

А. П. Алдушин

## ТЕПЛОПРОВОДНОСТНЫЙ И КОНВЕКТИВНЫЙ РЕЖИМЫ ГОРЕНИЯ ПОРИСТЫХ СИСТЕМ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

Фильтрация теплоносителя оказывает эффективное воздействие на распространение фронта горения в пористой среде. Конвективный перенос тепла фильтрующимся потоком в направлении движения зоны реакции приводит к аккумуляции энергии, в результате чего температура во фронте горения может значительно превышать адиабатическую температуру сгорания вещества. Эффект сверхадиабатичности подробно исследовался в рамках однотемпературной модели [1—3], предполагающей высокую интенсивность межфазного теплообмена. В этом приближении фильтрация оказывается регулятором температуры и скорости горения, не меняющим, однако, сам механизм распространения волны реакции, который остается теплопроводностным. Двухтемпературное описание не только устанавливает рамки применимости однотемпературного подхода, но и дает качественно новую информацию, показывая, что наряду с классическим теплопроводностным механизмом в пористых средах может осуществляться принципиально иной конвективный механизм распространения волны реакции. Определение условий реализации различных режимов и их характеристик составляет основной предмет настоящей работы.

### Постановка задачи

Рассматривается стационарное распространение фронта экзотермической реакции в пористой среде, через которую осуществляется вынужденная фильтрация газа или жидкости, обменивающихся теплом с конденсированной фазой, т. е. играющих роль теплоносителя. Предполагается, что теплоноситель не оказывает влияния на скорость химического превращения, т. е. является инертным, либо содержит избыточное количество активного компонента и не лимитирует реакцию. В двухтемпературном приближении задача определения характеристик адиабатической (потери тепла во внешнюю среду пренебрегаем) стационарной волны горения сводится к совместному решению уравнений теплового баланса подвижной и неподвижной фаз, уравнения выгорания горючего компонента пористой среды и уравнения неразрывности теплоносителя. В системе координат, движущейся вместе с фронтом реакции в направлении  $-x$ , эти уравнения имеют вид

$$uc\rho \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{d^2T}{dx^2} - \alpha_0(T - T_1) + Q\rho u \frac{d\eta}{dx}, \quad (1)$$

$$uc_1\rho_1 \frac{dT_1}{dx} = c_1\rho_1 v_1 \frac{dT_1}{dx} - \alpha_0(T_1 - T), \quad (2)$$

$$u \frac{d\eta}{dx} = w(\eta, T), \quad w = k_0 \exp(-E/RT) f(\eta), \quad (3)$$

$$u \frac{d\rho_1}{dx} = \frac{d(\rho_1 v_1)}{dx}. \quad (4)$$

Здесь  $T$ ,  $c$ ,  $\rho$  — температура, теплоемкость и количество к-фазы в единице объема пористой среды;  $T_1$ ,  $c_1$ ,  $\rho_1$  — аналогичные характеристики теплоносителя;  $\lambda$  — теплопроводность пористой среды;  $\alpha_0$  — коэффициент межфазного теплообмена;  $u$  — скорость движения фронта реакции;  $\eta$  — глубина превращения;  $Q$  — тепловой эффект;  $w$  — скорость реакции;

$k_0$  — предэкспонент;  $f$  — кинетическая функция. Величина  $v_1$  характеризует скорость течения теплоносителя. Положительные значения  $v_1$ , которые далее и будут рассматриваться, соответствуют случаю спутной фильтрации (в направлении распространения фронта горения).

Эффективное воздействие теплоносителя осуществляется лишь при значительных плотностях фильтрационного потока, поэтому в уравнении (2) пренебрегается молекулярным потоком тепла по сравнению с конвективным. Величины  $\rho_1$ ,  $v_1$  могут считаться постоянными не только в случае течения жидкости, но и для газа, поскольку уравнение (3) имеет первый интеграл

$$\rho_1(v_1 - u) = \text{const.}$$

Далее величины  $\rho_1$ ,  $v_1$  будут рассматриваться как задаваемые характеристики фильтрационного потока. Граничные условия к уравнениям (1) — (3) отражают инертность среды и тепловое равновесие фаз на больших расстояниях от фронта тепловыделения

$$x = -\infty: \eta = 0, T = T_1 = T_0; \quad x = \infty: \eta = 1, T = T_1 = T_r. \quad (5)$$

Интегрирование (1), (2) по всему пространству приводит к следующему соотношению между температурой горения  $T_r$  и скоростью распространения волны  $u$ :

$$T_r = T_0 + qu/(u - v), \quad (6)$$

$$v = \varepsilon(v_1 - u), \quad \varepsilon = c_1\rho_1/c\rho, \quad q = Q/c.$$

При скоростях фильтрации  $v_1 > u$  величина  $T_r$  превосходит адиабатическую температуру сгорания вещества  $T_r^0 = T_0 + q$ , т. е. имеет место сверхадиабатический эффект. Величина эффекта зависит от величины  $u$ , которая вычисляется в результате решения задачи (1) — (5).

### Теплопроводностный режим горения

На основе фундаментального свойства реакций горения — сильная зависимость скорости тепловыделения от температуры — в [4] разработан приближенный метод расчета характеристик волн горения, в основе которого лежит представление о тонком реакционном слое, разделяющим зоны прогрева исходного вещества и продуктов сгорания. В приближении бесконечно узкой зоны реакции распределение температур в волне горения определяется решением уравнений (1), (2) на участках инертного теплообмена ( $x < 0$ ,  $x > 0$ ) с последующей стыковкой профилей в зоне тепловыделения ( $x = 0$ ). Исключив источник из (1) и решая линейную систему (1), (2), получим

$$T = a \exp(r_1 x) + b \exp(r_2 x) + d, \quad T_1 = a_1 \exp(r_1 x) + b_1 \exp(r_2 x) + d_1, \quad (7)$$

$$r_{1,2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{u}{\kappa} + \frac{\alpha}{v} \pm \Gamma \right], \quad \Gamma = \sqrt{\left( \frac{u}{\kappa} + \frac{\alpha}{v} \right)^2 - 4 \frac{\alpha}{\kappa} \frac{u - v}{v}},$$

$$a_1 = a \frac{\kappa}{v} \left( \frac{u}{\kappa} - r_1 \right), \quad b_1 = b \frac{\kappa}{v} \left( \frac{u}{\kappa} - r_2 \right), \quad d = d_1, \quad \kappa = \lambda/c\rho, \quad \alpha = \alpha_0/c\rho.$$

Константы  $a$ ,  $b$ ,  $d$  (различные для  $x > 0$  и  $x < 0$ ) определяются из граничных условий (5), а также условий сшивки решений в зоне реакции

$$T|_{x=0} = T|_{x=0}, \quad T_1|_{x=0} = T_1|_{x=0},$$

$$\kappa \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} - \kappa \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = qu, \quad \frac{dT_1}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{dT_1}{dx} \Big|_{x=0}.$$

Характерная особенность температурного профиля сверхадиабатической волны горения  $T_r > T_r^0$ ,  $v > 0$  — отсутствие распределения температур в области продуктов сгорания ( $x > 0$ ). Положительным значениям  $v$  соответствуют  $r_1 > 0$ ,  $r_2 > 0$ , и в силу ограниченности решения при  $x \rightarrow \infty$

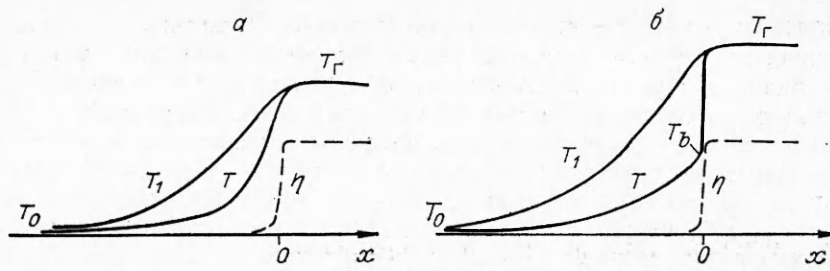


Рис. 1. Структура фронта горения при теплопроводном (а) и конвективном (б) режимах распространения.

константы  $a, a_1, b, b_1$  следует положить равными нулю:

$$x > 0, T = T_g, T_1 = T_g.$$

Перед зоной реакции константы принимают следующие значения:

$$x < 0, a = \left[ \frac{u}{\kappa} q - (T_g - T_0) r_2 \right] [r_1 - r_2]^{-1}, b = T_g - T_0 - a, d = T_0.$$

Обе температуры убывают в направлении  $-x$ , причем всюду  $T_1 > T$ , т. е. теплоноситель подогревает горючее вещество перед зоной реакции (рис. 1, а).

Для расчета  $u$  следует рассмотреть тепловой баланс зоны реакции. При этом в уравнении (1) можно пренебречь всеми членами, за исключением источника и старшей производной, так как вклад остальных слагаемых в интегральный баланс тепла стремится к нулю вместе с шириной реакционной зоны. Учитывая граничное условие на правом конце зоны реакции ( $\eta = 1, T = T_g, dT/dx = 0$ ), в результате интегрирования (1) получим

$$\lambda \frac{dT}{dx} = Q \rho u (1 - \eta). \quad (8)$$

Комбинируя это уравнение с (3), приходим к уравнению с разделяющимися переменными

$$\frac{d\eta}{dT} = \frac{\lambda k_0}{Q \rho u^2} \frac{f(\eta) \exp(-E/RT)}{1 - \eta},$$

асимптотическое интегрирование которого позволяет рассчитать величину  $u$ :

$$u^2 = \frac{\lambda k_0 \exp(-E/RT_g)}{\rho Q k_\eta} \frac{RT_g^2}{E}, \quad k_\eta = \int_0^1 \frac{(1 - \eta) d\eta}{f(\eta)}. \quad (9)$$

Выражение (9) для скорости горения имеет тот же вид, что и в случае распространения волны реакции в конденсированной среде [5]. Роль фильтрации сводится к увеличению эффективной начальной температуры среды до значения  $T_b = T_g - q$ . Величина  $T_g$  определяется выражением (6), которое можно записать в виде

$$v_1 = u(T_g) \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon} \frac{T_g - T_g^0}{T_g - T_0} \right]. \quad (10)$$

Подставляя найденное значение  $u(T_g)$ , представим (10) в форме, удобной для оценки эффективности теплоносителя:

$$\frac{v_1}{u_0} = \frac{T_g}{T_g^0} \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon} \frac{T_g - T_g^0}{T_g - T_0} \right] \exp \left[ \frac{E(T_g - T_g^0)}{2RT_g T_g^0} \right], \quad u_0 = u(T_g^0). \quad (11)$$

Величина  $u_0$  характеризует скорость распространения фронта реакции при адиабатической температуре сгорания  $T_g^0 = T_0 + q$ , которая реали-

зается при отсутствии теплоносителя (или при его фильтрации со скоростью  $v_1 = u_0$ ). При  $v_1 > u_0$  (11) всегда имеет единственное решение, определяющее  $T_r$ , а вместе с ней и  $u(T_r)$ . С ростом  $v_1$  монотонно увеличиваются  $T_r$  и  $u$ . Для количественной характеристики этих зависимостей оценим величину скорости фильтрации  $v_1$ , необходимую для увеличения температуры горения в 2 раза ( $T_r = 2T_r^0$ ). Для значений параметров  $RT_r^0/E = 10^{-1}$ ,  $\varepsilon = 10^{-2}$  двукратное повышение температуры будет иметь место при  $v_1 \approx 1,2 \cdot 10^3 u_0$ , при этом  $u(T_r) \approx 25 u_0$ .

Особенность полученного решения в независимости параметров волны горения от коэффициента межфазного теплообмена  $\alpha$ . Структура выражения (9) для скорости горения свидетельствует, что механизм распространения фронта реакции, несмотря на наличие фильтрации, остается теплопроводностным. Этот результат есть прямое следствие приближения узкой зоны реакции. Конвективный теплообмен в пределах тонкой реакционной зоны мал, поэтому все тепло реакции отводится путем теплопроводности, что и отражает уравнение (8).

Отсутствие зависимости скорости и температуры горения от  $\alpha$  оправдывает однотемпературный ( $\alpha = \infty$ ) подход [1—3] к описанию волн горения с теплопроводностным механизмом распространения, т. е. с узкими зонами реакции.

### Конвективный режим горения

Опережающий фронт реакции теплоноситель нагревает конденсированное вещество до  $T_b = T_0 + (T_r - T_r^0)$ . Ширина зоны теплообмена увеличивается с уменьшением  $\alpha$ . При больших размерах прогретой конвективным потоком области и достаточно высоких значениях  $T_b$  (т. е. при сильно выраженном сверхадиабатическом эффекте) интегральное тепловыделение на этом участке может оказаться больше, чем в окрестности максимальной температуры  $T_r$ . В этом случае приближение узкой зоны является некорректным. Вместо теплопроводностного осуществляется конвективный механизм распространения фронта горения, заключающийся в иницировании реакции в слоях вещества, прогретых фильтрующимся теплоносителем. Чтобы убедиться в реальности такого механизма, покажем, что даже при отсутствии теплопроводности система (1) — (5) имеет волновое решение с конечным значением скорости горения  $u$ .

При  $\lambda = 0$  уравнения (1), (2) допускают первый интеграл:

$$T_1 = T_0 + (u/v) (T - T_0 - q\eta). \quad (12)$$

После исключения неизвестной  $T_1$  и перехода от независимой переменной  $x$  к переменной  $T$  система (1) — (3) сводится к одному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d\eta}{dT} = \frac{1}{q} \frac{w(T, \eta)}{w(T, \eta) + \alpha \frac{T_r - T_0}{T_r - T_r^0} \left( \frac{T - T_0}{T_r - T_r^0} - \eta \right)}. \quad (13)$$

Значение  $T_r$ , при котором интегральная кривая этого уравнения удовлетворяет граничным условиям

$$\eta(T_0) = 0, \quad \eta(T_r) = 1, \quad (14)$$

соответствует температуре горения. Скорость конвективной волны  $u(T_r)$  определяется из балансного соотношения (6).

**Расчет характеристик конвективного режима горения.** Поскольку неизвестная величина  $T_r$  входит и в уравнение (13), и в граничное условие (14), удобно обратиться к задаче, отыскивая коэффициент  $\alpha$  по заданному значению  $T_r$ . После введения безразмерной температуры  $\Theta = (T - T_b)E/RT_b^2$  (13) и (14) принимают вид

$$\frac{d\eta}{d\Theta} = \delta \{ \bar{\alpha} f^{-1}(\eta) e^{-\Theta/1+\beta\Theta} [\tau + \delta(1-\tau)\Theta - \eta] + 1 \}^{-1}, \quad (15)$$

$$\Theta = -\Theta_0: \eta = 0; \quad \Theta = \Theta_r: \eta = 1.$$

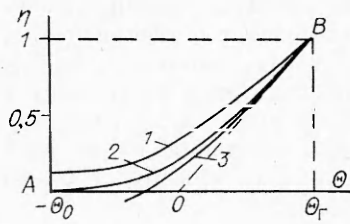


Рис. 2. Интегральные кривые уравнения (22).

Здесь  $\Theta_0 = \tau/\delta(1 - \tau)$ ;  $\Theta_r = \delta^{-1}$ ;  $\bar{\alpha} = \alpha [\tau k_0 \exp(-E/RT_b)]^{-1}$ ;  $\tau = (T_r - T_r^0)/(T_r - T_0)$ ;  $\beta = RT_b/E$ ;  $\delta = RT_b^2/Eq$ ;  $T_r = T_b + q$ . Величина  $\bar{\alpha}$  — собственное значение краевой задачи (15). Легко показать,

что задача не имеет решения при  $w(-\Theta_0, \eta = 0) \neq 0$ . Как и в случае теплопроводностного режима горения, функцию  $w$  необходимо «обрезать» в окрестности начальной температуры (т. е. положить  $w = 0$  при  $-\Theta_0 < \Theta < \Theta_p < 0$ ), поскольку стационарность режима предполагает инертность смеси при начальной температуре [4]. Для больших значений параметра  $\Theta_0$ , которые далее и будут рассматриваться, процедура обрезки носит формальный характер, так как величина  $w(-\Theta_0)$ .

Численное решение задачи (15) сводится к отысканию методом проб значения  $\bar{\alpha}$ , при котором интегральная кривая  $\eta(\Theta)$ , выпущенная из точки  $B$  (рис. 2, 2) попадает в точку  $A$ . Используя наличие малых и больших параметров в задаче и сильную температурную зависимость скорости реакции от температуры, можно построить приближенное решение. В области отрицательных температур знаменатель уравнения (15) существенно больше единицы, поэтому можно положить

$$\frac{d\eta}{d\Theta} = \frac{\delta \exp[\Theta/1 + \beta\Theta]}{\bar{\alpha} f^{-1}(\eta) [\tau + \delta(1 - \tau)\Theta - \eta]} \quad (\Theta < 0). \quad (16)$$

Пренебрегая членами, пропорциональными малым величинам  $\delta$ ,  $\beta$ , и интегрируя получающееся уравнение, имеем

$$\bar{\alpha} = \delta J^{-1}(\eta_*, \tau), \quad J = \int_0^{\eta_*} f^{-1}(\eta) (\tau - \eta) d\eta, \quad \eta_* = \eta(0). \quad (17)$$

При  $\Theta > 0$  интегральная кривая  $\eta(\Theta)$  стремится к своей асимптотике  $\eta = \delta\Theta$ , так как первое слагаемое в знаменателе (15) быстро убывает с ростом  $\Theta$ . Рассматривая его как малую поправку к единице, запишем уравнение (15) в виде

$$\frac{d\eta}{d\Theta} = \delta \{1 - \bar{\alpha} f^{-1} e^{-\Theta/1 + \beta\Theta} [\tau + \delta(1 - \tau)\Theta - \eta]\} \quad (\Theta > 0).$$

Подставляя  $\eta = \delta\Theta$  и интегрируя по участку  $0 < \Theta < \Theta_r$ , получим выражение

$$\eta_* = \bar{\alpha} \tau \delta \int_0^{\Theta_r} f^{-1}(\delta\Theta) e^{-\Theta} (1 - \delta\Theta) d\Theta,$$

позволяющее в сочетании с (17) определить приближенное ( $\delta \rightarrow 0$ ,  $\beta \rightarrow 0$ ) значение величины  $\bar{\alpha}$ .

Для нулевого и первого порядков реакции

$$\bar{\alpha} = \tau^{-1} \quad (f = 1, f = 1 - \eta), \quad (18)$$

для параболического закона взаимодействия

$$\bar{\alpha} = \sqrt[3]{2} (\tau\delta)^{-1} \quad (f = 1/\eta). \quad (19)$$

Погрешность приближенных формул (18), (19) в сопоставлении с результатами численных расчетов, проведенных в широком диапазоне параметров, не превосходила 25%. Так, например, для реакции нулевого порядка при  $\tau = 0,5$ ;  $\delta = 0,1$ ;  $\beta = 0,05$  приближенное и точное значение  $\bar{\alpha}$  соответственно составили 2 и 2,4. При уменьшении параметра  $\delta$  точность формул (18), (19) повышается. Для реакций нулевого пер-

вого порядков можно построить более точное приближенное решение, учитывающее поправку на малые значения  $\delta$ . Заметим, что знаменатель (15) реально зависит от  $\eta$  лишь в окрестности  $\Theta = 0$  ( $\eta \approx \eta_*$ ). Вне ее его значение определяется величиной экспоненты и равно либо  $\infty$  ( $\Theta < 0$ ), либо 1 ( $\Theta > 0$ ). Поэтому при интегрировании (15) можно положить  $\eta \approx \eta_*$ , а член  $\delta(1 - \tau)\Theta$  опустить, как малую более высокого порядка.

Интегрируя (15) по всему температурному интервалу, с учетом больших значений  $\Theta_0$  и  $\Theta_r$  получим

$$\bar{\alpha} f^{-1}(\eta_*) (\tau - \eta_*) = 1.$$

Величина  $\eta_*$  определяется интегрированием (15) в пределах  $-\Theta_0 < \Theta < 0$ :

$$\eta_* = \delta \ln 2 \quad (\Theta_0 \gg 1).$$

Для нулевого порядка реакции  $f = 1$  вместо (18) имеем

$$\bar{\alpha} = [\tau - \delta \ln 2]^{-1}, \quad (20)$$

для первого порядка реакции ( $f = 1 - \eta$ )

$$\bar{\alpha} = (1 - \delta \ln 2) / (\tau - \delta \ln 2). \quad (21)$$

Формулы (20), (21) дают более точное соответствие приближенных значений  $\bar{\alpha}$  результатам численного интегрирования. Для приведенного выше примера реакции нулевого порядка ( $\tau = 0,5$ ,  $\delta = 0,1$ ,  $\beta = 0,05$ ) отличие численного результата от вычисленного по формуле (20) весьма незначительно ( $\bar{\alpha} = 2,3$ ).

**Структура волны конвективного горения.** Интегральная кривая  $\eta(T)$ , являющаяся решением краевой задачи (15), имеет два характерных участка. При  $\Theta < 0$  рост температуры сопровождается незначительным увеличением глубины превращения ( $\eta_* \sim \delta$ ), т. е. разогрев к-фазы осуществляется без заметного участия реакции. На втором участке ( $\Theta > 0$ ) температура и глубина реакции растут по закону адиабатического взрыва ( $\Theta \approx \eta \delta^{-1}$ ). Ширина переходного участка между этими двумя фазами порядка характеристического температурного интервала ( $\Delta\Theta \sim 1$ ).

Пространственное распределение температур и концентрации в волне конвективного горения, соответствующее отмеченным особенностям кривой  $\eta(\Theta)$ , показано на рис. 1, б. В зоне теплообмена (1) происходит квазиинертный нагрев реагирующего вещества за счет горячего теплоносителя, проникающего в холодные слои пористой среды. По достижению температуры  $T_b$  тепловыделение от реакции становится соизмеримым с теплообменом. Дальнейшее развитие реакции протекает с прогрессивным самоускорением в режиме адиабатического теплового взрыва. На этом этапе выделяется практически вся химическая энергия и вещество разогревается до  $T_r = T_b + q$ . Величина  $T_b$  определяется значением  $\bar{\alpha}$ , найденным в результате решения краевой задачи (15). Обращаясь к размерной форме выражения (18), получим соотношение для  $T_b$  в случае реакции нулевого и первого порядков:

$$\alpha = w(T_b). \quad (22)$$

Для параболического закона в соответствии с (19) имеем

$$\alpha = \sqrt[3]{2} \bar{k}_c \exp(-E/RT_b) [qE/RT_b^2]. \quad (23)$$

Подстановка  $T_r = T_b + q$  в (6) позволяет рассчитать скорость распространения волны реакции. Из процедуры расчета следует, что быстрая высокотемпературная ( $T > T_b$ ) стадия реакции не оказывает заметного влияния на  $T_b$ ,  $T_r$  и  $u$ . В этом отношении конвективный режим горения принципиально отличается от теплопроводностного, для которого, как известно, определяющими являются процессы, протекающие в окрестности максимальной температуры.

Оценку ширины фронта конвективной волны можно получить, рассматривая уравнения для температур  $T$  и  $T_1$  в зоне инертного теплообмена:

$$u \frac{dT}{dx} = \alpha (T_1 - T), \quad v \frac{dT_1}{dx} = \alpha (T - T_1).$$

С учетом граничных условий

$$x = -\infty: T = T_1 = T_0; \quad x = 0: T_1 = T_b, \quad T = T_r$$

решение имеет вид

$$T = T_0 + (T_b - T_0)e^{x/l}, \quad T_1 = T_0 + (T_r - T_0)e^{x/l}, \quad l = vu/\alpha(u - v).$$

Величина  $l$  характеризует масштаб зоны предвзрывного разогрева, а вместе с ним и масштаб фронта горения.

**Устойчивость конвективного режима горения.** Устойчивость теплопроводного режима горения изучалась в [6], где показано, что при определенных условиях стационарный фронт реакции теряет устойчивость и горение приобретает колебательный характер. Исследование устойчивости стационарного конвективного режима горения проведем в предположении больших энергий активации ( $\delta \rightarrow 0$ ). В этом случае участок адиабатического взрыва можно рассматривать как бесконечно тонкую зону, разделяющую область инертного теплообмена ( $\eta_* \rightarrow 0$  при  $\delta \rightarrow 0$ ) и область продуктов сгорания ( $\eta = 1$ ).

Эволюция малого возмущения конвективного фронта реакции

$$\xi = D \exp(\Omega t) \quad (24)$$

описывается нестационарной системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} &= \alpha (T_1 - T) + q \frac{\partial \eta}{\partial t} + qu \frac{\partial \eta}{\partial x}, \\ \frac{\partial T_1}{\partial t} - v \frac{\partial T_1}{\partial x} &= \alpha (T - T_1), \quad v = (v_1 - u) \varepsilon, \quad \varepsilon = c_1 \rho_1 / c \rho, \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} &= w. \end{aligned} \quad (25)$$

Уравнение (24) записано в системе координат, движущейся со стационарной скоростью  $u$ . Величина  $\xi$  характеризует отклонение координаты фронта от ее стационарного значения  $x = 0$ . Распределение температур  $T(x, t)$ ,  $T_1(x, t)$  отыскивается в виде суммы стационарных значений  $T^0(x)$ ,  $T_1^0(x)$  и малых нестационарных добавок

$$T = T^0(x) + T'(x) \exp(\Omega t), \quad T_1 = T_1^0(x) + T_1'(x) \exp(\Omega t). \quad (26)$$

Подстановка (26) в (25) приводит к системе уравнений относительно амплитуд возмущений  $T'(x)$  и  $T_1'(x)$ :

$$\begin{aligned} u \frac{\partial T'}{\partial x} + T'(x) \Omega &= \alpha (T_1' - T'), \\ v \frac{\partial T_1'}{\partial x} + \varepsilon T_1' \Omega &= \alpha (T' - T_1'). \end{aligned} \quad (27)$$

Решением (27), удовлетворяющим условиям затухания возмущений при  $x = \pm \infty$ , являются экспоненты

$$\begin{aligned} x < \xi: T' &= A \exp(r_1 x), \quad T_1' = B \exp(r_1 x), \\ x > \xi: T' &= A_1 \exp(r_2 x), \quad T_1' = B_1 \exp(r_2 x), \end{aligned} \quad (28)$$

$$B = \frac{u}{\alpha} \left( r_1 + \frac{\alpha + \Omega}{u} \right) A, \quad B_1 = \frac{u}{\alpha} \left[ r_2 + \frac{\alpha + \Omega}{u} \right] A_1,$$

где  $r_1 > 0$  и  $r_2 < 0$  — корни характеристического уравнения

$$uvr^2 - r[\Omega(v - u\varepsilon) + \alpha(v - u)] - \Omega[\Omega\varepsilon + \alpha(1 + \varepsilon)] = 0. \quad (29)$$

Для определения неизвестных констант имеем три граничных условия

$$T(\xi - 0) = T_b, \quad T(\xi + 0) - T(\xi - 0) = q, \quad T_1(\xi - 0) = T_1(\xi + 0). \quad (30)$$

Линеаризуя (30) относительно малых добавок, получим систему линейных уравнений между коэффициентами

$$D \frac{\alpha}{u} q + A = 0, \quad A_1 = A + D \frac{\alpha}{u} q, \quad D \frac{\alpha}{v} q + B = B_1. \quad (31)$$

Система (31) имеет нетривиальное решение при условии

$$r_1 = (vu)^{-1} [\alpha(u - v) - \Omega v]. \quad (32)$$

Выделяя положительный корень (29) и приравнявая его выражению (32), получим дисперсионное соотношение

$$1 - x_1 - \Omega_1(x_1 + \varepsilon) = \sqrt{\Omega_1^2(\varepsilon + x_1)^2 + 2\Omega_1(1 + x_1)(\varepsilon + x_1) + (1 - x_1)^2}, \\ x_1 = v/u, \quad \Omega_1 = \Omega/\alpha.$$

Единственный корень этого уравнения —  $\Omega_1 = 0$ , т. е. стационарный фронт конвективной волны горения устойчив с точностью до сдвига. Аналогичный вывод справедлив для горения газовой смеси с числом  $Le = 1$  [4]. Совпадение результатов не случайно. В обоих случаях поток полной энтальпии  $q_h$  (для конвективной волны  $q_h = u[c_p T + Q(1 - \eta)] + (u - v_1)c_1 \rho_1 T_1$ ) сохраняет постоянное значение во всех точках стационарного фронта.

**Области реализации конвективного и теплопроводностного режимов горения.** Конвективный и теплопроводностный механизмы распространения фронта реакции являются предельными асимптотическими режимами горения. В реальной ситуации имеет место как конвективный, так и кондуктивный перенос тепла в зону прогрева. При двух конкурирующих механизмах определяющую роль играет тот из них, который обеспечивает более высокую скорость распространения волны. Этот физически понятный принцип хорошо зарекомендовал себя при анализе процессов стадийного горения [7]. Следуя ему, для определения режима горения при фильтрации теплоносителя нужно рассчитать и сопоставить скорости теплопроводностной  $u_\lambda$  и конвективной  $u_\alpha$  волн горения.

На рис. 3, а показано изменение температуры и скорости горения при увеличении коэффициента межфазного теплообмена  $\alpha$ . Кривые 1 и 2, рассчитанные по формулам (6), (27) отвечают конвективному механизму горения. Температура  $T_r^\lambda$  и скорость  $u_\lambda$  теплопроводностного режима горения в соответствии с (9) и (6) не зависят от  $\alpha$ . Реальные зависимости  $T(\alpha)$ ,  $u(\alpha)$ , показанные штриховыми линиями 3 и 4, имеют своими асимптотиками отдельные участки кривых 1, 1', 2, 2'. По аналогии с процессами стадийного горения [7] следует ожидать, что переход от одного режима горения к другому будет осуществляться достаточно резко.

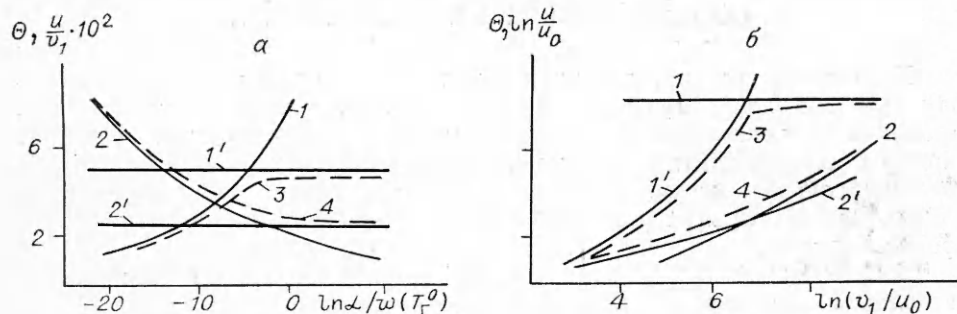


Рис. 3. Зависимости температуры и скорости горения от коэффициента  $\alpha$  (а) и скорости фильтрации  $v_1$  (б);  $RT_r^0/E = 0,1$ ,  $T_r^0/q = 1,25$ ,  $\varepsilon = 10^{-2}$ ,  $\Theta = (T_r - T_r^0) \times E/R(T_r^0)^2$ ,  $\alpha = w(T_r^0)$  (б).

$$1 - T_r = T_r^\alpha; \quad 1' - T_r^\lambda; \quad 2 - u = u_\alpha; \quad 2' - u_\lambda; \quad 3 - T_r; \quad 4 - u.$$



Вместе с тем нельзя исключить возможность эффектов гистерезисного типа в области перехода. Этот вопрос требует специального анализа, предполагающего построение более точного решения системы (1) — (4), учитывающего и теплопроводностный и конвективный перенос тепла в зоне реакции.

Большим значениям константы теплообмена ( $u_\lambda < u_\lambda$ ) отвечает теплопроводностный режим горения. С уменьшением  $\alpha$  этот механизм меняется на конвективный, при этом эффективность воздействия теплоносителя снижается — температура горения падает, возможность сверхадиабатического перегрева реализуется не полностью. Аналогичный переход имеет место при увеличении скорости фильтрации  $v_1$  (рис. 3, б). Малым значениям  $v_1$  отвечает теплопроводностный режим, который при  $u_\alpha > u_\lambda$  переходит в конвективный. Здесь также можно говорить о снижении эффективности теплоносителя, так как с переходом в конвективный режим рост температуры замедляется (если учитывать зависимость  $\alpha \sim \sqrt{v_1}$ ) либо прекращается вовсе ( $\alpha = \text{const}$ ).

При анализе практических ситуаций следует учитывать увеличение ширины зоны теплообмена с ростом  $v_1$ . При большой скорости фильтрации теплообмен между к-фазой и теплоносителем может не успеть осуществиться за время пребывания теплоносителя в пористой среде, что приведет к снижению температуры и скорости горения и возможному срыву процесса. Анализ этого случая выходит за рамки стационарного подхода, предполагающего, что размер области, заполненной реагирующим веществом, значительно превосходит масштаб волны горения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Алдушин А. П., Сеплярский Б. С. Докл. АН СССР, 1978, 241, 1, 72.
2. Алдушин А. П., Сеплярский Б. С. Докл. АН СССР, 1979, 249, 3, 585.
3. Рабинович О. С., Гуревич И. Г. ИФЖ, 1983, 44, 1, 75.
4. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И. и др. Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980.
5. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.
6. Алдушин А. П., Каспарян С. Г. ФГВ, 1981, 17, 6, 11.
7. Хайкин Б. И., Филоненко А. К., Худяев С. И. ФГВ, 1968, 4, 4, 591.

*п. Черноголовка*

*Поступила в редакцию 20/XII 1988*

УДК 662.612.3

*Ю. С. Иващенко, А. Л. Садырин*

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОВЕРХНОСТИ ГОРЕНИЯ БАЛЛИСТИЧНЫХ КОМПОЗИЦИЙ СО СВИНЦОВЫМ КАТАЛИЗАТОРОМ

Пульсационное горение конденсированных систем [1] приводит к флуктуациям электропроводности зоны горения, в том числе и к-фазы. Пропускание через поверхность горения электрического тока позволяет наряду с измерениями электропроводности поверхности выделить шумоподобный сигнал, несущий информацию о динамических процессах в к-фазе. Частотный спектр сигнала отражает при этом частотные свойства процесса горения.

Возникающий при горении токовый (низкочастотный) шум имеет нетепловой характер и вызывается флуктуациями сопротивления поверхности горения из-за флуктуаций ее структуры и состава, например, при диспергировании частиц (агломератов) металла и сажи, а также быстром выгорании целых очагов, содержащих указанные частицы.

© 1990 Иващенко Ю. С., Садырин А. Л.