

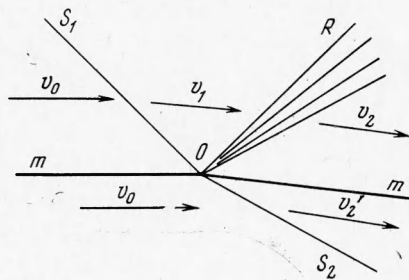
ПРЕЛОМЛЕНИЕ ФРОНТА КОСОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ С МЕНЕЕ ЖЕСТКОЙ СРЕДОЙ

А. Н. Дремин, Г. И. Канель

(Москва)

Предлагаются приближенные методы расчета поляры разгрузки (используется замена изэнтропы ломаной кривой, на каждом из отрезков которой скорость звука постоянна) и скорости звука за фронтом ударной волны в сплошных конденсированных средах. Найденные с помощью таких расчетов параметры преломления хорошо подтверждаются экспериментально. Приводятся формулы для расчета величины критического угла регулярного отражения косоугольной ударной волны на границе с менее жесткой средой и величины угла, которому соответствует на ударной поляре максимальное отклонение потока.

В [1-3] рассматривается отражение и преломление косоугольной ударной волны на границе раздела с материалом, обладающим большей динамической жесткостью. В этом случае отраженная волна является ударной. Параметры отраженной и преломленной ударных волн определяются графически в координатах: p — давление, θ — угол отклонения потока на пересечении ударной поляры второй среды с ударной полярой для отраженной ударной волны в первой среде. Если же вторая среда имеет меньшую динамическую жесткость, то отраженная волна является веерообразной волной разрежения (фиг. 1).



Фиг. 1. Преломление фронта косоугольной ударной волны на границе с менее жесткой средой; S_1 — фронт падающей ударной волны, S_2 — фронт преломленной ударной волны, R — волна разрежения Прандтля — Майера, mot — граница раздела. Стрелками показано направление потоков в системе координат, связанной с точкой O .

Тогда параметры преломления определяются пересечением ударной поляры второй среды с полярой разгрузки первой среды [4]. Построение поляры разгрузки проводится путем расчета течения в волне разрежения Прандтля — Майера [4,5]. Однако точный расчет для материалов с произвольным уравнением состояния довольно сложен. В данной работе предлагается приближенный метод расчета течения Прандтля — Майера для конденсированных сред, который дает хорошее совпадение с экспериментальными данными.

Решение задачи о преломлении фронта косоугольной ударной волны при переходе в среду с меньшей динамической жесткостью необходимо, например, для расчета параметров ударного сжатия в условиях сварки взрывом и в условиях ударного сжатия образцов в ампулах сохранения.

1. Приближенный расчет течения в волне разрежения Прандтля — Майера. Течение Прандтля — Майера является изэнтропическим и описывается в цилиндрических координатах следующей системой уравнений сохранения количества движения и массы [5]:

$$\ddot{v}_\varphi = \frac{dv_r}{d\varphi}, \quad v_\varphi \left(\frac{dv_\varphi}{d\varphi} + v_r \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\varphi} \quad (1.1)$$

$$\rho v_r + \frac{d}{d\varphi} (\rho v_\varphi) = 0$$

Здесь v_φ и v_r — соответственно угловая и радиальная составляющие скорости потока v , φ — координатный угол, ρ — плотность, p — давление. Система уравнений (1.1) написана в предположении постоянства всех параметров вдоль координатного радиуса. Из последних двух уравнений следует равенство угловой составляющей скорости потока местной скорости звука

$$v_\varphi = c = (\partial p / \partial \rho)^{1/2}$$

Для приближенного расчета изэнтропу предлагается заменить ломаной кривой, на каждом отрезке которой скорость звука постоянна (фиг. 2). При $c = v_\phi = \text{const}$ система (1.1) принимает вид

$$\frac{dv_r}{d\phi} = c, \quad v_r = -\frac{1}{\rho c} \frac{d\rho}{d\phi}, \quad \rho v_r + c \frac{d\rho}{d\phi} = 0 \quad (1.2)$$

Исключая $d\phi$ из первого и третьего уравнений системы (1.2), получаем

$$v_r dv_r = -c^2 \frac{d\rho}{\rho} \quad (1.3)$$

Интегрирование (1.3) в пределах отрезка приближенной изэнтропы, на котором скорость звука постоянна, дает

$$v_{r,n}^2 - v_{r,n-1}^2 = v_n^2 - v_{n-1}^2 = 2c_{n,n-1}^2 \ln \frac{\rho_{n-1}}{\rho_n} \quad (1.4)$$

Здесь индекс $n - 1$ относится к верхней границе участка изэнтропы, а n — к нижней. Изменение координатного угла для данной области течения получаем интегрированием первого уравнения системы (1.2)

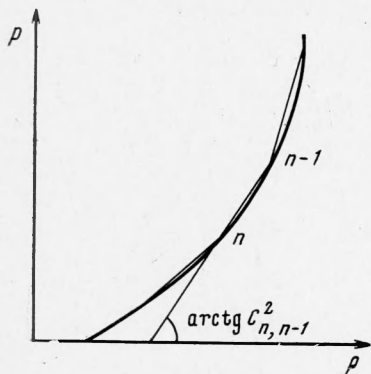
$$\Phi_n - \Phi_{n-1} = (v_{r,n} - v_{r,n-1}) / c_{n,n-1} \quad (1.5)$$

Угол отклонения потока

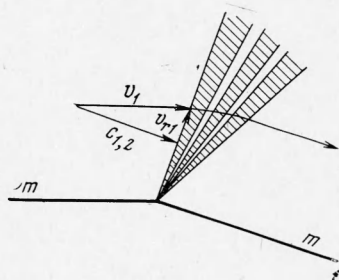
$$\theta_{n,n-1} = (\Phi_n + \alpha_n) - (\Phi_{n-1} + \alpha_{n-1}), \quad \alpha = \text{arc tg } (c / v_r) \quad (1.6)$$

где α — местный угол Маха.

Если изэнтропа материала представляет собой ломаную кривую (т. е. скорость звука меняется скачками), то веер разгрузки не непрерывен. Выделяются зоны течения с одинаковой скоростью звука, в которых и происходит разгрузка; между этими зонами давление, плотность и скорость потока v_n постоянны (фиг. 3) и соответствуют конечным



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Построение приближенной изэнтропы

Фиг. 3. Волна разрежения Прандтля—Майера в случае, если изэнтропа является ломаной кривой. Разрежение происходит в заштрихованных зонах

значениям для предыдущей зоны разрежения или исходным для следующей. Величина радиальной составляющей скорости входящего в зону разрежения потока $v_{r,n}^+$ определяется из соотношения

$$v_n^2 = c_{n,n-1}^2 + (v_{r,n}^-)^2 = c_{n,n+1}^2 + (v_{r,n}^+)^2 \quad (1.7)$$

где $v_{r,n}^-$ — радиальная составляющая скорости потока на выходе из предыдущей зоны разрежения.

2. Расчет скорости звука. Экспериментально установлено, что в координатах давление p — приращение массовой скорости u , изэнтропа разгрузки и ударная адиабата двукратного сжатия для монолитных металлов отклоняются от ударной адиабаты однократного сжатия не более чем на 3% при давлениях до 500 кбар [8]. Если считать, что ударные адиабаты однократного и двукратного сжатия совпадают, то, как

отмечается в [2], можно написать условие равенства давлений при однократном и двукратном ударном сжатии для одинаковых суммарных приращений массовой скорости

$$p(u_1 + u_{1,2}) = p(u_1) + p_{1,2}(u_{1,2}) \quad (2.1)$$

где индексом 1 обозначены исходные параметры перед фронтом второй ударной волны, а индексом 1, 2 — параметры второй ударной волны. Скачок давления во фронте ударной волны $p = \rho_0 D u$. Связь между скоростью фронта ударной волны D и скачком массовой скорости u обычно представляется в виде $D = c_0 + \lambda u$. Поэтому равенство (2.1) можно переписать в виде

$$\rho_0 [c_0 + \lambda(u_1 + u_{1,2})](u_1 + u_{1,2}) = \rho_0 (c_0 + \lambda u_1) u_1 + \rho_1 D_{1,2} u_{1,2}$$

Отсюда получаем ударную адиабату «вторичного сжатия»

$$D_{1,2} = c_1 + \lambda_1 u_{1,2}$$

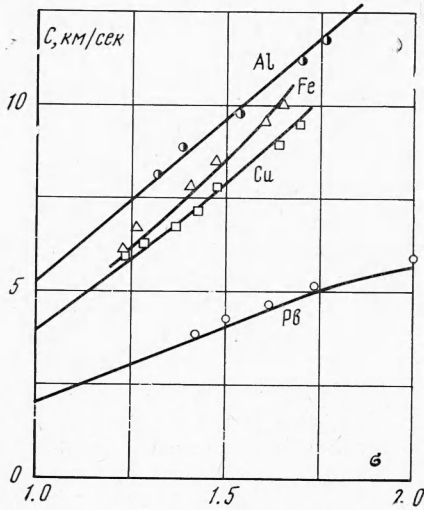
где

$$\lambda_1 = (\rho_0 / \rho_1) \lambda = \lambda / \sigma$$

$$c_1 = \frac{\rho_0}{\rho_1} (c_0 + 2\lambda u_1) = \frac{c_0 [\sigma + \lambda(\sigma - 1)]}{\sigma [\sigma - \lambda(\sigma - 1)]} \quad (2.2)$$

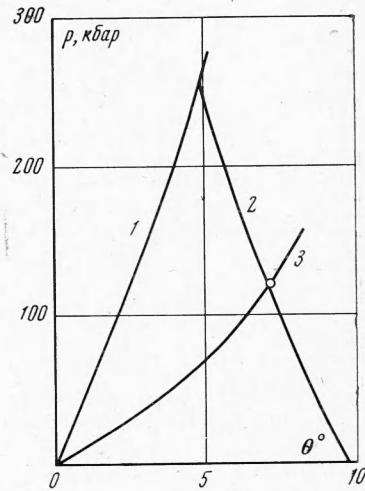
Естественно предположить, что c_1 есть скорость звука в данной точке ударной адиабаты. Действительно, сравнение рассчитанных по (2.2) значений с приведенными в [7] экспериментальными данными по измерению скоростей звука в ударно сжатых металлах показывает хорошее согласие (фиг. 4). При расчете скоростей звука ударная адиабата алюминия использовалась в виде $D = 5.25 + 1.39 u$. Ударные адиабаты меди, свинца и железа заметно искривляются с ростом u . Для этих металлов использовались приведенные в [8] ударные адиабаты, представленные в виде отрезков прямых с различными наклонами.

3. Приближенный расчет и экспериментальное определение параметров преломления косоугольной ударной волны на границе алюминий — плексиглас. В данной работе проведены расчет и экспериментальная проверка для конкретного примера преломления косоугольной ударной волны в алюминии на границе с плексигласом.



Фиг. 4

Фиг. 4. Расчетные (сплошные кривые) и экспериментальные зависимости скорости звука на ударной адиабате от степени сжатия для металлов



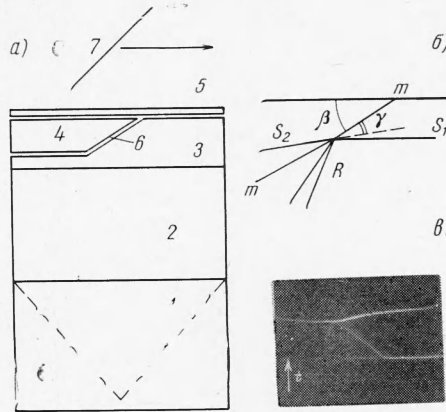
Фиг. 5

Фиг. 5. 1 и 3 — ударные поляры алюминия и плексигласа для $v_0 = 14,2$ км/сек, 2 — поляра разгрузки алюминия

В расчете полный перепад плотности в волне разрежения делится на участки величиной $\Delta \rho_{n,n-1} = 0.1$ г/см³. Для каждого участка с помощью (2.2) определялась средняя величина квадрата скорости звука $c_{n,n-1}^2$. Соответствующее уменьшение давления на приближенной изэнтропе рассчитывалось как $\Delta p_{n,n-1} = c_{n,n-1}^2 \Delta \rho_{n,n-1}$. При

этом предполагается, что при фиксированной плотности наклоны изэнтроп мало чувствительны к давлению, что подтверждается более точными расчетами [9]. Остальные параметры течения определяются с использованием соотношений (1.4) — (1.7). Рассчитанные для условий, имеющих место в экспериментах, ударные поляры алюминия и плексигласа и поляра разгрузки алюминия приведены на фиг. 5. Для расчета ударной поляры плексигласа использовалась ударная адиабата в виде $D = (2.6 + 1.5 u)$ км/сек. Как видно из фиг. 5, поляра разгрузки практически совпадает с зеркальным отражением ударной поляры. По-видимому, это обусловлено малым различием между ударной адиабатой и изэнтропой и малой степенью сжатия в ударной волне.

Фиг. 6. а — схема опыта по определению параметров преломления: 1 — взрывная линза, 2 — заряд ВВ, 3 — алюминиевый образец, 4 — плексигласовый образец высотой 10 мм, 5 — плексигласовая пластина, 6 — воздушный зазор толщиной 0.1 мм, 7 — зеркало, стрелкой показан ход лучей к фоторегистру; б — схема волновой конфигурации; в — типичная фотохронограмма опыта



Экспериментальное определение параметров преломления фронта ударной волны проводилось по схеме, приведенной на фиг. 6, а. Прохождение фронтов ударных волн через воздушные зазоры фиксировалось по свечению воздуха скоростным фоторегистром, работающим в режиме щелевой фоторазвертки. Типичная фотохронограмма опыта приведена на фиг. 6, в. С помощью фотохронограмм определялись скорость ударной волны в алюминиевых образцах D_0 и угол γ между косою ударной волной в плексигласе и границей раздела (фиг. 6, б). Последний рассчитывался по формуле

$$\gamma = \text{arc ctg} \frac{D_0 \tau / x \sin \beta + \cos \beta}{\sin \beta} \quad (3.1)$$

где β — угол между фронтом падающей ударной волны и границей раздела; τ и x — текущие координаты следа косою ударной волны в плексигласе на фотохронограмме. Высота образцов в данных опытах составляла 10 мм, угол $\beta = 30^\circ$. Измеренные (средние из четырех опытов) параметры равны: $D_0 = 7.1 \pm 0.1$ км/сек, $\gamma = 22.36 \pm 0.2^\circ$. Рассчитанные по γ и $v_0 = D_0 / \sin \beta$ параметры косою ударной волны в плексигласе имеют значения: $D_1 = 5.41 \pm 0.05$ км/сек, $p_1 = 119.4 \pm 3$ кбар. Как видно из фиг. 5, совпадение между расчетными и экспериментальными данными достаточно хорошее.

Для сравнения можно указать, что при $\beta = 0$ скорость ударной волны в плексигласе $D_1 = 5.50$ км/сек, что соответствует $p = 126$ кбар. Из этого можно сделать вывод, что в данном случае, как и в случае преломления косою ударной волны при переходе в среду с большей динамической жесткостью [2], коэффициент преломления $n = D_0 / D_1$ с изменением угла меняется незначительно.

4. О пределе стационарности процесса преломления. Существует критический угол падения β^* , при превышении которого отраженная волна разгрузки отделяется от границы раздела и процесс преломления становится нестационарным. Угол β^* определяется равенством скорости потока за фронтом ударной волны (относительно точки пересечения фронта ударной волны с границей раздела) и скорости звука за фронтом ударной волны, т. е.

$$(D - u)^2 + D^2 \text{ctg}^2 \beta^* = c^2 \quad (4.1)$$

Если скорость звука выразить через (2.2), то выражение для величины критического угла в зависимости от параметров ударной волны получается в виде

$$\text{ctg} \beta^* = (D - u) D^{-2} [\lambda u (2D + \lambda u)]^{1/2} \quad (4.2)$$

Формулу (4.2) можно использовать для расчета угла боковой разгрузки при нагружении цилиндрического образца плоской ударной волной [7].

Зная зависимость величины критического угла от параметров ударной волны, можно определить, будет ли в случае конденсированных сред поток, соответствующий максимальному углу отклонения на ударной поляре, дозвуковым относительно фронта косой ударной волны. В [6] указывается, что в случае идеального газа максимально отклоняющийся поток является дозвуковым.

В переменных θ (угол отклонения потока) и u (скачок массовой скорости во фронте ударной волны) ударная поляра для конденсированных сред представляется в виде

$$\theta = \arcsin \frac{c_0 + \lambda u}{v_0} - \arcsin \frac{c_0 + (\lambda - 1) u}{\sqrt{v_0^2 - (c_0 + \lambda u)^2}} \quad (4.3)$$

Максимальный угол отклонения потока определяется условием $d\theta/du = 0$. После дифференцирования и упрощения условие для максимального угла отклонения потока получается в виде

$$v_0^2 - D^2 = \lambda u (D - u) \quad (4.4)$$

Угол падения фронта ударной волны β_m для данного случая определяется как

$$\operatorname{ctg} \beta_m = D^{-1} (v_0^2 - D^2)^{1/2} = D^{-1} [\lambda u (D - u)]^{1/2} \quad (4.5)$$

Сравнение β^* и β_m показывает, что при $\lambda \geq 1.5$ $\beta_m > \beta^*$, а при $\lambda < 1.5$ отношение β^* / β_m растет с увеличением u и переходит значение 1 при выполнении условия

$$\lambda (2\lambda - 3) u^2 + c_0 (3\lambda - 2) u + c_0^2 = 0$$

Отсюда следует, что в конденсированных средах максимально отклоняющийся поток может быть как дозвуковым, так и сверхзвуковым.

Можно сделать еще одно существенное для практических приложений замечание. Условия на границе раздела при преломлении косой ударной волны требуют равенства давлений в преломленной и отраженной волнах и параллельности потоков, но равенства скоростей потоков не требуется. Поэтому параллельные границе раздела составляющие скорости потока в преломленной и отраженной волнах могут различаться, т. е. граница раздела может представлять собой тангенциальный разрыв.

Поступила 20 X 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Альтшулер Л. В., Петрунин А. П. Рентгенографическое исследование сжимаемости легких веществ при косом столкновении ударных волн. Ж. техн. физ., 1961, т. 31, вып. 6.
2. Laharrague P., Morgan J., Thouvenin J. Réfraction d'une onde de choc. Comport. milieux denses hautes pressions dynam. Paris — New York, 1968.
3. Sternberg H. M., Piacesi D. Interaction of oblique detonation waves with iron. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 7, p. 1307.
4. Oppenheim A. K., Smolen J. J., Zajac, Z. J. Vector polar method for the analysis of wave interactions. Combust. and flame, 1968, vol. 12, No. 1, p. 63.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.
6. Райс М., МакКуин Р., Уолш Дж. Сжатие твердых тел сильными ударными волнами. В сб.: «Динамические исследования твердых тел при высоких давлениях», М., «Мир», 1965, стр. 9.
7. Альтшулер Л. В., Кормер С. В., Бражник М. И., Владимиров Л. А., Сперанская М. П., Фунтиков А. И. Изэнтропическая сжимаемость алюминия, меди и свинца при высоких давлениях. ЖЭТФ, 1960, т. 38, вып. 4.
8. Альтшулер Л. В., Баканова А. А., Трунин Р. Ф. Ударные адиабаты и нулевые изотермы семи металлов при высоких давлениях. ЖЭТФ, 1962, т. 42, вып. 1.
9. McQueen R. G., Marsh S. P., Fritz J. N. Hugoniot equation of state of twelve rocks. J. Geophys. Res., 1967, vol. 72, No. 20, p. 5036. (Рус. перев.: Адиабаты Гюгонно для двенадцати горных пород. Механика, 1969, № 1, стр. 94.)