



**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕСУЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ
КАМЕРНО-СТОЛБОВОЙ СИСТЕМЫ РАЗРАБОТКИ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ
ПРИРОДНОГО ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ ПО ДАННЫМ ПОДЗЕМНОЙ ГЕОДЕЗИИ
НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ**

А. В. Панов, Н. А. Мирошниченко

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: anton-700@yandex.ru,
Красный проспект 54, г. Новосибирск 630091, Россия*

Рассмотрен метод, позволяющий оценить деформационные характеристики несущих элементов камерно-столбовой системы подземной разработки, а также определять горизонтальные компоненты природного поля напряжений. Метод основан на решении обратных задач смешанного типа в рамках двумерной упругой модели среды. Численными расчетами, выполненными для типичной конфигурации выработанного пространства, с использованием синтетических входных данных (относительных смещений точек контура выработанного пространства, зарегистрированных методами подземной геодезии) установлен объем данных, необходимый для обеспечения однозначной разрешимости обратной задачи.

Массив горных пород, напряженно-деформированное состояние, геомеханическая модель, геодезические данные, смещения, обратная задача, метод конечных элементов

**ESTIMATION OF DEFORMATION CHARACTERISTICS OF BEARING ELEMENTS
BARRIER PILLAR SYSTEM AND HORIZONTAL FROM THE UNDERGROUND GEODESY DATA
BASED ON INVERSE PROBLEM SOLUTION**

A. V. Panov and N. A. Miroshnichenko

*Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
E-mail: anton-700@yandex.ru, Krasny pr. 54, Novosibirsk 630091, Russia*

The method for estimating deformation characteristics of load-bearing elements of the room-and-pillar system of solid mineral underground mining and horizontal components of the natural stress field is considered. The method is based on solving inverse problems of mixed type within the framework of two-dimensional elastic medium model. The required amount of measurement data, ensuring the unique solution of the inverse problem is obtained by numerical calculations performed for a typical configuration of the goaf, using synthetic input data (relative to displacements of the goaf contour points registered by underground geodesy methods).

Rock mass, stress-strain state, geomechanical model, geodetic data, displacements, inverse problem, finite element method

Количественная оценка действующих напряжений в массиве горных пород необходима при проектировании рудников и шахт, выборе оптимальных схем вскрытия месторождений и технологий выемки запасов [1]. Если вертикальная составляющая поля напряжений характеризуется весом вышележащих пород, то горизонтальные связаны с тектоническими процессами, протекающими в верхней части земной коры [2]. Для литосферных плит и микролит горизонтальные компоненты находятся с помощью косвенных методов [3], а в масштабах месторождения применяются прямые измерения [4–6]. Важной задачей становится определение направления действия максимального горизонтального напряжения, так как параллельно этому направле-

нию ориентируют капитальные штреки для обеспечения их длительной устойчивости и сохранности [1]. В [7] проведено сравнение данных о действующих напряжениях верхней континентальной коры, в [8] предложено ориентацию максимального горизонтального напряжения находить из анализа сеймотектонических деформаций по механизмам очагов землетрясений, но конкретные значения поля напряжения такая методика установить не позволяет.

Методы определения напряжений в натуральных условиях являются трудоемкими и, как правило, дорогостоящими. В поле напряжений вводится некоторое возмущение и по отклику среды оцениваются исследуемые компоненты. Среди методов *in situ* преимуществом обладает метод измерительного гидроразрыва [9, 10], что объясняется независимостью результатов от деформационных свойств пород.

При отработке пластовых месторождений камерно-столбовой системой необходима информация о свойствах оставленных целиков для прогноза их устойчивости. Получить ее путем лабораторных испытаний образцов сложно из-за наличия природной или техногенной нарушенности пластов [11, 12], что приводит к поиску искомым параметров в натуральных условиях [13]. Меняющаяся при отработке месторождения конфигурация подземного пространства обуславливает изменение полей смещений и деформаций не только вблизи участков ведения горных работ, но и во всем породном массиве, включая дневную поверхность [14]. В [15] предлагается находить составляющие природного поля напряжений по данным о смещениях и деформациях на дневной поверхности, возникающих при отработке месторождения, полученным методами космической геодезии [16, 17].

В представленной работе в рамках двумерной упругой модели среды проводится количественная оценка деформационных характеристик (модуля Юнга, коэффициента Пуассона) несущих элементов камерно-столбовой системы разработки месторождений и компонент горизонтального поля напряжений на основе решения обратной задачи по данным о смещениях контуров выработок.

ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

На рис. 1. показан фрагмент типичной конфигурации подземного пространства при реализации камерно-столбовой системы отработки пластового месторождения неглубокого субгоризонтального залегания с сохранением ленточных целиков. Длина этих выработок по простиранию много больше их поперечных размеров, поэтому в первом приближении можно считать, что расчетная область находится в плоском деформированном состоянии [4].

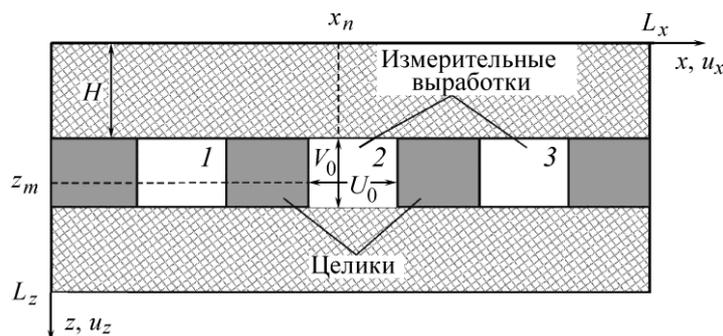


Рис. 1. Схема расчетной области и граничные условия

Геометрические параметры исследуемой модели по осям декартовой системы координат составляют $L_x = 400$ м, $L_z = 200$ м, глубина залегания пласта $H = 100$ м, мощность пласта 10 м. Между выработками располагаются предохранительные целики. Поперечные размеры выработок и целиков — 10×10 м. Расчетная область находится в поле действия вертикального и горизонтального сжимающих напряжений. Вертикальное напряжение соответствует весу вышележащих пород, а горизонтальное характеризуется коэффициентом бокового отпора q .

Будем описывать деформирование породного массива с помощью системы уравнений линейной теории упругости, включающей уравнения равновесия (1), закон Гука (2) и соотношения Коши для малых деформаций (3):

$$\sigma_{ij,j} + \rho g \delta_{iz} = 0, \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

где σ_{ij} и ε_{ij} — компоненты тензоров напряжений и деформаций ($i, j = x, z$); $\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}$ — объемная деформация; u_i — смещения; λ, μ — параметры Ламе; δ_{ij} — символ Кронекера.

По периметру расчетной области сформулируем следующие граничные условия:

$$u_x(0, z) = 0, \quad \sigma_{xz}(0, z) = 0, \quad (4)$$

$$\sigma_{xx}(L_x, z) = q\sigma_V(z), \quad \sigma_{xz}(L_x, z) = 0, \quad (5)$$

$$\sigma_{zz}(x, 0) = 0, \quad \sigma_{xz}(x, 0) = 0, \quad (6)$$

$$u_z(x, L_z) = 0, \quad \sigma_{xz}(x, L_z) = 0. \quad (7)$$

Между пластом и вмещающими породами действует жесткое сцепление. Контуры выработок свободны от напряжений.

Система уравнений (1)–(3) с граничными условиями (4)–(7) решалась с использованием оригинального программного кода [18], реализующего метод конечных элементов для структурно-неоднородных сред с нарушениями сплошности. Расчетная сетка состояла из выпуклых четырехугольников с линейными размерами 2 м и содержала 20301 узел. Расчеты осуществлялись при условии, что вмещающая порода и пласт представляют собой упругую среду со свойствами, приведенными в таблице [19]. Через модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν можно найти λ и μ .

Свойства геосреды

Геосреда	E , ГПа	ν	ρ , кг/м ³
Вмещающая порода	2	0.3	2500
Пласт	1.3	0.3	2400

Оценим приращения горизонтальных смещений стенок выработки № 2 (рис. 1), вызванные образованием новой выработки № 3. Следить за сдвижением контура выработки можно, например, с помощью реперов и высокоточных нивелиров [20], либо скважинных деформометров, обеспечивающих разрешающую способность до 5 мкм [21]. Отметим, что увеличение горизонтальных напряжений в природном поле ведет к росту конвергенции стенок выработок.

На рис. 2 показана конвергенция боковых стенок камеры № 2 ($x_1 = 190$ м, $x_2 = 200$ м) при различных коэффициентах бокового отпора $q = 0.4 - 0.8$ (кривые 1–5 соответственно).

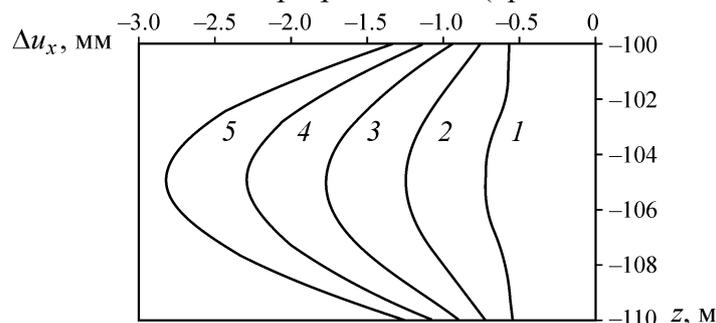


Рис. 2. Приращения горизонтальных смещений стенок выработки

ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Несущими элементами при камерно-столбовой системе обработки месторождения являются межкамерные целики, деформационные свойства которых могут значительно отличаться от свойств слагающих их пород по причине естественной или техногенной нарушенности пластов. Для оценки устойчивости и времени жизни целиков необходимо знать их геомеханические свойства [22]. Сформулируем модельную обратную задачу: определить коэффициент бокового отпора q , модули Юнга E_1 и E_2 , коэффициенты Пуассона ν_1 и ν_2 двух соседних целиков по зарегистрированным горизонтальным $U_0(z_m)$ и вертикальным $V_0(x_n)$ изменениям размеров камер (x_n, z_m — координаты местоположения регистрирующих устройств) после образования вблизи новой выработки (рис. 1).

Введем целевую функцию, минимум которой дает решение обратной задачи:

$$\Omega = \alpha \sum_m [U(q, E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, z_m) - U_0(z_m)]^2 + (1 - \alpha) \sum_n [V(q, E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, x_n) - V_0(x_n)]^2, \quad (8)$$

где α — эмпирическая константа ($0 \leq \alpha \leq 1$); U и V — относительные горизонтальные и вертикальные смещения контура первой и второй камер, рассчитанные по (1)–(7); U_0 и V_0 — смещения, регистрируемые в натуральных условиях.

Целевые функции вычислялись с использованием синтетических входных данных: вместо реально зарегистрированных смещений взяты расчетные с наложенной случайной ошибкой:

$$U_0(z_m) = (1 + \gamma)[u_{x1}(q^s, E_1^s, \nu_1^s, E_2^s, \nu_2^s, x_{11}, z_{m1}) - u_{x1}(q^s, E_1^s, \nu_1^s, E_2^s, \nu_2^s, x_{12}, z_{m1})] + (1 + \gamma)[u_{x2}(q^s, E_1^s, \nu_1^s, E_2^s, \nu_2^s, x_{21}, z_{m2}) - u_{x2}(q^s, E_1^s, \nu_1^s, E_2^s, \nu_2^s, x_{22}, z_{m2})], \quad (9)$$

$$V_0(x_n) = (1 + \gamma)[u_{z1}(q^s, E_1^s, \nu_1^s, E_2^s, \nu_2^s, z_{11}, x_{n1}) - u_{z1}(q^s, E_1^s, \nu_1^s, E_2^s, \nu_2^s, z_{12}, x_{n1})] + (1 + \gamma)[u_{z2}(q^s, E_1^s, \nu_1^s, E_2^s, \nu_2^s, z_{21}, x_{n2}) - u_{z2}(q^s, E_1^s, \nu_1^s, E_2^s, \nu_2^s, z_{22}, x_{n2})], \quad (10)$$

где γ — равномерно распределенная на отрезке $[-\eta, \eta]$ случайная величина; η — амплитуда ошибки; u_{xi}, u_{zi} — горизонтальное и вертикальное смещения контура выработки; x_{i1}, x_{i2} и z_{j1}, z_{j2} — координаты местоположения измерительных устройств в камерах ($i = 1, 2$ — номер камеры).

Для сформулированной обратной задачи смешанного типа [23] искомые параметры $q^s, E_1^s, \nu_1^s, E_2^s, \nu_2^s$ находятся с помощью метода сопряженных градиентов [15, 24] в модификации [25]. При его реализации на каждом итерационном шаге необходимо численно определять значения частных производных по каждому аргументу целевой функции.

На рис. 3 изображены изолинии целевой функции Ω в различных сечениях при уровне шума во входных данных, не превышающем предельное значение 20%. Квадратами показаны начальные приближения искомых параметров, пунктирными линиями — траектории итерационных процессов, кругами белого цвета — точное решение.

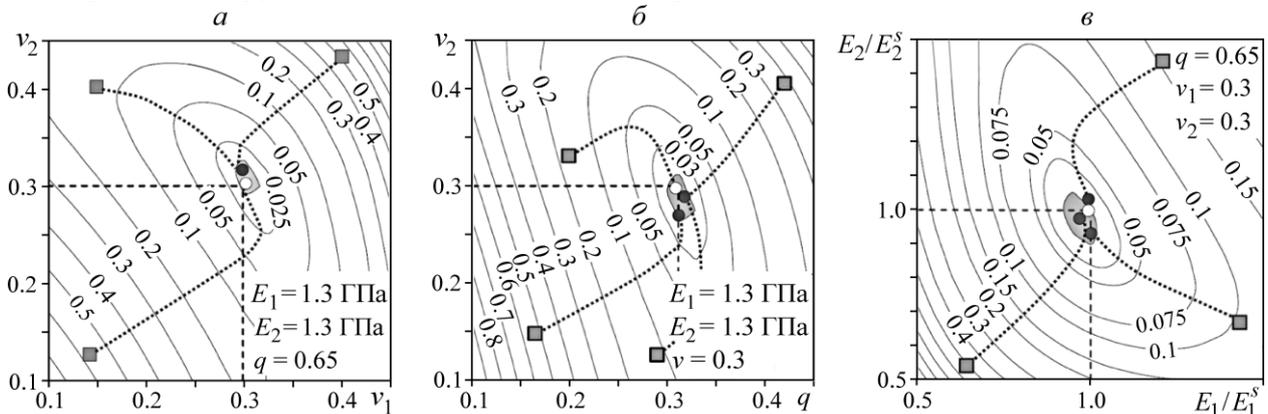


Рис. 3. Изолинии целевой функции в сечениях: a — ν_1, ν_2 ; b — q, ν_2 ; v — E_1, E_2

Таким образом, для заданных условий сформулированная обратная задача разрешима — исследуемая область содержит единственную область минимума целевой функции. На решение сильное влияние оказывает уровень ошибок во входных данных, и для его минимизации следует увеличить число измерительных пунктов в каждой выработке.

ВЫВОДЫ

Предложенный метод оценки горизонтальных компонент природного поля напряжений и упругих свойств несущих элементов камерно-столбовой системы разработки месторождений может быть реализован на основе данных подземной геодезии, регистрируемых в процессе ведения горных работ относительных смещений точек контуров выработанного пространства. Численные эксперименты показали, что при уровне шума входных данных до 20 % коэффициент бокового отпора и упругие свойства слагающих целик пород могут быть определены с приемлемой точностью, если приращения смещений в выработках зарегистрированы не менее чем в 10 точках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Bronnikov D. M., Zamesov N. F., and Bogdanov G. I.** Development of ore at great depths, Moscow, Nedra, 1982, 292 pp. (in Russian) [Бронников Д. М., Замесов Н. Ф., Богданов Г. И. Разработка руд на больших глубинах. — М.: Недра, 1982. — 292 с.]
2. **Muller B., Zoback M. L., Fuchs K., et al.** Regional Patterns of Tectonic Stress in Europe, *Journal of Geophysical Research*, 1992, vol. 97, no. B8, pp. 11783–11803.
3. **Zang A. and Stephansson O.** Stress Field of Earth's Crust, London: Springer, 2010, 322 pp.
4. **Jaeger J. C. and Cook N. G. W.** Fundamentals of Rock Mechanics, London, Methuen, 1969, 513 pp.
5. **Kurlenya M. V. and Popov S. N.** Theoretical bases of stresses determination in rocks, Novosibirsk, Nauka, Siberian Branch, 1983, 96 pp. (in Russian) [Курленя М. В., Попов С. Н. Теоретические основы определения напряжений в горных породах. — Новосибирск: Наука, 1983. — 96 с.]
6. **Turchaninov I. A., Iofis M. A., and Kasparian E. V.** Basics of rock mechanics. Leningrad, Nedra, 1989, 488 pp. (in Russian) [Турчанинов И. А., Иофис М. А., Каспарьян Э. В. Основы механики горных пород. — Л.: Недра, 1989. — 488 с.]
7. **Rummel F.** Stresses and tectonics of upper continental crust - a review, *Proceedings of the International Symposium on Rock Stress and Rock Stress Measurements*. Stockholm, 1–3 September 1986, Centek Publishers, Lulea, Sweden, 1986. pp. 177–186.
8. **Yunga, S. L.** Methods and results of seismotectonic deformation studies, Moscow, Nauka, 1990, 191 pp. (in Russian) [Юнга С. Л. Методы и результаты изучения сейсмотектонических деформаций. — М.: Наука, 1990. — 191 с.]
9. **Rubtsova E. V. and Skulkin A. A.** Current equipment of measuring and computing complex “Gidrorazryv” and its application in investigation of actual stress fields in salt rock mass, *Probl. Nedropolzovaniya*, 2018, no. 1(16), pp. 51–58 (in Russian) [Рубцова Е. В., Скулкин А. А. Современное оснащение измерительно-вычислительного комплекса “гидроразрыв” и опыт его применения при экспериментальном исследовании действующих полей напряжений в соляном массиве // Проблемы недропользования. — 2018. — № 1 (16). — С. 51–58.]
10. **Skulkin A. A.** Experimental determination of stress field parameters in Solikamsk salt mine *Proceedings of IX International Conference of Young Scientists and Students “Modern techniques and technologies in scientific researches”* (Bishkek, Kyrgyzstan, March 27-28, 2017), Bishkek, SS RAS, 2017, pp. 168–174 (in Russian) [Скулкин А. А. Экспериментальное определение параметров поля напряжений на соляном руднике в Соликамске // Современные техника и технологии в научных исследованиях: сб. материалов IX Междунар. конф. молодых ученых и студентов (Бишкек, Кыргызстан, 27–28 марта 2017 г.). — Бишкек: ИС РАН, 2017. — С. 168–174.]
11. **Nazarov L. A., Nazarova L. A., Freidin A. M., and Alimseitova Zh. K.** Estimating the long-term pillar safety for room-and-pillar ore mining, *Journal Mining Science*, 2006, vol. 42, no. 6, pp. 530–539 (in Russian) [Назаров Л. А., Назарова Л. А., Фрейдin А. М., Алимсеитова Ж. К. Оценка длительной сохранности целиков при камерно-столбовой выемке рудных залежей // ФТПРПИ. — 2006. — № 6. — С. 11–22.]

12. **Technological instructions** for the use of the room-and-pillar development system, leaving round pillars in the mines of Dzheskazgansky MMC, MNM KazSSR, DMMC, Dzhezkazgan, 1985 (in Russian) [**Технологическая инструкция** по применению камерно-столбовой системы разработки с оставлением круглых целиков на рудниках Джезказганского ГМК, МЦМ КазССР, ДГМК. — Джезказган, 1985.]
13. **Laptev V. V., Komkov V. F., and Azanova N. S.** Determination of rheological parameters for the creep functions of sylvinite based on the in situ data. Salt Deposit Mining, Proceedings of Inter-University Research Reports, Perm, Publishing house PPI, 1986, 139 pp. (in Russian) [**Лаптев Б. В., Комков В. Ф., Азанова Н. С.** Определение реологических параметров функции ползучести сильвинита по натурным данным // Разработка соляных месторождений: Межвуз. сб. науч. трудов. — Пермь: Изд-во ППИ, 1986. — 139 с.]
14. **Varyakh A. A., Telegina E. A., Samodelkina N. A., and Devyatkov S. Yu.** Prediction of the intensive surface subsidences in mining potash series, Journal of Mining Science, 2005, vol. 41, no. 4, pp. 312–319 (in Russian) [**Барях А. А., Телегина Е. А., Самоделкина Н. А., Девятков С. Ю.** Прогноз нарастания оседаний земной поверхности при отработке свиты калийных пластов // ФТПРПИ. — 2005. — № 4. — С. 26–34.]
15. **Nazarov L. A., Nazarova L. A., Karchevsky A. L. and Panov A. V.** Estimation of stresses and deformation properties in rock mass based on inverse problem solution using measurement data of free boundary displacement, Sib. Zh. Industr. Matem., 2012, vol. 15, no. 4, pp. 102–109 (in Russian) [**Назаров Л. А., Назарова Л. А., Карчевский А. Л., Панов А. В.** Оценка напряжений и деформационных свойств породных массивов на основе решения обратной задачи по данным измерений смещений на свободных границах // Сибирский журнал индустриальной математики. — 2012. — Т. 15. — № 4. — С. 102–109.]
16. **Akcin H., Degucci T., and Kutoglu H. S.** Monitoring Mining Induced Subsidence Using GPS and InSAR, Proc. XXIII FIG Congress, Munich, Germany, 2006, October 8–13, pp. 1–12.
17. **Calais E., Lesne O., Deverchere J., et al.** Crustal deformation in the Baikal rift from GPS measurements, Geophysical Research Letters, 1998, vol. 25, no. 21, pp. 4003–4007.
18. **Nazarova L. A.** Stress State of Sloping-Bedded Rock Mass Around a Working, Soviet Mining Science, 1985, 21(2), pp. 132–136.
19. **Varyakh A. A., Konstantinova S. A., and Asanov V. A.** Deformation of salt rocks, Ekaterinburg, UB RAS, 1996, 204 pp. (in Russian) [**Барях А. А., Константинова С. А., Асанов В. А.** Деформирование соляных пород. — Екатеринбург: УрО РАН, 1996. — 204 с.]
20. **GOST R 53340-2009.** Geodetic instruments. General specifications, 2010 (in Russian) [**ГОСТ Р 53340-2009.** Приборы геодезические. Общие технические условия, 2010.]
21. **Oparin, V. N., Annin, B. D., Chugui, Yu. V., et al.** Methods and measurement instruments for modeling and in-situ studies of nonlinear deformation wave processes in rock block masses, Novosibirsk, Publishing House of the SB RAS, 2007, 319 pp. (in Russian) [**Опарин В. Н., Аннин Б. Д., Чугуй Ю. В. и др.** Методы и измерительные приборы для моделирования и исследования на месте нелинейных деформационных волновых процессов в массивах горных пород. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2007. — 319 с.]
22. **Nazarova L. A. and Nazarov L. A.** Estimation of pillar stability based on viscoelastic model of rock mass, Journal of Mining Science, 2005, vol. 41, no. 5, pp. 399–406 [**Назарова Л. А., Назаров Л. А.** Оценка устойчивости целиков на основе вязкоупругой модели породного массива // ФТПРПИ. — 2005. — № 5. — С. 10–17.]
23. **Novatsky V.** Theory of elasticity, Moscow, Mir, 1975, 872 pp. (in Russian) [**Новацкий В.** Теория упругости. — М.: Мир, 1975. — 872 с.]
24. **Vasiliev F. P.** Numerical methods for solving extremal problems, Moscow, Nauka, 1988, 550 pp. (in Russian) [**Васильев Ф. П.** Численные методы решения экстремальных задач. — М.: Наука, 1988. — 550 с.]
25. **Karchevsky A. L.** Numerical solution of the one-dimensional inverse problem for the elasticity system, Proceedings of the Academy of Sciences, 2000, vol. 375, no. 2, pp. 235–238 (in Russian) [**Карчевский А. Л.** Численное решение одномерной обратной задачи для системы упругости // ДАН. — 2000. — Т. 375. — № 2. — С. 235–238.]