

**ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В СИСТЕМЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЦИЛИНДРОВ, РАСПОЛОЖЕННЫХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО ПОТОКУ, ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА**

*А. А. Кириш, Н. А. Фукс (Москва)*

Изучение поля течения жидкости в системе параллельных круговых цилиндров, расположенных перпендикулярно потоку, при малых числах Рейнольдса представляет интерес для теории фильтрации через волокнистые фильтры. В литературе известны лишь теоретические работы. Кувабарой [1] выведено следующее выражение для функции тока в такой системе

$$\psi(r, \theta) = \frac{U_0 \sin \theta}{2} \left[ -\frac{\ln \alpha}{2} + \alpha - \frac{\alpha^2}{4} - 0.75 \right]^{-1} \left\{ \left(1 - \frac{r\alpha}{2}\right) \frac{1}{r} - (1 - \alpha)r + 2r \ln r - \frac{\alpha r^3}{2} \right\} \quad (1)$$

Здесь  $r, \theta$  — безразмерные полярные координаты, отнесенные к радиусу цилиндра, с началом координат, расположенным на оси цилиндра;  $U_0$  — скорость набегающего на систему потока;  $\alpha$  — доля объема, занимаемая цилиндрами, равная  $\pi a^2 n$ , где  $n$  — число цилиндров, приходящееся на  $1 \text{ см}^2$  поперечного сечения системы. В выводе формулы Кувабара принял, что система цилиндров движется с постоянной скоростью  $U_0$  в неподвижной жидкости, и соответственно поставил граничные условия на поверхности цилиндров. Далее он принял, что на поверхности коаксиальных с цилиндрами цилиндрических оболочек (с радиусом  $b$ , при котором  $\pi b^2 n = 1$ , т. е. объем оболочки равен среднему объему, приходящемуся на долю каждого цилиндра), скорость течения и ее вихрь равны нулю. Это граничное условие делает возможным решение задачи, но вносит в него неточность, возрастающую с увеличением расстояния от поверхности цилиндра.

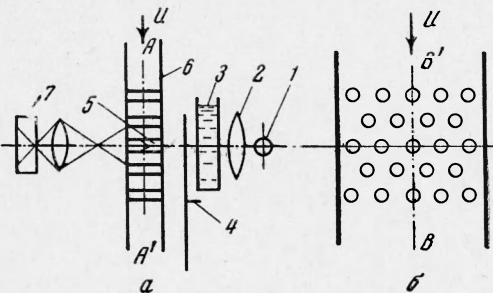
В сходном выводе Хашеля [2] принято, что на поверхности упомянутых оболочек радиальная составляющая скорости течения и вязкие напряжения равны нулю. В этом случае для функции тока получается выражение:

$$\psi(r, \theta) = \frac{U_0 \sin \theta}{2} \left[ -\frac{\ln \alpha}{2} + \frac{\alpha^2}{2(1 + \alpha^2)} - 0.5 \right]^{-1} \left\{ \frac{1}{(1 + \alpha^2)r} - \frac{(1 - \alpha^2)r}{1 + \alpha^2} + 2r \ln r - \frac{\alpha^2 r^3}{1 + \alpha^2} \right\} \quad (2)$$

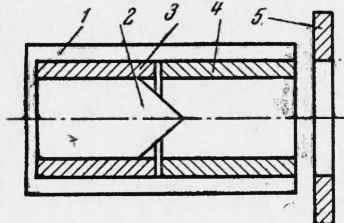
Сказанное выше о точности формулы Кувабары относится, конечно, и к формуле (2), и отдать предпочтение одной из этих формул на основании теоретических соображений весьма трудно. Заметим, что линии тока, вычерченные по формулам (1) и (2), практически совпадают, однако вычисленные по этим формулам скорости течения заметно различаются вследствие различия в величине выражений, заключенных в квадратные скобки. Для решения этого вопроса, а также для выяснения области применимости формул была поставлена экспериментальная работа, результаты которой изложены ниже.

Для визуализации двумерного течения обычно фотографируют траектории частиц, плавающих на поверхности текущей жидкости. Однако при определении траекторий проходящих очень близко к поверхности цилиндров, возникают трудности, связанные с искажением течения мениском жидкости. Поэтому нами измерялись траектории частиц, взвешенных внутри жидкости и движущихся в медианной плоскости плоско-параллельной кюветки.

Схема установки показана на фиг. 1, а, расположение цилиндров — на фиг. 1 б. Свет ртутной лампы ДРШ-250 I проходит через систему кварцевых линз 2, тепловой фильтр 3 и обтюратор 4, фокусируется на коническом зеркале с углом раствора  $90^\circ$ , находящимся внутри полого центрального цилиндра 5, отражается под прямым углом и освещает частицы, взвешенные в текущей сверху вниз через кюветку с прозрачными



Фиг. 1

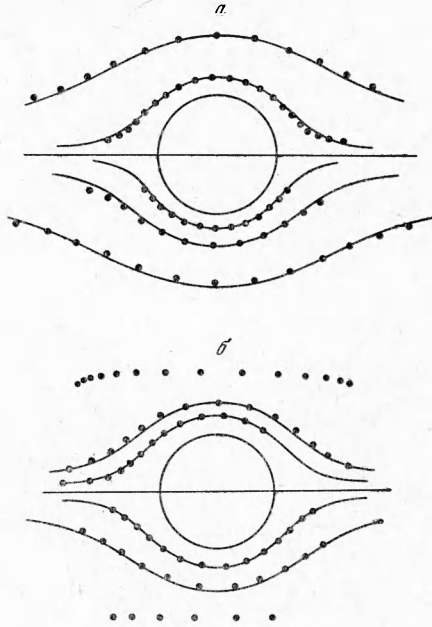


Фиг. 2

стенками 6 жидкости. Частицы и профиль центрального цилиндра фотографируются при помощи катетометра КМ-8 и фотокамеры «Старт» 7.

Конструкция центрального цилиндра показана на фиг. 2, где 1 — прозрачная оболочка цилиндра, 2 — коническое зеркало, 3 и 4 — черненные трубки, 5 — кольцо.

Ширина освещенной зоны в жидкости определяется регулируемой шириной зазора между трубками. Весьма существенно получение резких очертаний цилиндра на фотографиях. Это было достигнуто следующим образом. Перед цилиндром коаксиально с ним укреплялось кольцо, внутренний диаметр которого совпадал с внешним диаметром трубок. При этом в оболочку цилиндра попадало весьма небольшое количество света, регулировавшееся расстоянием между кольцом и трубкой. Торцы оболочки чернились, после чего с его краев снималась фаска шириной 0.2 мм. При этом изображение цилиндра на фотографиях имело вид черного круга со светлой каймой, обдававшей резким внешним контуром.



Фиг. 3

Фотоаппарат помещался на расстоянии 0.75—1.5 м от кюветки. Так как длина цилиндров составляла 22 мм, а диаметр 7 и 14 мм, то, как показывает расчет, можно было фотографировать все частицы, находившиеся на расстоянии более 0.025 и 0.05 мм соответственно от поверхности цилиндра. Глубина фокуса была достаточной для получения четких изображений как частиц, так и цилиндра.

Опыты проводились с 95%-ным глицерином, в котором были взвешены сферические гранулы полиметилметакрилата диаметром 20 мк, позолоченные катодным напылением, а для съемки на большом расстоянии от цилиндра — гранулы диаметром 80 мк, посеребренные мокрым способом. При этом отбирались гранулы, плотность которых равнялась плотности жидкости. Фотографирование производилось при прерывистом освещении с интервалами между экспозициями 2.7—5.4 сек при времени экспозиции 0.2 сек. Скорость течения равнялась 0.06—0.16 см/сек, что соответствует значениям чисел Рейнольдса (отнесенным к диаметру цилиндров) равным 0.01—0.05. Изображения частиц имели форму круглых или удлиненных пятен.

Обработка снимков производилась следующим образом. Фотоснимки проектировались на вычерченную по формулам (1) или (2) густую сетку линий тока так, чтобы совпали контуры цилиндра на фотографии и чертеже и направление потока. Как видно из фиг. 3, согласно теории с опытом можно считать удовлетворительным для линий тока, близко проходящих от цилиндра (примерно до  $r = 2$  для  $\alpha = 0,05$  (фиг. 3, а) и до  $r = 1.5$  при  $\alpha = 0.2$  (фиг. 3, б).

Для сравнения вычисленной из расстояний между изображениями частиц скорости течения в разных точках поля с теоретической необходимо знание величины  $U_0$  — скорости набегающего потока. В случае бесконечно протяженной в ширину системы цилиндров  $U_0$  — скорость течения перед входом в систему. В прямоугольной кюветке с цилиндрами, заполняющими все ее сечение, в медианной плоскости  $AA'$  (фиг. 1, а), в которой измерялось движение гранул, рассчитан профиль скорости течения перед входом в систему с учетом того, что оказываемое цилиндрами сопротивление равномерно распределено по всему поперечному сечению кюветки. При этом оказалось, что в средней части сечения  $AA'$ , простирающейся примерно до осей крайних цилиндров, скорость течения практически постоянна. Этот вывод, подтвержденный и экспериментальным путем, свидетельствовал, что узкие (параллельные цилиндрам) стенки кюветки не оказывают влияния на профиль течения в указанной центральной части кюветки. Отсюда следовало, что в медианном сечении  $BB'$  можно было принять параболический профиль течения.

Из этих соображений было получено следующее выражение для скорости течения в средней части сечения  $AA'$

$$U_0 = \frac{1.5 Q}{S} \left[ 1 - \frac{\text{th}(h \sqrt{k})}{h \sqrt{k}} \right]^{-1}, \quad k = \frac{4\alpha}{a^2} \left[ -\frac{\ln \alpha}{2} + \alpha - \frac{\alpha^2}{4} - 0.75 \right]^{-1}$$

Здесь  $Q$  — объемная скорость течения,  $S$  — поперечное сечение кюветки,  $2h$  — ее ширина.

Из определенной таким путем величины  $U_0$  была рассчитана скорость течения в разных точках. При этом было получено хорошее совпадение экспериментальных данных с рассчитанными по формуле (1): величина константы в знаменателе этой формулы, найденная из опыта, равнялась  $0.75 \pm 0.02$  как при  $\alpha = 0.05$ , так и при  $\alpha = 0.2$ . Формула же (2) оказалась в заметном расхождении с опытом.

Авторы благодарят И. Б. Стечкину за совместное обсуждение результатов.

Физико-химический ин-т им. Л. Я. Карпова

Поступила 13 IV 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kuwabara S. The forces experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in a viscous flow at small Reynolds number. J. Phys. Soc. Japan, 1959, vol. 14, No 4.
2. Nappel J. Viscous flow relative to arrays of cylinders. Amer. Instit. Chem. Engng. J. 1959, vol. 15, No 2.

### ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ ВРАЩАЮЩИМИСЯ СФЕРИЧЕСКИМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

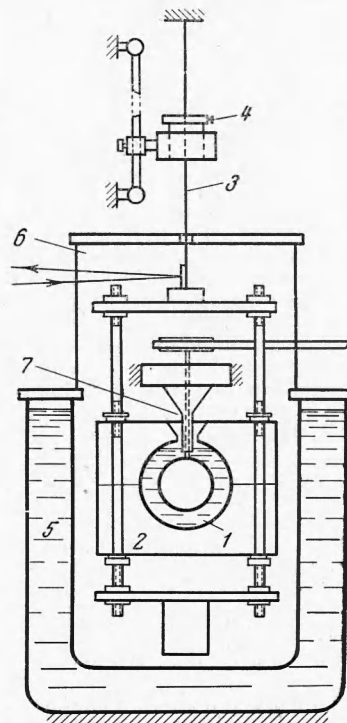
М. П. Сорокин, Г. Н. Хлебутин, Г. Ф. Шайдуров

(Пермь)

В 1961 году Ю. К. Братухиным [1] было найдено, что движение жидкости между концентрическими сферами, возникающее в результате вращения внутренней сферы при неподвижной внешней, становится неустойчивым для отношения радиусов сфер  $r_2/r_1 = 2$  при числе Рейнольдса около 100 ( $R = r_1^2 \omega / \nu$ , где  $\omega$  — угловая скорость вращения сферы,  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости). Решение искалось по степеням числа Рейнольдса. Поскольку применимость такого метода при  $R \sim 100$  не очевидна, для проверки теории был поставлен эксперимент.

1. Схема экспериментальной установки представлена на фиг. 1. Жидкость заполняет пространство 1 между стальным никелированным шаром  $r_1 = 0.945$  см, приводимым в равномерное вращение от реверсивного синхронного мотора через специально сконструированный бесступенчатый редуктор, и стенками сферической полости  $r_2 = 1.604$  см, выточенной в разъемном кубике 2 из органического стекла. Последний свободно подвешен на стальной нити 3 диаметром 0.02 см и длиной 2.11 м, верхний конец которой с помощью микрометрических винтов можно при юстировке установки поворачивать вокруг вертикальной оси и измеримым образом перемещать по вертикали и в горизонтальной плоскости. Центровка сфер контролировалась с точностью до  $10^{-3}$  см через прозрачные стенки кубика катетометром. Длину рабочего участка нити подвеса можно, не нарушая центровки, изменять при помощи зажима 4, фиксируемого в парафиновой ванне. Вращающий момент вычислялся по углу закручивания нити, измеряемому методом зеркального отсчета. Колебания подвесной системы гасились масляным демпфером. Снизу система окружена водяной рубашкой 5, температура которой поддерживалась струйным термостатом, а сверху — прозрачным чехлом 6 из оргстекла. Для гидродинамического экранирования оси внутренней сферы последняя пропущена через неподвижную тонкостенную трубку 7. Вблизи нее внутри полости крепился горячий спай термопары, контролирующей температуру исследуемой жидкости, а также медицинские иглы, через которые в жидкость с целью визуализации движения вводились растворы красок.

Опыты проводились с дистиллированной водой и водными растворами технически чистого (динамитного) глицерина. Плотность растворов определялась гидростатиче-



Фиг. 1