

УДК 536.4

## МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ И ТЕПЛОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В ЗАСТОЙНОЙ ЗОНЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИ ПРОВОДЯЩЕЙ НАНОЖИДКОСТИ ВБЛИЗИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПОРИСТОЙ СЖИМАЮЩЕЙСЯ-РАСТЯГИВАЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ УСЛОВИЯХ ТЕЧЕНИЯ

Р. Кэндээми, В. В. Балачандар\*, С. Б. Хасан\*

Исследовательский центр вычислительной математики  
Университета Тун Хуссейн Онн, 86400 Бату-Пахат, Малайзия

\* Университет Тун Хуссейн Онн, Джохор, Малайзия

E-mails: future990@gmail.com, vibhuvignesh3@gmail.com, sulaiman@uthm.edu.my

Численно исследуются стационарное двумерное магнитогидродинамическое течение вблизи точки торможения электрически проводящей жидкости и теплообмен (с тепловым излучением) в наножидкости на сжимающейся-растягивающейся поверхности. Построена модель течения наножидкости, учитывающая броуновское движение и термофорез. С использованием преобразования подобия уравнения пограничного слоя преобразуются в нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения высокого порядка. Показано, что на скорость, температуру и концентрацию значительное влияние оказывают броуновское движение, тепловое излучение и термофоретическое осаждение частиц.

Ключевые слова: поток вблизи точки торможения, наножидкость, броуновское движение, термофорез, магнитное поле.

DOI: 10.15372/PMTF20170108

**Введение.** В последнее время большой интерес представляет исследование теплообмена в наножидкостях вследствие их широкого использования в медицине, космических технологиях, ядерных реакторах, гибридных двигателях, бытовых приборах [1].

Течение жидкости в области торможения (вблизи носка ракеты, самолета, подводной лодки, нефтяного корабля), описываемое как застойное, имеет место при движении всех твердых тел в жидкости. Автор работы [2] впервые показал, что течение в окрестности точки торможения можно описывать с помощью уравнений Навье — Стокса. В [3] изучалось стационарное течение вблизи точки торможения на упругой поверхности с учетом скоростей растяжения и свободного потока. В [4] данная задача решена для различных скоростей растяжения и свободного потока, также показано существование пограничных слоев. Большое количество работ посвящено аналитическому и численному исследованиям течения торможения с пограничным слоем вблизи растягивающейся поверхности [5–10].

Течение при сжатии поверхности принципиально отличается от течения при ее растяжении [11].

---

Работа выполнена при финансовой поддержке MOSTI (грант № FRGS1208).

© Кэндээми Р., Балачандар В. В., Хасан С. Б., 2017

В [12] изучалось течение вблизи сжимающейся поверхности при наличии отсоса. Стационарный двумерный осесимметричный пограничный слой и теплообмен вблизи точки торможения в случае сжимающейся поверхности анализировались в работе [13]. Существование и единственность магнитогидродинамического (МГД) течения вблизи точки торможения сжимающейся-растягивающейся поверхности изучалось в [14]. Течение и теплообмен вблизи точки торможения на сжимающейся поверхности исследовались многими авторами (см., например, [15–20]).

В указанных выше работах исследовались течения в точке торможения вблизи сжимающейся-растягивающейся поверхности для вязкой и неньютоновской жидкости. В [21] изучалось влияние объемной доли твердых частиц и типа наночастиц на течение и теплообмен в жидкости в окрестности сжимающейся поверхности. МГД-течение наножидкости с пограничным слоем при наличии теплообмена на сжимающихся-растягивающихся поверхностях исследованы недостаточно.

Целью настоящей работы является изучение влияния параметров магнитного поля броуновского движения, термофореза, теплового излучения, числа Грасгофа и отношения скоростей на характеристики течения на сжимающейся-растягивающейся поверхности наножидкости.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим стационарное двумерное МГД-течение вблизи точки торможения несжимаемой вязкой электропроводящей наножидкости, направленное по нормали к пористой сжимающейся-растягивающейся поверхности. На жидкость оказывает воздействие однородное поперечное магнитное поле напряженностью  $B_0$ . На рис. 1 показаны схема течения и система координат, оси  $x, y$  которой направлены вдоль поверхности и по нормали к ней.

Будем полагать, что скорость пористой сжимающейся-растягивающейся поверхности равна  $u_w(x) = cx$ , скорость на границе пограничного слоя  $U(x) = ax$ ;  $a > 0$ ,  $c$  — константы, значения  $c > 0$ ,  $c < 0$  соответствуют пористой растягивающейся-сжимающейся поверхности;  $g$  — ускорение свободного падения. Уравнения сохранения массы, количества движения, теплообмена и уравнения концентрации наночастиц имеют вид [9]

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0; \tag{1}$$

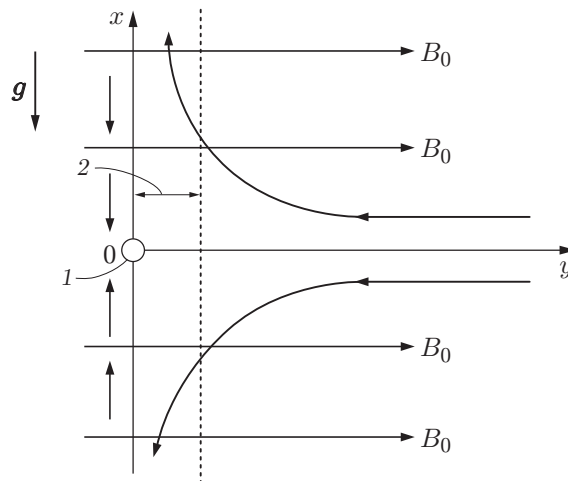


Рис. 1. Схема течения:

1 — точка торможения, 2 — область ненулевой завихренности

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \left( \frac{\sigma B_0^2}{\rho_f} + \frac{\nu}{k} \right) (U - u) + g\beta(T - T_\infty) + g\beta^*(C - C_\infty); \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho_f c_p} \frac{\partial q_r}{\partial y} + \tau \left[ D_B \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right]; \quad (3)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_B \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (4)$$

где  $u, v$  — компоненты скоростей в направлениях  $x, y$ ;  $U(x)$  — скорость свободного потока;  $k$  — проницаемость пористой среды;  $T$  — температура жидкости;  $C$  — объемная доля наночастиц;  $\sigma$  — электропроводность жидкости;  $\nu$  — кинематическая вязкость;  $\alpha_m$  — теплопроводность;  $\rho_f$  — плотность базовой жидкости;  $D_B$  — коэффициент броуновской диффузии;  $D_T$  — термофорезный коэффициент диффузии;  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении;  $q_r$  — радиационный тепловой поток;  $\tau$  — отношение эффективной теплоемкости материала наночастиц к теплоемкости базовой жидкости. В уравнении (2) пренебрегается наведенным магнитным полем; магнитное число Рейнольдса полагается очень малым. Это допущение справедливо для электропроводящих жидкостей (ртуть, натрий и др.).

Граничные условия для растягивающейся-сжимающейся поверхности имеют вид

$$y = 0: \quad u = u_w(x) = cx, \quad v = v_0, \quad T = T_w, \quad C = C_w, \\ y \rightarrow \infty: \quad u \rightarrow U(x) = ax, \quad T \rightarrow T_\infty, \quad C \rightarrow C_\infty.$$

В приближении Росселанда [9] находим

$$q_r = -\frac{4\delta}{3k_1} \frac{\partial T^4}{\partial y},$$

где  $\delta$  — постоянная Стефана — Больцмана;  $k_1$  — средний коэффициент поглощения. Выражение для температуры в потоке  $T^4$  можно разложить в ряд Тейлора относительно  $T_\infty$ ; пренебрегая членами высших порядков, получаем  $T^4 \approx 4T_\infty^3 T - 3T_\infty^4$ . Следовательно,

$$\frac{\partial q_r}{\partial y} = -\frac{16\delta T_\infty^3}{3k_1} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}.$$

Функцию тока, нормированные температуру и объемную долю наночастиц можно определить следующим образом:

$$\psi = \sqrt{av} x f(\eta), \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \varphi(\eta) = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty}, \quad \eta = y \sqrt{\frac{a}{\nu}} \quad (5)$$

(функция тока  $\psi$  определяется соотношениями  $u = \partial\psi/\partial x$ ,  $v = -\partial\psi/\partial y$ ). Тогда уравнения (1)–(4) принимают вид

$$f''' + f f'' - f'^2 + (M + \lambda)(1 - f') + \text{Gr} \theta + \text{Gr}_m \varphi + 1 = 0; \quad (6)$$

$$\frac{1}{\text{Pr}} \left( 1 + \frac{4R}{3} \right) \theta'' + f \theta' + N_b \theta' \varphi' + N_t \theta'^2 = 0; \quad (7)$$

$$\varphi'' + \text{Le} f \varphi' + \frac{N_t}{N_b} \theta'' = 0, \quad (8)$$

где  $M = \sigma B_0^2 / (\rho_f a)$  — безразмерный параметр магнитного поля;  $R = 4\delta T_\infty^3 / (3k_1 \alpha_m)$  — параметр теплового излучения;  $\text{Pr} = \nu / \alpha_m$  — число Прандтля;  $N_b = \tau D_B (C_w - C_\infty) / \nu$  — параметр броуновского движения;  $N_t = \tau D_T (T_w - T_\infty) / (\nu T_\infty)$  — параметр термофореза;  $\text{Le} = \nu / D_B$  — число Льюиса;  $\lambda = \nu / (ak)$  — параметр пористости;  $\text{Gr} = g\beta(T_w - T_\infty) / (aU)$  —

число Грасгофа;  $Gr_m = g\beta^*(C_w - C_\infty)/(aU)$  — модифицированное число Грасгофа. Из уравнения (7) следует, что температура зависит от комбинации числа Прандтля  $Pr$  и параметра теплового излучения  $R$  [10] (эффективного числа Прандтля  $Pr_{eff} = Pr/(1+4R/3)$ ). Уравнение (7) можно записать в виде

$$\frac{1}{Pr_{eff}} \theta'' + f\theta' + N_b\theta'\varphi' + N_t\theta'^2 = 0 \tag{9}$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} f(0) = S, \quad f'(0) = \alpha = c/a, \quad \theta(0) = 1, \quad \varphi(0) = 1, \\ f'(\infty) = 1, \quad \theta(\infty) = 0, \quad \varphi(\infty) = 0, \end{aligned} \tag{10}$$

где  $S = v_0/\sqrt{a\nu}$  — параметр вдува-отсоса;  $\alpha$  — отношение скорости растяжения (сжатия) и скорости свободного потока.

Введем коэффициент поверхностного трения  $C_F$ , локальное число Нуссельта  $Nu_x$  и локальное число Шервуда  $Sh_x$ :

$$C_F = \frac{\tau_w}{\rho_f U^2(x)}, \quad Nu_x = \frac{xq_w}{k(T_w - T_\infty)}, \quad Sh_x = \frac{xq_m}{D_B(C_w - C_\infty)} \tag{11}$$

( $\tau_w$  — напряжение трения вдоль растягивающейся поверхности;  $q_m$  — тепловой поток).

С использованием уравнений (5), (11) получаем

$$Re_x^{1/2} C_F = f''(0), \quad Nu_x Re_x^{-1/2} = -\theta'(0), \quad Sh_x Re_x^{-1/2} = -\varphi'(0),$$

где  $Re_x = xU(x)/\nu$  — локальное число Рейнольдса.

**2. Результаты исследования и их обсуждение.** Для решения системы уравнений (6)–(8) использовался метод Рунге — Кутты — Фельберга четвертого-пятого порядков точности. Численные расчеты проводились для ряда значений определяющих параметров: магнитного параметра  $M$ , параметра теплового излучения  $R$ , эффективного числа Прандтля  $Pr_{eff}$ , параметра броуновского движения  $N_b$ , параметра термофореза  $N_t$ , числа Льюиса  $Le$ , параметра растяжения  $\alpha > 0$  и сжатия  $\alpha < 0$ , параметра отсоса  $S > 0$ .

В таблице приведены значения коэффициента трения  $f''(0)$ , полученные в различных работах. Видно, что результаты, полученные в настоящей работе и в работах [13, 18], хорошо согласуются.

На рис. 2 видно, что с увеличением  $N_b$  температура увеличивается, объемная доля наночастиц сначала увеличивается, а по мере удаления от поверхности уменьшается. Этот результат хорошо согласуется с решением [9].

На рис. 3 показаны профили скорости при различных значениях параметра магнитного поля в случае растягивающейся-сжимающейся поверхности с учетом броуновского движения. Скорость наножидкости увеличивается с увеличением параметра магнитного

Значения коэффициента трения  $f''(0)$  при  $M = 0$

$\alpha$	$f''(0)$		
	Данные работы [18]	Данные работы [13]	Данные настоящей работы
0	1,232 588	1,232 588	1,232 587 542
0,1	1,146 561	1,146 560	1,146 560 893
0,2	1,051 130	1,051 130	1,051 130 448
0,5	0,713 295	0,713 300	0,713 298 653
1,0	0	0	0,000 000 001
5,0	-10,264 749	-10,264 750	-10,264 748 690

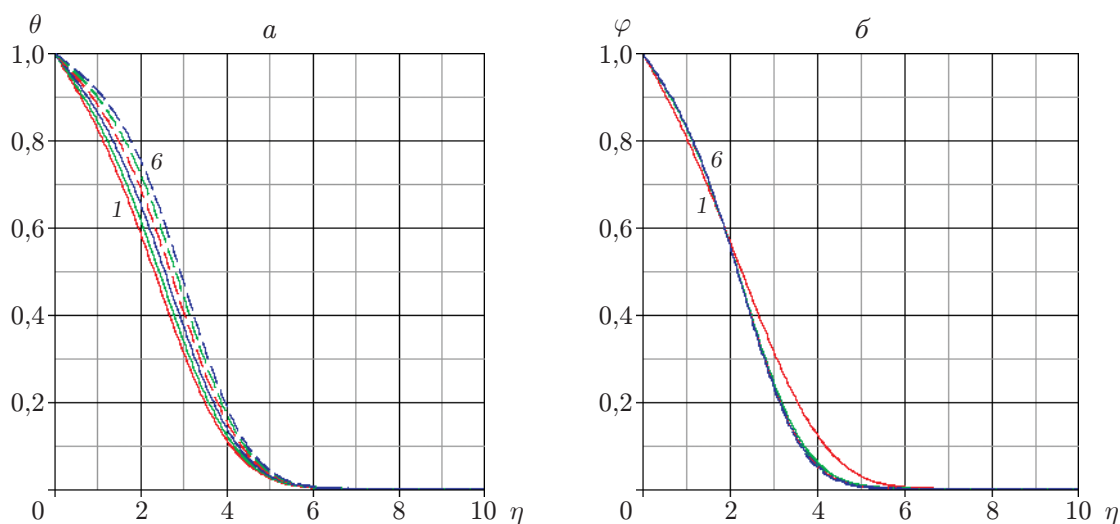


Рис. 2. Зависимости температуры  $\theta$  (а) и объемной доли наночастиц  $\varphi$  (б) от  $\eta$  при  $M = 0$ ,  $N_t = 0,05$ ,  $R = 0,2$ ,  $Le = 1,0$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $Gr = 3$ ,  $Gr_m = 3$ ,  $S = 1$  и различных значениях параметра броуновского движения:

1 —  $N_b = 0,1$ , 2 —  $N_b = 0,5$ , 3 —  $N_b = 1,0$ , 4 —  $N_b = 1,5$ , 5 —  $N_b = 2,0$ , 6 —  $N_b = 2,5$

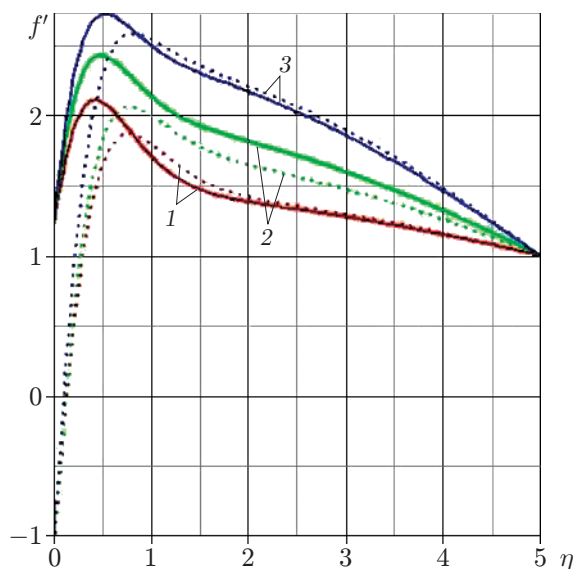


Рис. 3. Зависимость скорости  $f'$  от  $\eta$  при  $N_t = 0,05$ ,  $N_b = 0,01$ ,  $R = 0,2$ ,  $Le = 1,0$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $Gr = 3$ ,  $Gr_m = 3$ ,  $S = 1$  и различных значениях параметра магнитного поля:

1 —  $M = 1$ , 2 —  $M = 3$ , 3 —  $M = 5$ ; сплошные линии — растягивающаяся поверхность ( $\alpha = 1,2$ ), пунктирные — сжимающаяся поверхность ( $\alpha = -1,2$ )

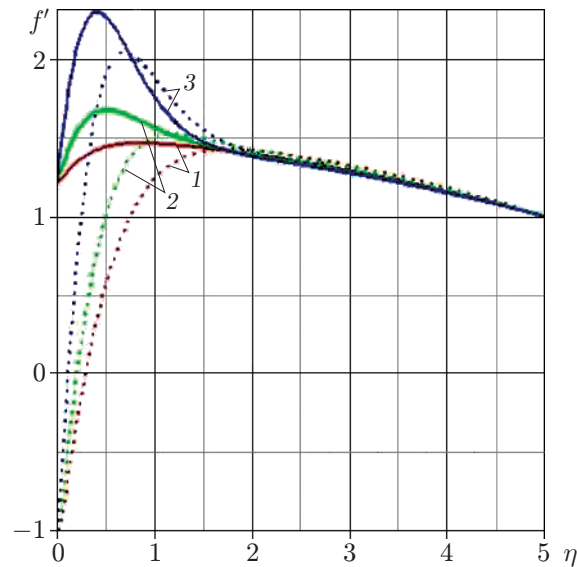


Рис. 4. Зависимость скорости  $f'$  от  $\eta$  при  $N_t = 0,05$ ,  $N_b = 0,01$ ,  $M = 1$ ,  $R = 0,2$ ,  $Le = 1,0$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $S = 1$  и различных значениях числа Грасгофа: 1 —  $Gr = Gr_m = 0,1$ , 2 —  $Gr = Gr_m = 1,0$ , 3 —  $Gr = Gr_m = 4,0$ ; сплошные линии — растягивающаяся поверхность ( $\alpha = 1,2$ ), пунктирные — сжимающаяся поверхность ( $\alpha = -1,2$ )

поля. Направление силы Лоренца противоположно направлению течения наножидкости, что приводит к возникновению возвратного течения. На растягивающейся-сжимающейся поверхности имеет место максимум скорости. Следует отметить, что толщина гидродинамического пограничного слоя увеличивается.

На рис. 4 показано влияние числа Грасгофа на профиль скорости. При увеличении  $Gr$ ,  $Gr_m$  скорость наножидкости сначала увеличивается, затем уменьшается. При незначительном изменении объемной доли наночастиц и температуры наножидкости на растягивающейся-сжимающейся поверхности формируется максимум скорости. Вследствие броуновского движения и термофоретического осаждения наночастиц толщина гидродинамического пограничного слоя уменьшается.

Зависимости безразмерной температуры и объемной доли наночастиц от  $\eta$  показаны на рис. 5 при  $M = 1$  и различных значениях параметра броуновского движения. Видно, что на сжимающейся поверхности с увеличением  $N_b$  температура наножидкости увеличивается, на растягивающейся поверхности — практически не меняется, объемная доля наночастиц с увеличением  $N_b$  уменьшается в случае и растягивающейся, и сжимающейся поверхности. Это обусловлено тем, что при увеличении броуновского движения увеличивается толщина теплового пограничного слоя и уменьшается толщина диффузионного пограничного слоя. Следует отметить, что магнитное поле оказывает существенное влияние на объемную долю наночастиц (ср. рис. 2,б ( $M = 0$ ) и рис. 5,б ( $M = 1$ )) и незначительно влияет на температуру (ср. рис. 2,а ( $M = 0$ ) и рис. 5,а ( $M = 1$ )). Когда частицы становятся наноразмерными, броуновское движение начинает играть важную роль в теплообмене вследствие увеличения теплопроводности и микроконвекции.

На рис. 6 показано влияние параметра термофореза  $N_t$  на температуру и объемную долю наночастиц. При увеличении параметра  $N_t$  температура наножидкости увеличивается незначительно, объемная доля наночастиц увеличивается в случае как растягивающейся, так и сжимающейся поверхности. Толщина теплового пограничного слоя незначительно

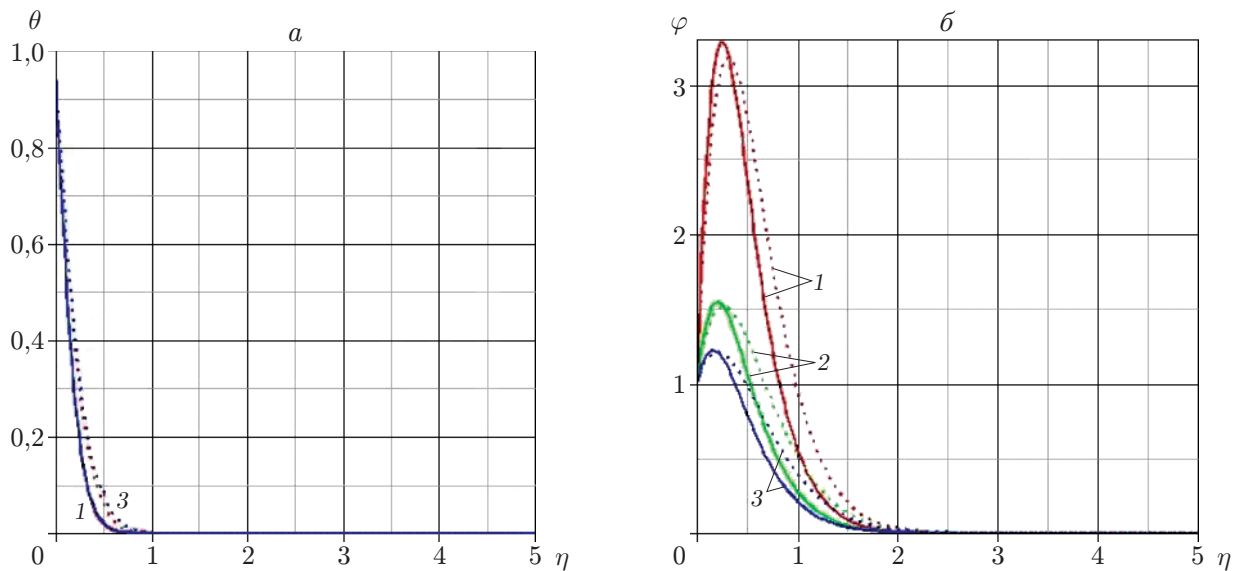


Рис. 5. Зависимости температуры  $\theta$  (а) и объемной доли наночастиц  $\varphi$  (б) от  $\eta$  при  $M = 1$ ,  $N_t = 0,05$ ,  $R = 0,2$ ,  $Le = 1,0$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $Gr = 3$ ,  $Gr_m = 3$ ,  $S = 1$  и различных значениях параметра броуновского движения:

1 —  $N_b = 0,01$ , 2 —  $N_b = 0,03$ , 3 —  $N_b = 0,05$ ; сплошные линии — растягивающаяся поверхность ( $\alpha = 1,2$ ), пунктирные — сжимающаяся поверхность ( $\alpha = -1,2$ )

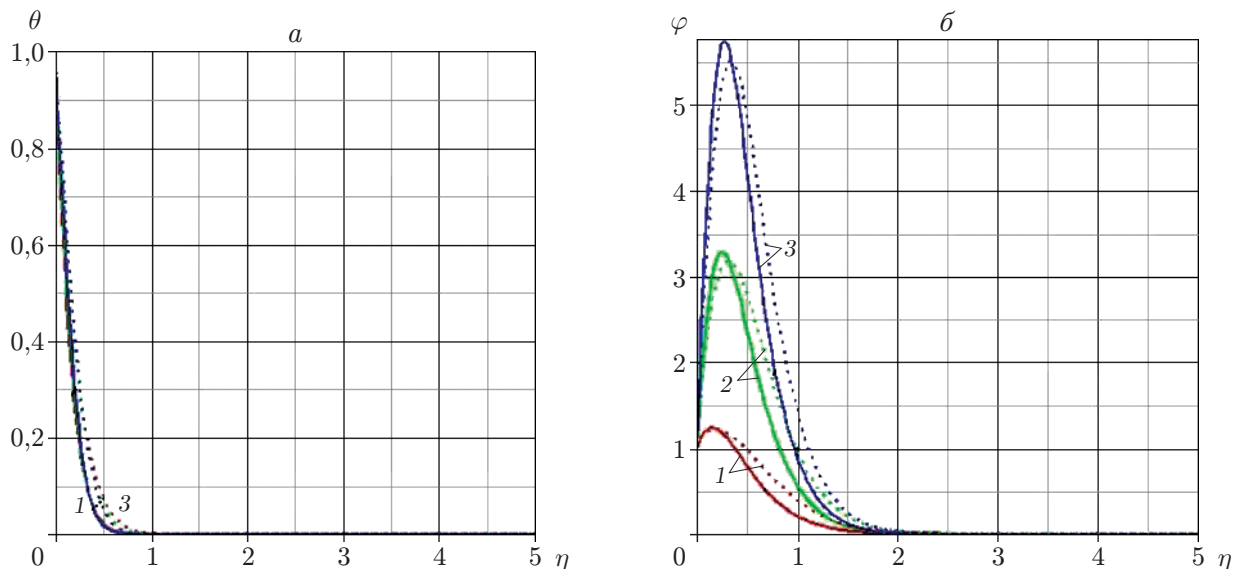


Рис. 6. Зависимости температуры  $\theta$  (а) и объемной доли наночастиц  $\varphi$  (б) от  $\eta$  при  $M = 1$ ,  $N_b = 0,01$ ,  $R = 0,2$ ,  $Le = 1,0$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $Gr = 3$ ,  $Gr_m = 3$ ,  $S = 1$  и различных значениях параметра термофореза:

1 —  $N_t = 0,01$ , 2 —  $N_t = 0,05$ , 3 —  $N_t = 0,10$ ; сплошные линии — растягивающаяся поверхность ( $\alpha = 1,2$ ), пунктирные — сжимающаяся поверхность ( $\alpha = -1,2$ )

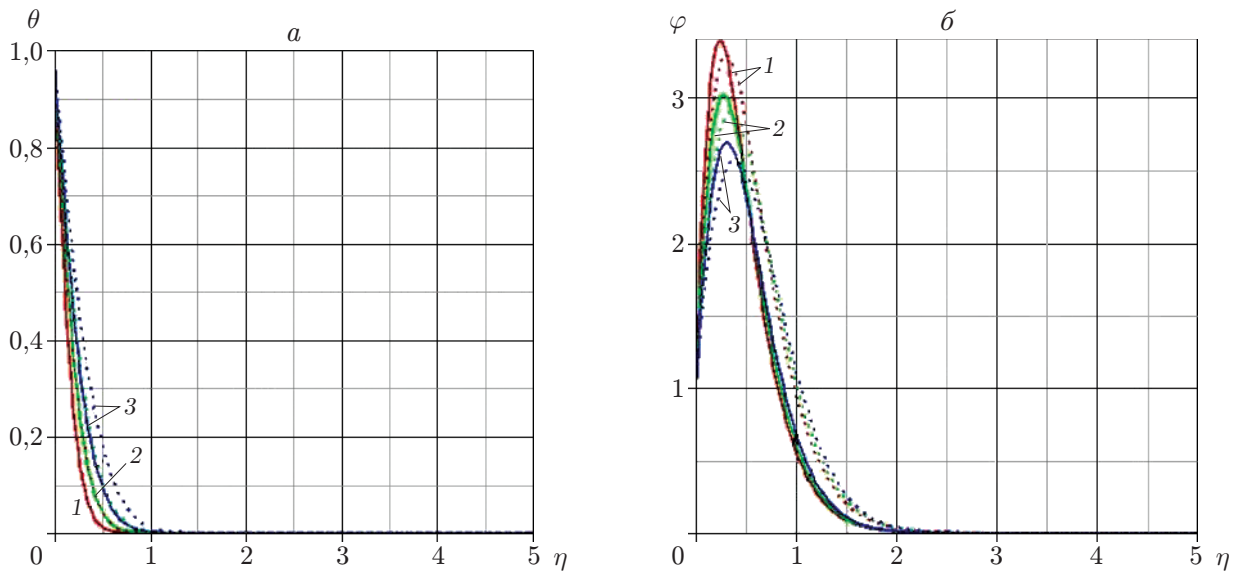


Рис. 7. Зависимости температуры  $\theta$  (а) и объемной доли наночастиц  $\varphi$  (б) от  $\eta$  при  $M = 1$ ,  $N_t = 0,05$ ,  $N_b = 0,01$ ,  $Le = 1,0$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $Gr = 3$ ,  $Gr_m = 3$ ,  $S = 1$  и различных значениях параметра теплового излучения: 1 —  $R = 0,1$ , 2 —  $R = 0,5$ , 3 —  $R = 1,0$ ; сплошные линии — растягивающаяся поверхность ( $\alpha = 1,2$ ), пунктирные — сжимающаяся поверхность ( $\alpha = -1,2$ )

увеличивается на растягивающейся поверхности и уменьшается на сжимающейся, в то время как диффузионный пограничный слой увеличивается существенно. Следует отметить, что при малых значениях параметра магнитного поля влияние броуновского движения более существенно, чем влияние конвекции.

На рис. 7 приведены зависимости температуры и объемной доли наночастиц от  $\eta$  при различных значениях параметра теплового излучения. Согласно уравнениям (2), (3) при увеличении теплопроводности  $k_f$  наножидкости дивергенция радиационного теплового потока уменьшается, вследствие чего уменьшается радиационный перенос к наножидкости и увеличивается температура наножидкости, в то время как объемная доля наночастиц сначала уменьшается, затем увеличивается. Влияние параметра теплового излучения более значительно при  $R \rightarrow 0$  ( $R \neq 0$ ) и может быть пренебрежимо малым при  $R \rightarrow \infty$ . С увеличением температуры и объемной доли наночастиц их излучение увеличивается. Таким образом, тепловое излучение является основным механизмом теплообмена.

На рис. 8 показано влияние параметра отсоса  $S$  на течение в пограничном слое при наличии броуновского движения. Видно, что с увеличением отсоса объемная доля наночастиц уменьшается. Также при наличии отсоса уменьшается толщина пограничного слоя.

**3. Выводы.** Исследовано влияние различных определяющих параметров (параметра магнитного поля, параметров броуновского движения, термофореза, теплового излучения, чисел Грасгофа и Льюиса) на движение и характеристики теплообмена течения в окрестности точки торможения наножидкости на пористой растягивающейся-сжимающейся поверхности. Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

Скорость наночастиц увеличивается при увеличении магнитного параметра.

При увеличении числа Грасгофа скорость сначала увеличивается, затем уменьшается.

При увеличении параметра броуновского движения толщина теплового пограничного слоя увеличивается, толщина диффузионного пограничного слоя уменьшается, вследствие чего температура увеличивается, объемная доля наночастиц уменьшается.



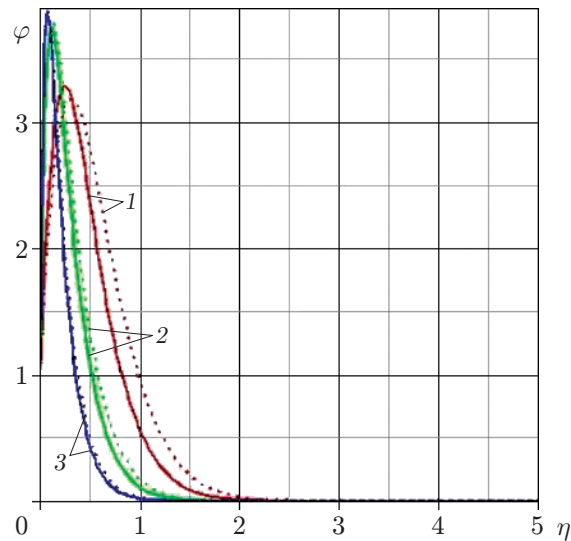


Рис. 8. Зависимость объемной доли наночастиц  $\varphi$  от  $\eta$  при  $M = 1$ ,  $N_t = 0,05$ ,  $N_b = 0,01$ ,  $Le = 1,0$ ,  $\lambda = 0,3$ ,  $Gr = 3$ ,  $Gr_m = 3$  и различных значениях параметра отсоса:

1 —  $S = 1$ , 2 —  $S = 3$ , 3 —  $S = 5$ ; сплошные линии — растягивающаяся поверхность ( $\alpha = 1,2$ ), пунктирные — сжимающаяся поверхность ( $\alpha = -1,2$ )

Объемная доля наночастиц более существенно увеличивается при большом значении параметра термофореза. Это обусловлено тем, что частицы с размерами порядка  $10^{-6}$  м, находящиеся в наножидкости, приобретают скорость, направление которой совпадает с направлением градиента температуры.

Влияние теплового излучения при наличии броуновского движения наночастиц приводит к значительному увеличению температуры наножидкости, при этом объемная доля наночастиц сначала уменьшается, а затем увеличивается.

Объемная доля наночастиц уменьшается при увеличении отсоса.

Таким образом, характеристики течения наножидкости и теплообмена в окрестности точки торможения зависят от управляющих параметров.

Авторы выражают благодарность В. Раззали и М. К. Мустафе (Университет Тун Хуссейн Онн (Малайзия)) за поддержку.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Ahmadreza A. B.** Application of nanofluid for heat transfer enhancement. Florida: Florida Intern. Univ., 2013. PID: 2739168. EEE-5425.
2. **Hiemenz K.** Die Grenzschicht in Einem in Dem Gleichformigen Flussig Keitsstrom Eingetauchten Gerade Kreisylinder // Dingler's Polytech. J. 1911. V. 326. P. 321–410.
3. **Chiam T. C.** Stagnation-point flow towards a stretching plate // J. Phys. Soc. Japan. 1994. V. 63. P. 2443–2444.
4. **Mahapatra T. R., Gupta A. S.** Heat transfer in stagnation-point flow towards a stretching sheet // Heat Mass Transfer. 2002. V. 38. P. 517–521.
5. **Ishak A., Jafar K., Nazar R., Pop I.** MHD stagnation point flow towards a stretching sheet // Phys. A. Stat. Mech. Appl. 2009. V. 388. P. 3377–3383.
6. **Nadeem S., Hussein M., Naz M.** MHD stagnation flow of amicro-polar fluid through a porous medium // Meccanica. 2010. V. 45. P. 869–880.

7. **Choi S. U. S., Eastman J. A.** Enhancing thermal conductivity of fluid with nanoparticles // Develop. Appl. Non-Newtonian flows. 1995. V. 231. P. 99–105.
8. **Shercliff J. A.** A textbook of magnetohydrodynamics. Oxford: Pergamon Press, 1965.
9. **Nandy S. K., Pop I.** Effects of magnetic field and thermal radiation on stagnation flow and heat transfer of nanofluid over a shrinking surface // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2014. V. 53. P. 50–55.
10. **Fang T. G., Zhang J.** Thermal boundary layers over a shrinking sheet: an analytical solution // Acta Mech. 2010. V. 209. P. 325–343.
11. **Goldstein S.** On backward boundary layers and flow in converging passages // J. Fluid Mech. 1965. V. 21, N 1. P. 33–45.
12. **Miklavcic M., Wang C. Y.** Viscous flow due to a shrinking sheet // Quart. Appl. Math. 2006. V. 64. P. 283–290.
13. **Wang C. Y.** Stagnation flow towards a shrinking sheet // Intern. J. Nonlinear Mech. 2008. V. 43. P. 377–382.
14. **Van Gorder R. A., Vajravelu K., Pop I.** Hydromagnetic stagnation-point flow of a viscous fluid over a stretching/shrinking sheet // Meccanica. 2012. V. 47, N 1. P. 31–50.
15. **Fang T.** Boundary layer flow over a shrinking sheet with power-law velocity // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 5838–5843.
16. **Fang T., Zhang J., Yao S.** Viscous flow over an unsteady shrinking sheet with mass transfer // Chinese Phys. Lett. 2009. V. 26. 014703.
17. **Ishak A., Lok Y. Y., Pop I.** Stagnation-point flow over a shrinking sheet in a micro polar fluid // Chem. Engng Comm. 2010. V. 197. P. 1417–1427.
18. **Lok Y. Y., Ishak A., Pop I.** MHD stagnation-point flow towards a shrinking sheet // Intern. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow. 2011. V. 21, N 1. P. 61–72.
19. **Bhattacharyya K., Mukhopadhyay S., Layek G. C.** Effects of suction/blowing on steady boundary layer stagnation-point flow and heat transfer towards a shrinking sheet with thermal radiation // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2011. V. 54. P. 302–307.
20. **Bhattacharyya K.** Dual solutions in boundary layer stagnation-point flow and mass transfer with chemical reaction past a stretching/shrinking sheet // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2011. V. 38. P. 917–922.
21. **Bachok N., Ishak A., Pop I.** Stagnation-point flow over a stretching/shrinking sheet in a nanofluid // Nanoscale Res. Lett. 2011. N 6. P. 623–632.

*Поступила в редакцию 16/XII 2014 г.,  
в окончательном варианте — 26/IV 2015 г.*