонно увеличивается с увеличением объемной доли. Следует отметить, что длина волны наиболее неустойчивого возмущения тем меньше, чем меньше размер дисперсных наночастиц.

Заключение. Основной результат, полученный в данной работе, формулируется просто: наножидкости менее устойчивы, чем базовые жидкости. Это означает, что наличие

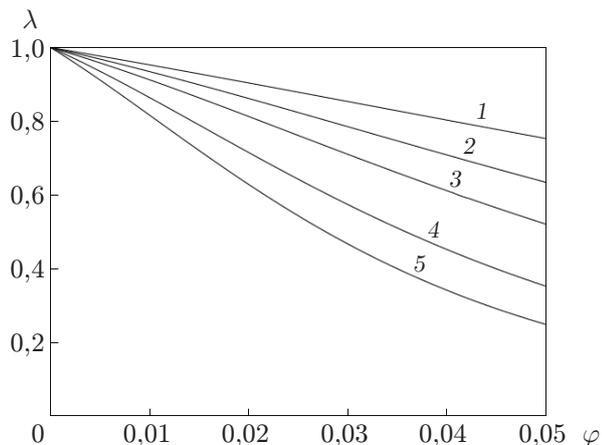


Рис. 5

Рис. 5. Зависимость длины волны неустойчивого возмущения от объемной доли наночастиц:

1 — $d_p = 90,0$ нм, 2 — $d_p = 60,0$ нм, 3 — $d_p = 45,0$ нм, 4 — $d_p = 27,9$ нм, 5 — $d_p = 17,6$ нм

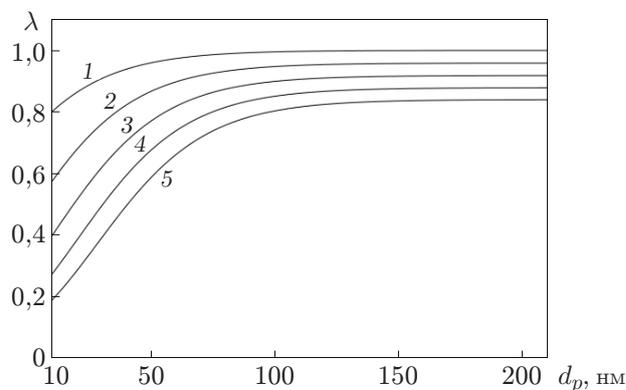


Рис. 6

Рис. 6. Зависимость длины волны неустойчивого возмущения от размера наночастиц:

1 — $\varphi = 1\%$, 2 — $\varphi = 2\%$, 3 — $\varphi = 3\%$, 4 — $\varphi = 4\%$, 5 — $\varphi = 5\%$

частиц приводит к дополнительной дестабилизации течения. Устойчивость обычных дисперсных жидкостей ранее изучалась в простейшей модели (модели Сэффмана) двухжидкостной среды [13, 14, 17]. Установлено, что наличие мелких частиц вызывает дестабилизацию течения, тогда как наличие крупных, наоборот, подавляет появляющиеся возмущения. Однако это явление наблюдалось только для газовзвесей, когда массовая доля частиц оказывалась большой. В наножидкостях массовая доля частиц обычно не столь велика, тем не менее указанное явление также имеет место. Наночастицы являются мезоскопическими объектами. В метрике несущей жидкости они представляют собой материальные точки, поэтому наличие наночастиц любого размера вызывает дестабилизацию течения. Однако следует отметить, что анализ течений, в которых имеет место существенная неоднородность распределения частиц (например, в центрифугах), является более сложным и требует отдельного рассмотрения.

Полученные результаты позволяют сделать первые выводы о характере влияния наличия наночастиц на начальную стадию ламинарно-турбулентного перехода, которая описывается линейной теорией устойчивости. Взаимодействие несущей среды и наночастиц приводит к дестабилизации течения. Механизмы дестабилизации оказываются общими для различных течений. Наблюдается зависимость между длиной волны, имеющей гидродинамический масштаб, и размером наночастиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Timofeeva E. V., Smith D. S., Yu W., et al.** Particle size and interfacial effects on thermophysical and heat transfer characteristics of water-based α -SiC nanofluids // *Nanotechnology*. 2010. V. 21. 215703.
2. **Hosseini S. Sh., Shahrjerdi A., Vazifeshenas Y.** A review of relations for physical properties of nanofluids // *Austral. J. Basic Appl. Sci.* 2011. V. 5, N 10. P. 417–435.

3. **Рудяк В. Я.** Современное состояние исследований вязкости наножидкостей // Вестн. Новосибир. гос. ун-та. Сер. Физика. 2015. Т. 10, вып. 1. С. 5–22.
4. **Гузей Д. В., Минаков А. В., Рудяк В. Я., Дектерев А. А.** Измерение коэффициента теплоотдачи наножидкости на основе оксида меди в цилиндрическом канале // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40, вып. 5. С. 34–42.
5. **Гузей Д. В., Минаков А. В., Рудяк В. Я.** Исследование теплоотдачи наножидкостей в турбулентном режиме течения в цилиндрическом канале // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 2. С. 65–75.
6. **Liu D., Yu L.** Single-phase thermal transport of nanofluids in a minichannel // J. Heat Transfer. 2011. V. 133. 031009.
7. **Zhang J., Diao Y., Zhao Y., Zhang Y.** Thermal-hydraulic performance of SiC-water and Al₂O₃-water nanofluids in the minichannel // J. Heat Transfer. 2015. V. 138, N 2. 021705.
8. **Batchelor G. K.** The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles // J. Fluid Mech. 1977. V. 83, pt 1. P. 97–117.
9. **Rudyak V. Ya., Krasnolutskii S. L.** Dependence of the viscosity of nanofluids on nanoparticle size and material // Phys. Lett. A. 2014. V. 378. P. 1845–1849.
10. **Рудяк В. Я., Минаков А. В., Сметанина М. С., Пряжников М. И.** Экспериментальные данные о зависимости вязкости наножидкостей на основе воды и этиленгликоля от размера и материала частиц // Докл. АН. 2016. Т. 467, № 3. С. 1–3.
11. **Рудяк В. Я., Димов С. В., Кузнецов В. В., Бардаханов С. П.** Измерение коэффициента вязкости наножидкости на основе этиленгликоля с частицами двуокиси кремния // Докл. АН. 2013. Т. 450, № 1. С. 43–46.
12. **Гольдштик М. А.** Гидродинамическая устойчивость и турбулентность / М. А. Гольдштик, В. Н. Штерн. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1977.
13. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987.
14. **Rudyak V., Isakov E., Bord E.** Hydrodynamic stability of the Poiseuille flow of the dispersed fluid // J. Aerosol Sci. 1997. V. 28, N 1. P. 53–66.
15. **Борд Е. Г., Исаков Е. Б., Рудяк В. Я.** Устойчивость ламинарных течений разреженных дисперсных сред // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1997. № 4. С. 32–38.
16. **Козлов В. В., Зверков И. Д., Занин Б. Ю. и др.** Исследование развития возмущений отрывного ламинарного течения на крыле с волнистой поверхностью // Теплофизика и аэромеханика. 2007. Т. 14, № 3. С. 343–351.
17. **Борд Е. Г., Рудяк В. Я.** О режимах устойчивости течения в канале между соосными цилиндрами // Докл. Акад. наук высш. шк. РФ. 2014. № 4. С. 7–20.
18. **Orszag S. A.** Accurate solution of the Orr — Sommerfeld stability equation // J. Fluid Mech. 1971. V. 50, N 4. P. 689–703.
19. **Saffman P. G.** On the stability of laminar flow of a dusty gas // J. Fluid Mech. 1962. V. 13, N 1. P. 120–128.

*Поступила в редакцию 19/II 2016 г.,
в окончательном варианте — 11/X 2016 г.*