

УДК 629.735.33.015

## Гистерезис аэродинамических характеристик профиля NASA 0018 при малых дозвуковых скоростях\*

Д.А. Алиева, К.А. Колинко, А.Н. Храбров

Центральный аэрогидродинамический институт  
Жуковский, Московская обл.

E-mail: khrabrov@tsagi.ru

Приводятся результаты экспериментальных исследований гистерезиса аэродинамических характеристик профиля NASA 0018 в малотурбулентной аэродинамической трубе малых дозвуковых скоростей Т-124 ЦАГИ. Эксперименты выполнялись на динамической установке ОВП-124 в стационарных условиях при квазистатическом (непрерывном) увеличении и уменьшении угла атаки и при вынужденных колебаниях по тангажу с разными амплитудами и частотами относительно различных установочных углов атаки. Во всех случаях в измеряемых аэродинамических характеристиках наблюдается гистерезис, связанный с наличием диапазона углов атаки, в котором существуют устойчивые неединственные структуры отрывного обтекания. На основании полученных экспериментальных данных разрабатывается новый подход к математическому моделированию явления статического и динамического гистерезиса аэродинамических характеристик для использования в задачах динамики.

**Ключевые слова:** аэродинамический эксперимент, профиль NASA 0018, отрыв потока, гистерезис аэродинамических характеристик, феноменологическая математическая модель.

### Введение

Гистерезис аэродинамических характеристик — сложная и интересная научная проблема, связанная с существованием неединственных структур отрывного обтекания и их перестройкой при изменении угла атаки или скольжения, которая зависит от предыстории изменения параметра. Гистерезис изучается уже давно как при дозвуковых скоростях [1], так и на сверхзвуке [2]. В случае малых дозвуковых скоростей гистерезис наблюдается для достаточно толстых профилей при увеличении и уменьшении угла атаки в районе  $\alpha \approx 15\text{--}20^\circ$  в ограниченном диапазоне чисел Рейнольдса [3], который составляет несколько сотен тысяч. Также гистерезис был замечен при исследовании на больших углах атаки крыльев конечного удлинения [4], но это более сложная задача по сравнению с обтеканием двухмерных профилей из-за влияния вихрей, которые возникают при отрыве потока.

В работе [5] было показано, что важную роль для появления гистерезиса аэродинамических характеристик играет уровень турбулентности в набегающем потоке. Эксперимент продемонстрировал, что для профиля NASA 0015 гистерезис наблюдается при числе

---

\* Математическое моделирование явления гистерезиса (п. 5) выполнено за счет гранта РФФ № 21-19-00659, <https://rscf.ru/project/21-19-00659/>.

Рейнольдса  $Re = 0,25 \cdot 10^6$  и турбулентности набегающего потока 0,25 %, при возрастании уровня турбулентности до 9 % гистерезис исчезает, и при прямом и обратном ходе наблюдается однозначная зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки. Это свидетельствует о важности явления перехода пограничного слоя на профиле из ламинарного состояния в турбулентное для развития гистерезиса.

В работе [6] рассматривался гистерезис коэффициента подъемной силы профиля NASA 0018. Эксперимент выполнялся при числе Рейнольдса  $Re = 0,3 \cdot 10^6$ . Он состоял из измерений при квазистационарном увеличении и уменьшении угла атаки, а также измерений при вынужденных гармонических колебаниях, в основном охватывающих петлю гистерезиса. Также проводились измерения распределения давления вдоль верхней и нижней поверхностей профиля при прохождении гистерезисной петли. Кроме того, в работе рассматривался подход к моделированию экспериментальных результатов с гистерезисом в задачах динамики. Авторы предполагают использовать полученную математическую модель при проектировании ветровой турбины с вертикальной осью вращения.

В работе [7] было проведено подробное исследование статического аэродинамического гистерезиса на профиле GA(W)-1 с максимальной толщиной 17 % при числе Рейнольдса  $Re = 0,16 \cdot 10^6$ . Экспериментально были получены статические гистерезисные зависимости коэффициентов подъемной силы и сопротивления, а также выполнено сравнение распределения давления для прямого и обратного хода при различных углах атаки. Вместе с тем для различных режимов развития отрывной структуры течения картина обтекания профиля визуализировалась методом PIV.

Работы [8, 9] посвящались расчету гистерезиса аэродинамических характеристик профилей методами вычислительной аэродинамики на основе сеточных решений уравнений Навье–Стокса. В работе [8] был замечен гистерезис аэродинамических характеристик на профиле NASA 0012 при увеличении и уменьшении угла атаки в промежутке  $\alpha \approx 17\text{--}19^\circ$  для числа Рейнольдса  $Re = 10^6$ . В работе [9] расчеты проводились на профиле ЦАГИ-9140 с модифицированной передней кромкой для числа Рейнольдса  $Re = 6 \cdot 10^6$ , и эксперимент продемонстрировал обширный гистерезис в коэффициенте подъемной силы. Данные, полученные с помощью вычислительного метода, показали качественное согласование с результатами эксперимента. Рассчитанные картины обтекания позволяют лучше понять причину появления аэродинамического гистерезиса. Вместе с тем вопрос по созданию адекватных моделей турбулентности в пограничном слое и их валидации остается открытым.

Кроме изучения развития сложного явления аэродинамического гистерезиса, необходимы исследования по использованию гистерезисных зависимостей в задачах динамики полета соответствующих аппаратов. Так как диапазон чисел Рейнольдса, в котором существуют гистерезисные эффекты на профилях, существенно меньше диапазона натуральных значений числа  $Re$  при полете современных самолетов, данные явления, по-видимому, не должны повлиять на устойчивость и управляемость последних, хотя отдельные результаты идентификации демонстрируют гистерезисные эффекты на больших углах атаки. Гистерезис аэродинамических характеристик вполне может быть проблемой для какого-нибудь беспилотного летательного аппарата (БПЛА), особенно небольших размеров. Другими словами, существование неединственных отрывных структур обтекания с переходами между ними, зависящими от предыстории движения, требует развития соответствующих математических моделей, описывающих эти нелинейные явления.

Традиционные модели аэродинамических характеристик при неустановившемся движении с использованием нестационарных и вращательных производных в этом случае неприменимы. В ЦАГИ был предложен подход [10], основанный на применении дополнительных внутренних переменных, описывающих структуру отрывного обтекания тел (в случае профиля дополнительной внутренней переменной является координата точки отрыва потока на его верхней поверхности). Динамика внутренней переменной описывается дополнительным простым дифференциальным уравнением, в которое входят

эмпирические константы, характеризующие запаздывание развития отрыва потока. Эти параметры математической модели идентифицируются по результатам динамического эксперимента в аэродинамической трубе (АДТ). Развитию указанного подхода была посвящена работа [11]. В ней рассматривались задачи математического моделирования с использованием данного феноменологического подхода к нестационарным аэродинамическим характеристикам профиля треугольного крыла и самолета с крылом малого удлинения. Гистерезисные эффекты при этом не учитывались. В исследовании [12] были рассмотрены, помимо полученных в работе [11], экспериментальные результаты для крыла конечного удлинения с профилем NASA 0018 с наличием области статического гистерезиса и предложен метод их математического моделирования. В этом методе правая часть дополнительного дифференциального уравнения математической модели представляется аналитическим полиномом 3-й степени, который имеет в области гистерезиса три стационарных корня (два устойчивых и один неустойчивый). В динамике это позволяет моделировать гистерезисные эффекты, но подобрать данный полином с заданными корнями внутри и вне гистерезисной зоны достаточно затруднительно. Следует отметить, что в работе [6] использовался подход к описанию гистерезисных зависимостей профиля NASA 0018, предложенный авторами [11], с дополнительным дифференциальным уравнением для моделирования эффектов запаздывания, но сам статический гистерезис и влияние предыстории движения описывались вручную заданием таблицы переключений. Этот вариант не очень удобен. Желательно, чтобы прохождения через точки бифуркаций и перескоки с верхней ветви гистерезиса на нижнюю и обратно с учетом влияния предыстории движения описывались самой математической моделью.

Настоящая работа посвящена исследованию гистерезиса аэродинамических характеристик профиля NASA 0018 в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-124 ЦАГИ в стационарных условиях и при неустановившемся движении, а также разработке нового подхода к феноменологическому математическому моделированию наблюдаемого гистерезиса аэродинамических характеристик. После краткого описания условий проведения экспериментов в статье рассматриваются методики измерений и обработки результатов испытаний, затем обсуждаются полученные в стационарных и нестационарных условиях результаты опытов. Далее на примере полученных данных описывается предлагаемый новый подход к математическому моделированию гистерезисных эффектов. В конце приводится краткое заключение.

## 1. Условия проведения экспериментов

Эксперименты по исследованию аэродинамических характеристик выбранной модели в статических условиях и при неустановившемся движении проводились в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-124. Данная АДТ является трубой замкнутого типа непрерывного действия с закрытой рабочей частью квадратного сечения. Размеры сечения рабочей части составляют  $1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$ , степень поджатия потока равна 17,6. Возможный диапазон рабочих скоростей потока изменяется от 6 до 100 м/с. Уровень турбулентности набегающего потока при скорости  $V_0 = 50 \text{ м/с}$  равен 0,05 %.

Аэродинамические исследования выполнялись с использованием динамической установки ОВП-124, позволяющей проводить эксперименты при стационарных условиях и колебаниях модели по тангажу. Установка содержит два узла, устанавливаемых снаружи АДТ Т-124 в правом и левом круговых окнах её рабочей части. Правый узел, если смотреть в направлении по набегающему потоку, состоит из подшипникового узла с тензодинамометром, измеряющим вертикальную и горизонтальную составляющие аэродинамической силы, действующей на модель. Этот узел оборудован цифровым датчиком (оптическим энкодером), позволяющим измерять мгновенный угол атаки модели. Основной частью левого узла является привод, позволяющий задавать гармонические колебания модели.

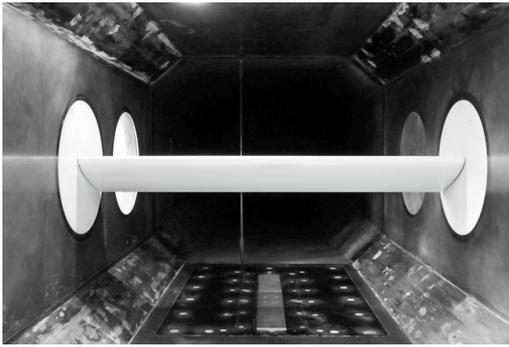


Рис. 1. Установка модели с профилем *NACA 0018* в рабочей части АДТ Т-124.

Привод состоит из электродвигателя постоянного тока и кривошипно-шатунного механизма. Средний установочный угол атаки модели и амплитуда колебаний устанавливаются механически. Частота колебаний модели варьируется изменением напряжения питания электродвигателя. Левый узел динамической установки ОВП-124 также содержит под-

шипниковый узел, закрепленный на тензодинамометре, измеряющем вертикальную и горизонтальную составляющие аэродинамической силы, действующей на модель. Еще один динамометр, размещенный в тяге привода, соединенной с моделью, позволяет измерять действующий на нее момент тангажа.

В качестве модели в рассматриваемом эксперименте используется прямоугольное крыло с профилем *NACA 0018*. Аналитически форма этого профиля задается выражением [13]

$$y = \pm 0,9(0,2969\sqrt{x} - 0,126x - 0,3516x^2 + 0,2843x^3 - 0,1015x^4).$$

В соответствии с этой формулой был выполнен шаблон для изготовления крыла. Хорда крыла составляла  $b_a = 0,24$  м, размах —  $l = 1$  м, площадь —  $S = 0,24$  м<sup>2</sup>. Крыло располагалось от одной до другой боковой стенки закрытой рабочей части Т-124 (рис. 1). Оно имело достаточно большое удлинение ( $\lambda \approx 4,2$ ), что позволило надеяться на несущественное влияние неизбежных отрывов потока на концах крыла, вызванных влиянием стенок трубы. Модель была изготовлена из клееного дерева и отшлифована. На крыле не предусматривались турбулизаторы, фиксирующие переход пограничного слоя из ламинарного в турбулентное состояние. Ось вращения модели, которая закреплялась в подшипниковых узлах правой и левой частей динамической установки ОВП-124, проходила по линии четверти хорды крыла.

Все испытания проводились при средней скорости потока в АДТ, равной  $V_0 = 40$  м/с, что соответствует числу Рейнольдса  $Re = 0,65 \cdot 10^6$ , вычисленному по хорде крыла. Величина средней скорости поддерживалась постоянной при изменении загромождения рабочей части АДТ при увеличении и уменьшении угла атаки модели путем корректировки оборотов электродвигателя привода АДТ. Динамические эксперименты с гармоническими колебаниями модели проводились при различных установочных углах атаки —  $\alpha_0 = 0, 10^\circ, 20^\circ$  и  $30^\circ$  — для амплитуды  $\Delta\alpha = 10^\circ$  при частотах колебаний  $f = 0,5, 1,0$  и  $2,0$  Гц, что соответствует безразмерным частотам  $k = fb_a/V_0$  от  $k = 0,003$  до  $k = 0,012$ . Величина безразмерной частоты в данном эксперименте в точности соответствует числу Струхала (критерий подобия по нестационарности). Эксперименты с вынужденными колебаниями меньшей амплитуды ( $\Delta\alpha = 5^\circ$ ) выполнялись при частотах колебаний  $f = 1,0, 1,5, 2,0$  и  $2,5$  Гц. Это соответствует безразмерным частотам от  $k = 0,006$  до  $k = 0,015$ .

## 2. Методика измерений и обработки результатов

Рассмотрим методику измерений вертикальной и горизонтальной составляющих аэродинамических сил и момента тангажа, действующих на модель при статическом эксперименте. В этом виде эксперимента угол атаки выставляется по лимбу вручную и по готовности берется отсчет в течение двух секунд при неподвижно зафиксированной модели. Данные за время отсчета усредняются. Опыты повторяются для ряда запланированных углов атаки. Для исследования возможного гистерезиса аэродинамических характеристик

в заданном диапазоне углов атаки измерения проводятся дважды: при прямом ходе (увеличение угла атаки) и при обратном ходе (уменьшение угла атаки).

При взятии отсчета проводятся измерения показаний всех датчиков установки ОВП-124: угла атаки (поворота) модели  $\alpha$ , вертикальной и горизонтальной составляющих нагрузки в правом узле установки ( $Y_{\text{пр}}$  и  $X_{\text{пр}}$ ), вертикальной и горизонтальной составляющих нагрузки в левом узле установки ( $Y_{\text{л}}$  и  $X_{\text{л}}$ ), силы  $R$  в тяге привода установки, а также скоростного напора трубы. При изменении угла атаки поворачивается модель и левый узел установки с приводом. Это приводит к изменению гравитационных составляющих, измеряемых тензодатчиками. Для исключения этого эффекта до начала эксперимента проводятся измерения при нулевой скорости потока в АДТ, результаты которых (параметрические нули, зависящие от  $\alpha$ ) вычитаются из соответствующих показаний, полученных при наличии потока в АДТ. Баланс сил и моментов в каждый момент времени (рис. 2) приводит к следующим соотношениям для составляющих аэродинамической нагрузки  $X_a$ ,  $Y_a$  и  $M_z$ , действующих на модель:

$$\begin{aligned} X_a &= X_{\text{л}} + X_{\text{пр}} - R \sin \alpha, \\ Y_a &= Y_{\text{л}} + Y_{\text{пр}} + R \cos \alpha, \\ M_z &= -Rr, \end{aligned} \quad (1)$$

здесь  $r$  — плечо тяги привода. Отметим, что на рассматриваемой установке аэродинамические силы и момент измеряются в скоростной системе координат, так как измерительные элементы (тензovesы, расположенные справа и слева) неподвижно связаны с корпусом АДТ. Для получения зависимостей безразмерных коэффициентов аэродинамических характеристик от угла атаки используются формулы

$$c_{y_a}(\alpha) = \frac{Y_a}{qS}, \quad c_{x_a}(\alpha) = -\frac{X_a}{qS}, \quad m_z(\alpha) = \frac{M_z}{qSb_a},$$

где  $c_{y_a}$  — коэффициент подъемной силы,  $c_{x_a}$  — коэффициент силы сопротивления,  $m_z$  — коэффициент момента тангажа,  $q$  — скоростной напор потока трубы.

Для исследования гистерезиса аэродинамических характеристик полезным также бывает проведение измерений при непрерывном медленном (квазистационарном) ходе изменения угла атаки [14]. В нашем случае профиль не фиксировался на конкретных углах атаки, а непрерывно поворачивался от угла атаки  $\alpha = 0$  до угла  $\alpha = 30^\circ$  и обратно до  $\alpha = 0$ . Измерения проводились непрерывно в течении 25–30 секунд. Участки изменения

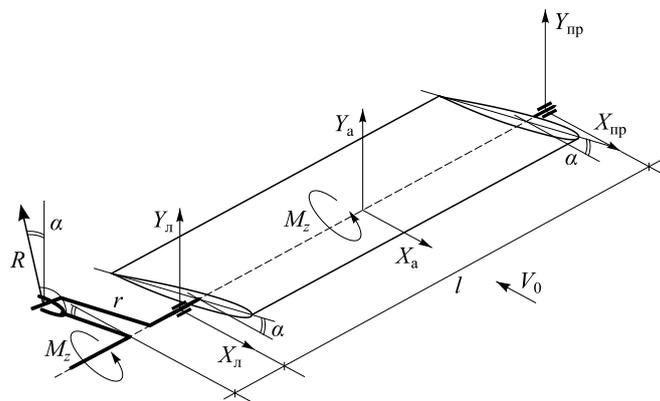


Рис. 2. Схема измерения аэродинамических нагрузок в эксперименте.

угла атаки занимали примерно по 10 секунд, остальное время — это «полочки» при минимальном и максимальном углах атаки. Согласно методике, перед экспериментом в потоке проводится аналогичный эксперимент в отсутствие потока для исключения гравитационных составляющих. Обработка результатов измерений в каждой точке этого эксперимента была такой же, как обработка результатов эксперимента в статике. Экспериментальные шумы можно профильтровать с помощью не сдвигающего сигнал по фазе фильтра низких частот, например, Баттерфорда [14].

Основным назначением динамической установки ОВП-124 является исследование нестационарных аэродинамических характеристик при вынужденных гармонических колебаниях модели с различными частотами и амплитудами. При этом мгновенный угол атаки изменяется по закону

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(\omega t), \quad (2)$$

где  $\alpha_0$  — установочный угол атаки, относительно которого совершаются колебания модели,  $\Delta\alpha$  — амплитуда вынужденных колебаний модели,  $\omega = 2\pi f$  — круговая частота колебаний. Методика проведения такого эксперимента с большими и малыми амплитудами на рассматриваемой динамической установке примерно одинакова и заключается в следующем. Ось модели вращается в подшипниках правого и левого узлов установки. Колебания модели по тангажу передаются от электродвигателя с помощью рычага с плечом  $r$  через тензометрический датчик. Как и в статических экспериментах при вынужденных колебаниях проводятся измерения показаний всех тензодатчиков и мгновенных значений угла атаки. Время отсчета составляет 8–16 полных периодов колебаний модели, частота сбора данных  $f_0 = 300$  Гц. Эксперименты повторяются при отсутствии потока в АДТ и при его наличии. По результатам эксперимента без потока строится математическая модель гравитационных и инерционных составляющих нагрузки, действующей на модель без потока, и находятся соответствующие параметры математических моделей. Затем из результатов эксперимента в потоке АДТ вычитаются гравитационные и инерционные составляющие и находятся «чистые» аэродинамические нагрузки. С использованием формул (1), также как и в стационарном случае, вычисляются составляющие аэродинамической силы и момента  $Y_a(t)$ ,  $X_a(t)$  и  $M_z(t)$  в зависимости от времени.

Эти зависимости от времени обрабатываются по-разному для случаев колебаний с большими и малыми амплитудами. Дело в том, что эксперименты с амплитудой  $\Delta\alpha = 10^\circ$  и больше предназначены для исследования динамических гистерезисов аэродинамических характеристик, связанных с запаздыванием развития отрывного обтекания и обратного восстановления безотрывного течения. Эксперименты же с амплитудой колебаний  $\Delta\alpha = 3^\circ - 5^\circ$  предполагают линеаризацию математических моделей неустановившихся течений на основе вращательных и нестационарных аэродинамических производных. Например, для коэффициентов  $c_{y_a}(t)$  и  $m_z(t)$  предполагаются справедливыми выражения

$$\begin{aligned} c_{y_a}(t) &= c_{y_0} + c_y^\alpha (\alpha - \alpha_0) + (c_y^{\bar{\omega}_z} + c_y^{\bar{\alpha}}) \omega_z \frac{b_a}{V_0}, \\ m_z(t) &= m_{z_0} + m_z^\alpha (\alpha - \alpha_0) + (m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}}) \omega_z \frac{b_a}{V_0}, \end{aligned} \quad (3)$$

здесь  $\omega_z$  — угловая скорость тангажа и  $\bar{\omega}_z = \omega_z \frac{b_a}{V_0}$  — её безразмерное значение. Целью динамического эксперимента с вынужденными колебаниями малой амплитуды является нахождение комплексов вращательных и нестационарных производных  $c_y^{\bar{\omega}_z} + c_y^{\bar{\alpha}}$ ,  $m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}}$ , определяющих продольное демпфирование модели. Если в случае колебаний с большими амплитудами обработка эксперимента состоит из фильтрации упругих и электрических шумов и получения одного среднего по фазе периода колебаний из записанных

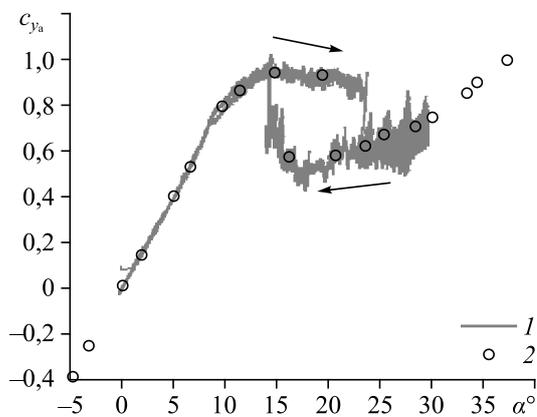
Рис. 3. Результаты измерения аэродинамических нагрузок при квазистационарном увеличении и уменьшении угла атаки.

в эксперименте 16-и периодов [15], то при обработке колебаний с малой амплитудой для нахождения комплексов вращательных и нестационарных производных используется обычно метод линейной регрессии [16].

### 3. Результаты статических и квазистационарных экспериментов

Обратимся к анализу результатов, полученных для профиля NASA 0018 при статических и квазистационарных испытаниях. На рис. 3 представлены результаты квазистатического эксперимента при непрерывном увеличении угла атаки от 0 до 30° с последующим его уменьшением опять до 0. На верхнем графике рис. 3 приведена зависимость изменения угла атаки от времени  $\alpha(t)$ . Остальные графики показывают соответствующие измеренные зависимости  $c_{y_a}(t)$ ,  $c_{x_a}(t)$  и  $m_z(t)$ . Тонким сплошным линиям соответствуют результаты обработки без фильтрации. Толстыми пунктирными линиями показаны результаты после дополнительной фильтрации данных с помощью цифрового фильтра низких частот Баттерфорда 6-го порядка с частотой среза  $f_c = 5$  Гц [11]. Следует отметить скачкообразное развитие отрыва потока при увеличении угла атаки в районе 9-й секунды эксперимента, приводящее к скачкам в зависимостях  $c_{y_a}(t)$ ,  $c_{x_a}(t)$  и  $m_z(t)$ , причем уровень шумов для сорванного потока существенно выше. На обратном ходе при уменьшении угла атаки безотрывное обтекание восстанавливается в районе  $t = 17,5$  с. Это опять происходит со скачками в зависимостях  $c_{y_a}(t)$ ,  $c_{x_a}(t)$  и  $m_z(t)$ . Уровень тряски модели после восстановления безотрывного обтекания сразу же уменьшается. Отрыв потока и восстановление безотрывного обтекания происходят при различных значениях угла атаки.

Аналогичные эксперименты с измерением аэродинамических нагрузок при увеличении и уменьшении угла атаки выполнялись при использовании обычной методики статических испытаний. Напомним, что в этом случае все измерения (взятие каждого отсчета) проводятся на неподвижной модели. На рис. 4 представлены результаты сравнения зависимости  $c_{y_a}(\alpha)$ , полученной при прямом и обратном ходе изменения угла атаки в квазистатике (1) и статике (2). Видно, что скачкообразное развитие отрывного обтекания на прямом ходе происходит



в квазистатике (1) и статике (2). Видно, что скачкообразное развитие отрывного обтекания на прямом ходе происходит

Рис. 4. Сравнение стационарной зависимости коэффициента подъемной силы при прямом и обратном ходе изменения угла атаки с соответствующими квазистационарными измерениями. Профиль NASA 0018  $Re = 0,7 \cdot 10^6$ ; 1 —  $C_{y_a}$  при прямом и обратном ходе измерений угла атаки при квазистатике, 2 —  $C_{y_a}$  в статике.

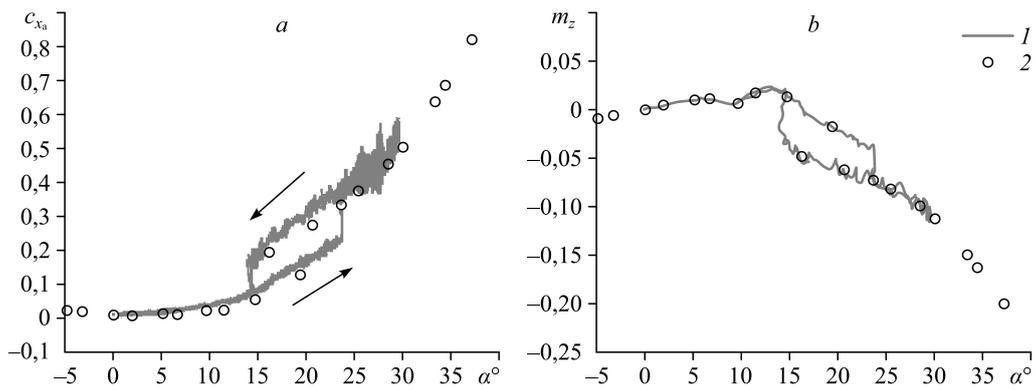


Рис. 5. Аэродинамический гистерезис в зависимостях  $c_{x_a}(\alpha)$  (a) и  $m_z(\alpha)$  (b) при прямом и обратном ходе изменения угла атаки. Профиль NACA 0018  $Re = 0,7 \cdot 10^6$  при квазистатике (1) и в статике (2) для  $c_{x_a}$  (a) и  $m_z$  (b).

при угле атаки  $\alpha \approx 24^\circ$ . Восстановление безотрывного обтекания наблюдается на обратном ходе при  $\alpha \approx 14^\circ$ . За пределами области гистерезиса аэродинамических характеристик ( $\alpha \approx 14\text{--}24^\circ$ ) зависимости квазистационарного эксперимента для прямого и обратного ходов совпадают друг с другом. Данные стационарного эксперимента подтверждают картину гистерезисной зависимости  $c_{y_a}(\alpha)$ , полученную при квазистационарных испытаниях.

На следующем рисунке показаны аналогичные результаты для коэффициентов  $c_{x_a}$  (рис. 5a) и  $m_z$  (рис. 5b). Полученные данные свидетельствуют о том, что наблюдающийся на профиле NACA 0018 статический гистерезис, связанный с развитием отрывного обтекания при увеличении угла атаки и восстановлением безотрывного обтекания при уменьшении угла атаки, проявляется в зависимостях всех аэродинамических коэффициентов. В диапазоне углов атаки  $\alpha = 14^\circ\text{--}24^\circ$  существуют неединственные структуры отрывного обтекания, которые реализуются в зависимости от предыстории движения.

#### 4. Результаты динамических экспериментов

Обратимся к анализу результатов для нестационарных аэродинамических характеристик, полученных при вынужденных колебаниях модели по тангажу. Сначала рассмотрим результаты вынужденных колебаний с большой амплитудой ( $\Delta\alpha \approx 10^\circ$ ). На рис. 6 приведены данные, полученные при колебаниях около средних углов атаки  $\alpha_0 = 0, 10^\circ, 20^\circ$  и

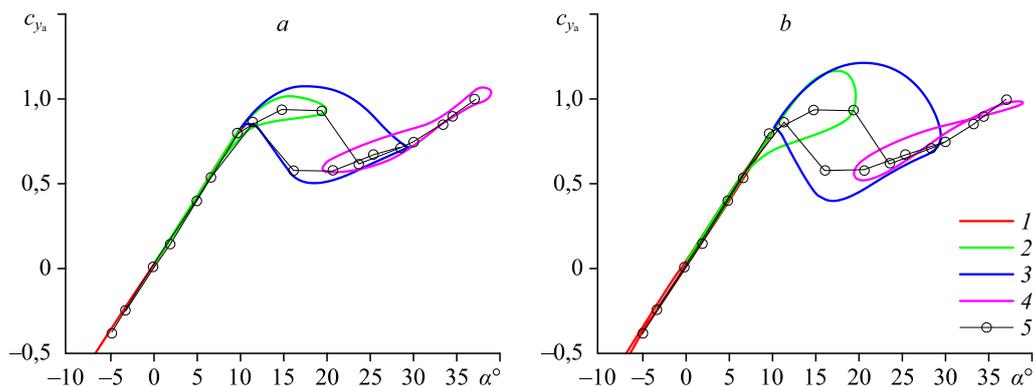


Рис. 6. Результаты для динамических зависимостей коэффициента  $c_{y_a}$  при колебаниях профиля по углу атаки  $\alpha_0 = 0$  (1),  $10^\circ$  (2),  $20^\circ$  (3),  $30^\circ$  (4) с большой амплитудой с  $f = 0,5$  (a),  $2,0$  (b) Гц.  $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(2\pi ft)$ ,  $V = 40$  м/с; 5 — данные статических измерений при  $\alpha = -5^\circ\text{--}35^\circ$ .

$30^\circ$  с частотой 0,5 Гц (рис. 6а), и для аналогичных колебаний с частотой 2,0 Гц (рис. 6б). Для вынужденных движений с большой амплитудой для каждого  $\alpha_0$  показан в результате один средний период колебаний. Там же линиями с маркерами изображены данные статических измерений, полученные при увеличении и уменьшении угла атаки со статическим гистерезисом в диапазоне углов атаки  $\alpha = 14^\circ - 24^\circ$ . Результаты, полученные при колебаниях относительно  $\alpha_0 = 0$  для обеих частот, лежат вблизи соответствующих статических зависимостей. В результатах колебаний около  $\alpha_0 = 10^\circ$  динамические эффекты запаздывания становятся заметными, когда профиль движется по верхней ветви петли гистерезиса. При колебаниях около  $\alpha_0 = 20^\circ$  динамическая зависимость  $c_{y_a}(\alpha)$  охватывает петлю статического гистерезиса, вследствие чего наблюдается соответствующий динамический гистерезис. Эффекты запаздывания увеличиваются с ростом частоты колебаний модели. Следует отметить, что на прямом ходе при увеличении угла атаки (развитии отрывного обтекания) они более значительны по сравнению с эффектами при обратном ходе и, соответственно, уменьшении угла атаки (восстановлении безотрывного обтекания). Наконец, при колебаниях около  $\alpha_0 = 30^\circ$  вся зависимость  $c_{y_a}(\alpha)$  лежит на нижней ветви статического гистерезиса. Динамические эффекты здесь не очень значительны.

Как было указано выше, результаты, полученные при вынужденных колебаниях модели профиля с амплитудой  $\Delta\alpha \approx 5^\circ$  относительно средних углов атаки  $\alpha_0$  в диапазоне  $0 - 34^\circ$ , моделировались с помощью линейной математической модели (3). При этом аэродинамические производные и их комплексы могут быть определены методом линейной регрессии [16]:  $c_y^\alpha$ ,  $c_{y_z}^{\bar{\omega}_z} + c_{y_z}^{\bar{\alpha}}$ ,  $m_z^\alpha$ ,  $m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}}$ . Эксперименты проводились при различных частотах колебаний модели. На рис. 7 представлены результаты измерения производных  $c_y^\alpha$  и  $c_{y_z}^{\bar{\omega}_z} + c_{y_z}^{\bar{\alpha}}$  для различных частот колебаний (им соответствуют разные маркеры) в зависимости от угла атаки. На рис. 8 аналогичные результаты показаны для измеренных производных момента тангажа  $m_z^\alpha$  и  $m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}}$ . Видно, что полученные производные практически не меняются при изменении частоты колебаний модели. Комплекс производных  $m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}}$  отвечает за демпфирование движений по тангажу. Если его значение

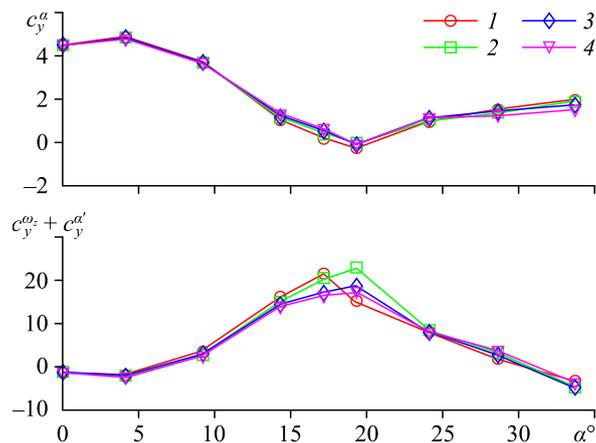


Рис. 7. Результаты измерения динамических производных коэффициента  $c_{y_a}$  по вынужденным колебаниям по тангажу с малой амплитудой и различными частотами.  $f = 1$  (1), 1,5 (2), 2 (3), 2,5 (4) Гц при  $V = 40$  м/с.

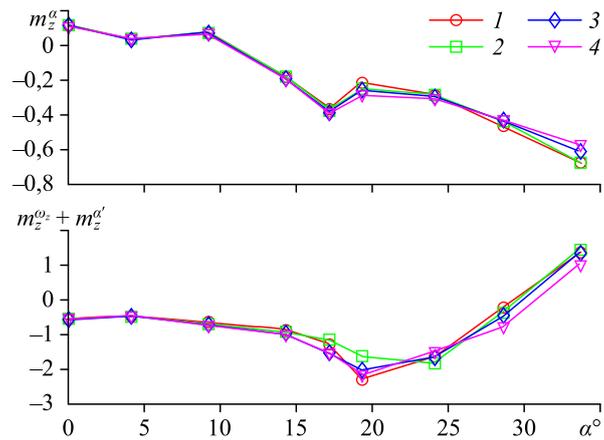


Рис. 8. Результаты измерения динамических производных коэффициента  $m_z$  при вынужденных колебаниях по тангажу с малой амплитудой и различными частотами.  $f = 1$  (1), 1,5 (2), 2 (3), 2,5 (4) Гц при  $V = 40$  м/с.

отрицательно, продольные колебания затухают. Если комплекс  $m_z^{\bar{\omega}} + m_z^{\bar{\alpha}}$  становится положительным, динамическая устойчивость модели теряется и возможно развитие автоколебаний. В случае рассматриваемого профиля следует отметить, что модель устойчива до углов атаки  $30^\circ$ . При больших углах атаки продольное движение модели неустойчиво. Измеренная зависимость динамических производных момента тангажа от частоты не очень существенна. Это, по-видимому, связано с тем, что при колебаниях с небольшой амплитудой  $5^\circ$  для зависимости статического гистерезиса с наблюдаемой в эксперименте шириной получаемые динамические зависимости не могут охватить всю петлю гистерезиса, а будут лежать на верхней или нижней ее ветви.

## 5. Математическое моделирование явления гистерезиса

Перейдем к анализу физических причин возникновения гистерезиса аэродинамических характеристик, а также к вопросу математического моделирования этих характеристик в задачах динамики.

Исходя из данных работ [17, 18] и других можно утверждать, что отрыв турбулентного пограничного слоя и срыв потока с передней кромки могут быть трехмерными даже при двумерной постановке эксперимента. Поэтому последующие рассуждения об обтекании крыла постоянного профиля, расположенного от стенки до стенки рабочей части АДТ квадратного сечения, в рамках двумерной парадигмы нужно понимать в некотором осредненном смысле.

Исходя из анализа экспериментальных данных, полученных в настоящей работе, а также из результатов исследований, кратко проанализированных во введении, можно утверждать, что на малых углах атаки наблюдается обтекание профиля NACA 0018 с образованием ламинарного отрывного пузыря и ламинарно-турбулентного перехода. Схематически картины течения и гистерезисная зависимость  $c_{y_a}(\alpha)$  представлены на рис. 9. Видно, что выше точки А по мере роста угла атаки развивается отрыв турбулентного пограничного слоя в районе задней кромки (верхняя ветвь гистерезиса между точками А и В). По мере роста угла атаки отрыв потока сдвигается в сторону передней кромки. В точке В наблюдается образование глобального отрыва потока с началом вблизи носика профиля. Топологически такая же картина сохраняется при обтекании профиля на всей нижней ветви гистерезиса правее точки В. При уменьшении угла атаки происходит постепенное

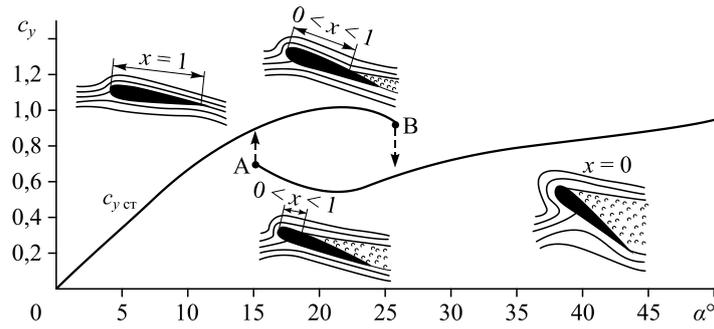


Рис. 9. Схемы обтекания профиля при гистерезисе.

уменьшение отрывной турбулентной зоны, но начало зоны отрыва потока остается пока в районе передней кромки. При достижении точки А на обратном ходе уменьшения угла атаки зона отрыва потока скачком схлопывается. Дальнейшее уменьшение угла атаки приводит к восстановлению безотрывного обтекания. Таким образом, гистерезис аэродинамических характеристик при обтекании профиля NACA 0018 для заданного числа Рейнольдса  $Re = 0,65 \cdot 10^6$  связан с существованием в статических условиях в определенном диапазоне углов атаки двух устойчивых структур отрывного обтекания и их трансформациями при изменении угла  $\alpha$  набегающего потока.

В работе [19] была рассмотрена в линеаризованной постановке задача о влиянии отрыва потока на верхней поверхности профиля на его аэродинамические характеристики. В такой постановке отрыв потока моделируется бесконечной зоной постоянного давления Кирхгофа, начинающейся в точке  $x_s$  на верхней поверхности профиля. Считается, что отрыв на профиле первоначально начинается с задней кромки ( $x_s = 1$ ) и по мере роста угла атаки стремится к передней кромке ( $x_s = 0$ ). В линеаризованной постановке все граничные условия сносятся на ось, что приводит после конформного преобразования к краевой задаче для полуплоскости из теории функции комплексного переменного. Её решение стандартными методами приводит к формуле, явно описывающей влияние положения точки начала отрыва потока на аэродинамические нагрузки профиля. В частности, для коэффициента подъемной силы получено

$$c_{y_a} = \frac{\pi}{2} \alpha (1 + \sqrt{x_s})^2.$$

При безотрывном обтекании ( $x_s = 1$ ) эта формула приводит к хорошо известному из теории тонкого профиля выражению  $c_{y_a} = 2\pi\alpha$ . Исходя из этого, можно предложить формулу для аппроксимации экспериментальных результатов в диапазоне углов атаки  $\alpha = 0 - 30^\circ$  достаточно толстого симметричного профиля:

$$c_y = c_y^\alpha \sin \alpha \frac{(1 + \sqrt{x_s})^2}{4}. \quad (4)$$

Если экспериментальная зависимость для профиля  $c_{y_a}(\alpha)$  в некотором идеализированном приближении известна, то с помощью формулы, получаемой из (4)

$$x_s = \left( 2 \sqrt{\frac{c_y(\alpha)}{c_y^\alpha \sin \alpha}} - 1 \right)^2, \quad (5)$$

можно оценить зависимость от угла атаки положения точки отрыва на верхней поверхности профиля  $x_s(\alpha)$ . Очевидно, что наличие гистерезиса в зависимости  $c_{y_a}(\alpha)$  приводит к существованию гистерезиса и в зависимости  $x_s(\alpha)$ . На рис. 10а сплошными линиями

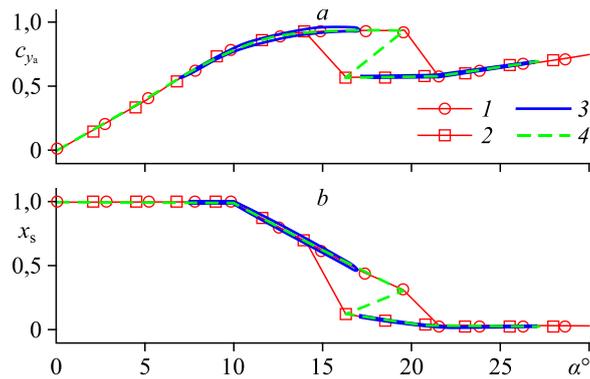


Рис. 10. Результаты математического моделирования при медленных квазистатических движениях без охвата петли гистерезиса для коэффициента  $c_{y_a}$  (a) и для внутренней переменной  $x_s$  (b).

Статические зависимости для прямого и обратного хода при  $\alpha' > 0$  (1) и  $\alpha' < 0$  (2), результаты стационарной математической модели (3) и данные по внутренней переменной математической модели  $x_d$  (4); профиль NACA 0018,  $V = 40$  м/с.

с маркерами показаны статические зависимости  $c_{y_a}(\alpha)$  для прямого и обратного хода. Прямому и обратному ходу соответствуют разные маркеры. На графиках рис. 10b показаны результаты для  $x_s(\alpha)$ , полученные с помощью формулы (5), также для прямого и обратного хода изменения угла атаки. Если статическая функция  $x_s = F_0(\alpha)$  однозначна, то для математического моделирования зависимости коэффициента подъемной силы при произвольном неустановившемся движении по  $\alpha$  согласно [10, 11] следует использовать формулу (4), в которую вместо статических значений  $\alpha$  и  $x_s$  входят мгновенные угол атаки и динамическое положение точки отрыва на профиле, которое находится из решения дифференциального уравнения

$$\tau_1 \frac{dx_d}{dt} + x_d = F_0(\alpha - \tau_2 \dot{\alpha}), \quad (6)$$

где  $\tau_1$  и  $\tau_2$  — характерные времена запаздывания,  $x_d$  — динамическое положение точки отрыва на профиле. Характерные постоянные времени имеют собственный физический смысл [11] и идентифицируются по результатам динамического эксперимента на больших углах атаки. При малых значениях времен запаздывания формула (6) переходит в стационарную математическую модель. Предложенный подход показал свою эффективность в ряде задач математического моделирования аэродинамических характеристик на больших углах атаки при неустановившемся движении [11, 12].

Следует однако отметить, что внутренняя переменная математической модели  $x_d$  является ненаблюдаемой. Это некий виртуальный параметр, соотношение которого с реальной областью отрыва потока на трехмерном крыле требует дополнительных исследований. Данная математическая модель развита для двумерного профиля. Применение ее на практике возможно только в некотором идеализированном усредненном приближении. В случае наличия гистерезиса описанный подход также неприменим и в двухмерном случае из-за неоднозначности функции  $x_s = F_0(\alpha)$ . Возьмем в рассмотрение обратную функцию  $\alpha_s = F_0^{-1}(x)$ . Вследствие однозначности этой функции ее можно приблизить кусочно-линейной функцией (пунктирные линии на рис. 10). Тогда для описания динамического положения точки отрыва на профиле можно использовать дифференциальное уравнение

$$\tau \frac{dx_d}{dt} = F_0^{-1}(x_d) - \alpha(t), \quad (7)$$

где  $\tau$  — характерное время развития отрыва потока,  $\alpha(t)$  — текущий угол атаки. Логически выбор структуры уравнения (7) позволяет пояснить тот факт, что при малых значениях постоянной времени  $\tau$  это уравнение принимает вид  $F_0^{-1}(x_d) - \alpha(t) \approx 0$ , откуда следует, что в квазистатике  $x_s = F_0(\alpha)$ . То есть при медленном движении модели вдали от точек бифуркации гистерезиса точка отрыва будет двигаться вдоль соответствующей квазистатической зависимости. Например, на графике рис. 10*b* показаны зависимости от угла атаки  $x_s = F_0(\alpha)$  при текущем медленном изменении угла атак, описываемом формулами  $\alpha(t) = 12^\circ + 5^\circ \sin(2\pi ft)$  и  $\alpha(t) = 22^\circ + 5^\circ \sin(2\pi ft)$  для значения частоты  $f = 0,25$  Гц. На рис. 10*a*) показаны соответствующие зависимости  $c_{y_a}(\alpha)$ . Видно, что подъемная сила также близка к соответствующим квазистационарным зависимостям.

При гармонических движениях  $\alpha(t) = 17^\circ + 5^\circ \sin(2\pi ft)$  образующаяся петля охватывает петлю гистерезиса и происходят две бифуркации: в точке развития отрывного обтекания и в точке восстановления безотрывного. Соответствующее решение дифференциального уравнения (7) при значении  $\tau = 0,5$  с показано на рис. 11*a*. Гистерезис в положении координаты отрыва потока пересчитывается также в гистерезис коэффициента подъемной силы. Получаемый гистерезис зависимости  $c_{y_a}(\alpha)$  близок к экспериментальному (рис. 11*b*). В районе точек бифуркации наблюдаются переходные процессы с заданной характерной постоянной времени. Таким образом, предлагаемая нелинейная математическая модель качественно и количественно правильно описывает наблюдаемый гистерезис аэродинамических характеристик при квазистационарном изменении угла атаки.

При более быстрых движениях в математической модели аэродинамических коэффициентов кроме нелинейного явления гистерезиса следует учесть еще линейные добавки, обусловленные комплексами вращательных и нестационарных производных  $c_{y_a}^{\bar{\omega}_z} + c_{y_a}^{\bar{\alpha}}$  и  $m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}}$ , зависимости которых от угла атаки также были измерены в представленном эксперименте. Чтобы изучить вклад этих линейных добавок, было промоделировано гармоническое движение профиля  $\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(2\pi ft)$  с амплитудой  $\Delta\alpha = 5^\circ$  с частотами  $f = 0,5$  Гц и  $f = 2,0$  Гц для движений без охвата петли гистерезиса ( $\alpha_0 = 12^\circ$  и

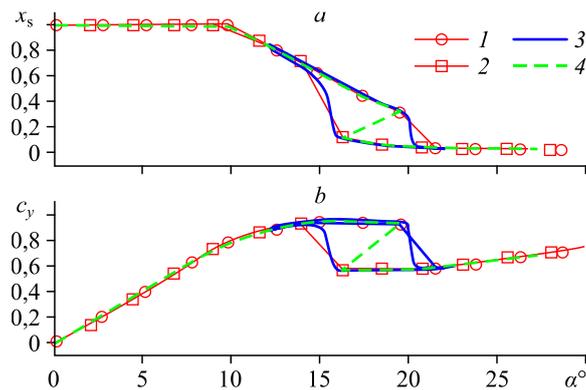


Рис. 11. Результаты математического моделирования при медленных квазистатических движениях с охватом петли гистерезиса для внутренней переменной  $x_s$  (а) и для коэффициента  $c_{y_a}$  (б).

Обозначения см. на рис. 10.

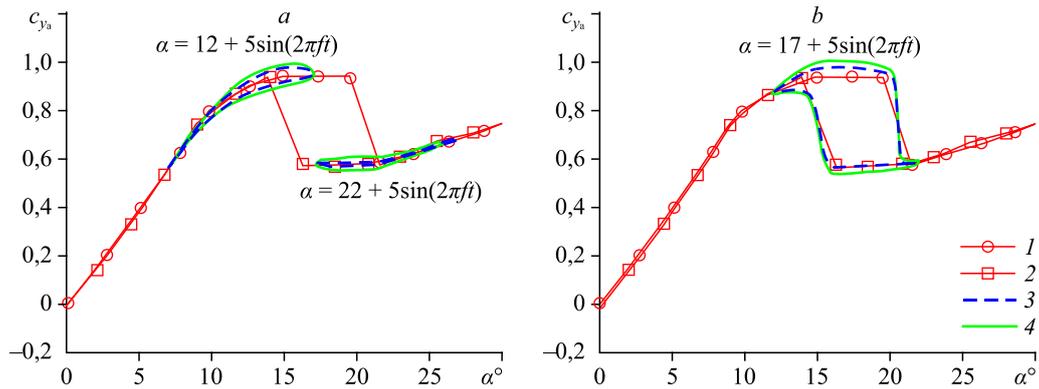


Рис. 12. Результаты математического моделирования при движениях с частотой  $f=0,5$  Гц без охвата петли гистерезиса (а) и с охватом петли гистерезиса (б).

Статические зависимости для прямого и обратного хода при  $\alpha' > 0$  (1) и  $\alpha' < 0$  (2), результаты математического моделирования без линейных добавок (3) и с ними (4); профиль NASA 0018,  $V=40$  м/с.

$\alpha_0 = 22^\circ$ ) и с ее охватом ( $\alpha_0 = 17^\circ$ ). На рис. 12 и 13 представлены результаты математического моделирования для коэффициента подъемной силы при колебаниях с малой  $f=0,5$  Гц (рис. 12) и большой  $f=2,0$  Гц частотами (рис. 13) соответственно. На графиках сплошными линиями с маркерами показаны статические экспериментальные результаты, пунктирными линиями — результаты нелинейного квазистатического моделирования на основе решения дифференциального уравнения (7) и сплошными линиями без маркеров представлены результаты полного математического моделирования с учетом линейных добавок по угловой скорости тангажа. Видно, что при малых частотах колебаний профиля линейный вклад не очень существен. При больших частотах линейная составляющая от угловой скорости достаточно заметна и обязательно должна учитываться при математическом моделировании.

### Заключение

Рассмотрены результаты экспериментального исследования гистерезиса аэродинамических характеристик профиля NASA 0018 в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-124 ЦАГИ. Опыты выполнялись на динамической установке ОВП-124 при прямом и обратном ходе изменения угла атаки в статических условиях, при квазистационарном непрерывном изменении угла атаки, а также при вынужденных колебаниях по тангажу

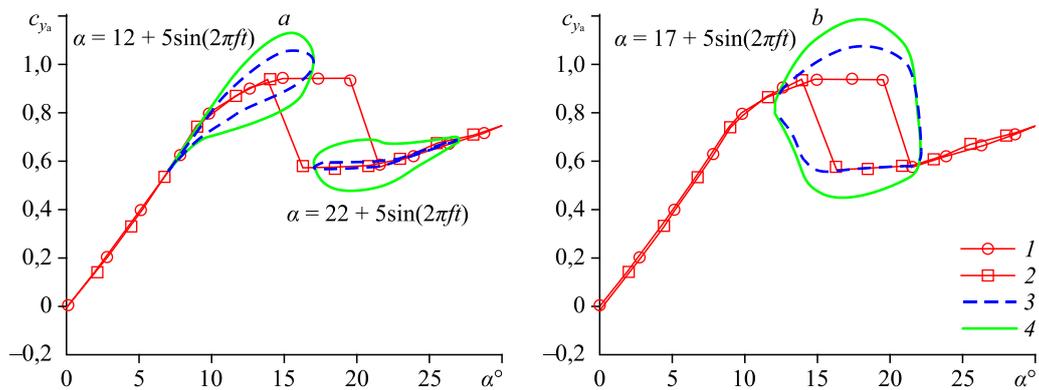


Рис. 13. Результаты математического моделирования при движениях с частотой  $f=2,0$  Гц без охвата петли гистерезиса (а) и с охватом петли гистерезиса (б).

Обозначения см. на рис. 12.

с большими и малыми амплитудами с различными частотами. В экспериментах, проведенных по статической и квазистатической методикам, а также при вынужденных колебаниях с большой амплитудой, наблюдается гистерезис аэродинамических характеристик, связанный с существованием неединственных структур отрывного обтекания профиля. Неединственные структуры отрывного обтекания различаются координатой начала отрыва потока на верхней поверхности профиля. На основании полученных экспериментальных данных предложен новый метод математического моделирования коэффициента подъемной силы профиля при произвольном неустановившемся движении на режимах обтекания с гистерезисом.

Авторы выражают признательность сотрудникам ЦАГИ: А.Н. Жуку, принявшему на себя основной труд проектирования и изготовления динамической установки ОВП-124, а также Д.В. Шуховцову, Т.И. Трифионовой и С.В. Свергуну за помощь в подготовке и проведении экспериментов.

### Список литературы

1. Курьянов А.И., Столяров Г.И., Штейнберг Р.И. О гистерезисе аэродинамических характеристик // Уч. зап. ЦАГИ, 1979. Т. 10, № 3. С. 12–15.
2. Гужавин А.И., Коробов Я.П. О гистерезисе сверхзвуковых отрывных течений // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 2. С. 116–125.
3. Jacobs E.N. The aerodynamic characteristics of eight very thick airfoils from tests in the variable density wind tunnel // NASA Report No. 391. 1932. 12 p.
4. Жук А.Н., Колинько К.А., Миатов О.Л., Храбров А.Н. Экспериментальные исследования нестационарных аэродинамических характеристик изолированных крыльев в условиях срыва потока // Препринт ЦАГИ. 1997. № 86. С. 1–56.
5. Hoffmann J.A. Effects of freestream turbulence on the performance characteristics of an airfoil // AIAA J. 1991. Vol. 29, No. 9. P. 1353–1354.
6. Williams D.R., Reissner F., Greenblatt D., Muller-Vahl H., Strangfeld C. Modeling lift hysteresis on pitching airfoils with a modified Goman-Khrabrov model // AIAA J. 2017. Vol. 55, No. 2. P. 403–409.
7. Yang Z., Igarashi H., Martin M., Hu H. An experimental investigation on aerodynamic hysteresis of a low-Reynolds number airfoil // AIAA Paper. 2008. No. 2008–315. P. 1–11.
8. Mittal S., Saxena P. Prediction of hysteresis associated with the static stall of an airfoil // AIAA J. 2000. Vol. 38, No. 5. P. 933–935.
9. Serez M., Abramov N., Goman M. Prediction of static aerodynamic hysteresis on a thin airfoil using OpenFOAM // J. Aircraft. 2021. Vol. 58, No. 2. P. 374–392.
10. Гоман М.Г. Математическое описание аэродинамических сил и моментов на неустановившихся режимах обтекания с неединственной структурой // Тр. ЦАГИ. 1983. Вып. 2195. 21 с.
11. Goman M., Khrabrov A. State-space representation of aerodynamic characteristics of an aircraft at high angles of attack // J. Aircraft. 1994. Vol. 31, No. 5. P. 1109–1115.
12. Abramov N.B., Goman M.G., Khrabrov A.N., Kolinko K.A. Simple wings unsteady aerodynamics at high angles of attack: experimental and modeling results // AIAA Paper. 1999. No. 299–4013.
13. Jacobs E.N., Ward K.E., Pinkerton R. The characteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable-density wind tunnel // NASA Report No. 460. 1933. 58 p.
14. Жук А.Н., Колинько К.А., Миатов О.Л., Храбров А.Н. Исследование нелинейных аэродинамических характеристик при непрерывном движении треугольного крыла // Уч. зап. ЦАГИ. 2004. Т. XXXV, № 1–2. С. 32–38.
15. Жук А.Н., Колинько К.А., Миатов О.Л., Храбров А.Н. Методика исследования нестационарных аэродинамических характеристик на режимах отрывного обтекания при колебаниях с большими амплитудами // Уч. зап. ЦАГИ. 1996. Т. XXVII, № 3–4. С. 51–58.
16. Беговиц В.Н., Колинько К.А., Миатов О.Л., Храбров А.Н. Использование метода линейной регрессии для обработки данных нестационарного аэродинамического эксперимента // Уч. зап. ЦАГИ. 1996. Т. XXVII, № 3–4. С. 30–38.
17. Колмаков Ю.А., Рыжов Ю.А., Столяров Г.И., Табачников В.Г. Исследование структуры обтекания прямоугольного крыла  $\lambda = 5$  на больших углах атаки // Тр. ЦАГИ. 1985. Вып. 2290. С. 84–89.
18. Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В. Возникновение турбулентности в пристеночных течениях. Новосибирск: Наука, 1999. 328 с.
19. Khrabrov A., OI M. Effects of flow separation on aerodynamic loads in linearized thin airfoil theory / J. Aircraft. 2004. Vol. 41, No. 4. P. 944–948.

*Статья поступила в редакцию 8 июля 2021 г.,  
после доработки — 25 сентября 2021 г.,  
принята к публикации 20 октября 2021 г.*