ВЛИЯНИЕ РЕЛАКСАЦИИ НАМАГНИЧЕННОСТИ ОДНОРОДНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА НА ИНДУКЦИОННЫЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Н.О. Кожевников, Е.Ю. Антонов

Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Коптюга, 3, Россия

Представлены результаты моделирования переходных характеристик установки с горизонтальными незаземленными петлями в присутствии однородного проводящего и магнитовязкого полупространства. Рассмотрены два способа расчета переходных характеристик. Первый способ основан на связи между вязкой намагниченностью и создаваемым ею магнитным потоком, пронизывающим приемную петлю. В основу второго способа положено решение краевой задачи уравнения Гельмгольца методом Фурье с учетом зависимости магнитной проницаемости от частоты. Лля петель, которые пространственно не совмешены, результаты расчетов обоими способами совпалают. При близком — на расстоянии порядка одного сантиметра и менее — расположении проводов генераторной и приемной петель наблюдаются расхождения, анализ которых позволил прийти к выводу, что в этом случае правильные результаты дает первый способ. Показано, что при значениях удельной электропроводности, характерных для геологических сред, процессы релаксации намагниченности и диффузии вихревых токов являются независимыми. Это позволяет рассчитывать переходные характеристики магнитовязких проводящих сред на основе принципа суперпозиции. Хотя в зависимости от геометрии установки и параметров среды переходные характеристики изменяются сложным образом, в этих изменениях просматриваются закономерности, которые могут оказаться полезными на этапе проектирования работ и при интерпретации данных метода переходных процессов (МПП). При использовании установок с измерительной петлей, вынесенной за пределы генераторной, сочетание релаксации намагниченности и диффузии вихревых токов приводит к смене полярности переходной характеристики. Эта смена полярности наблюдается после более раннего изменения знака ЭДС, обусловленного исключительно диффузией вихревых токов.

Метод переходных процессов, магнитная вязкость, суперпарамагнетизм, электропроводность, математическое моделирование.

SIMULATING THE EFFECT OF A MAGNETICALLY VISCOUS HOMOGENEOUS HALF-SPACE ON TEM RESPONSES

N.O. Kozhevnikov and E.Yu. Antonov

Ungrounded horizontal loop transients in a uniform conductive and magnetically viscous half-space have been simulated using two algorithms. One algorithm employs the link between viscous magnetization and the magnetic flux it induces in the receiver loop. In the other algorithm, the Helmholz equation boundary-value problem is solved by the Fourier method with frequency-dependent magnetic permeability. The two solutions are identical for noncoincident loops but differ if the transmitter and receiver loops are closely spaced (at less than 1 cm). According to analysis of the difference, correct results are provided by the first algorithm. Relaxation of viscous magnetization and decay of eddy currents appear to be independent processes at conductivities typical of the real subsurface. This allows computing TEM responses of magnetically viscous conductors using the superposition principle. Although transients change in an intricate way as a function of loop configuration and parameters of the subsurface, these changes exhibit certain patterns which may be useful at the stages of exploration and TEM data processing. In configurations where the receiver loop is laid outside the transmitter loop, the combination of magnetization relaxation and eddy current decay causes sign reversal in transients. This reversal occurs at late times after an earlier sign reversal induced uniquely by the decay of eddy currents.

TEM method, magnetic viscosity, superparamagnetism, conductivity, simulation

введение

Магнитная вязкость — одно из свойств ферромагнетизма. В горных породах ее проявления связаны преимущественно с релаксацией намагниченности ультрадисперсных частиц ферримагнитных минералов — явлением суперпарамагнетизма. В большинстве случаев при проведении геофизических съемок методами индуктивной электроразведки эффекты магнитной вязкости незначительны по сравнению с вкладом вихревых токов. Однако существуют геологические природные и антропогенные объекты, концентрация суперпарамагнитных частиц в которых настолько значительна, что влияние магнитной вязкости становится заметным или даже преобладающим по сравнению с влиянием вихревых токов, которое, в свою очередь, определяется электропроводностью среды. При исследовании таких объектов

© Н.О. Кожевников, Е.Ю. Антонов, 2008

методами импульсной индуктивной электроразведки эффекты магнитной вязкости уже нельзя игнорировать.

В большинстве случаев проявления магнитной вязкости рассматривают как геологическую помеху, затрудняющую интерпретацию результатов индуктивной электроразведки в терминах "нормальной" электропроводности [Lee, 1984a,b; Захаркин и др., 1988; Buselli, 1992; Dabas, Skinner, 1993; A.c., 1995; Pasion et al., 2002]. С другой стороны, результаты некоторых исследований свидетельствуют о том, что измеряемые с помощью индуктивных методов эффекты магнитной вязкости отражают важные особенности генезиса и строения природных и антропогенных геологических сред и объектов, а также происходящих в верхних горизонтах земной коры геологических процессов [Кожевников, Снопков, 1990, 1995; Kozhevnikov, Nikiforov, 1996; Барсуков, Файнберг, 1997, 2002; Кожевников и др., 1998; Кожевников, Никифоров, 1999; Kozhevnikov et al., 2001; Kozhevnikov et al., 2003]. В этой связи представляется актуальным, во-первых, дать методические рекомендации по поводу того, каким образом можно усилить или, наоборот, ослабить влияние магнитной вязкости; во-вторых, научиться средствами индуктивной электроразведки картировать распределение магнитной вязкости верхних горизонтов земной коры в плане и на глубину; в-третьих, найти способы истолкования результатов таких съемок в терминах петрофизики и, возможно, магнитной минералогии.

Для решения поставленной проблемы наряду с лабораторными и полевыми экспериментами нужны средства для математического моделирования индукционных переходных характеристик с учетом магнитной вязкости. На первом этапе необходимо разработать алгоритмы и программы для решения прямых задач, а в более отдаленной перспективе — для инверсии данных МПП, полученных в районах, где присутствуют магнитовязкие геологические объекты.

Давая характеристику тому, что сделано по части математического моделирования, следует отметить работы Т. Ли, который получил и исследовал аналитические выражения, описывающие ЭДС переходного процесса в присутствии суперпарамагнитного проводящего полупространства [Lee, 1984b] и тонкого суперпарамагнитного слоя на поверхности проводящего немагнитного основания [Lee, 1984a]. Как следует из этих работ, при использовании совмещенной установки магнитная вязкость сказывается сильнее, чем при измерениях с установкой "петля в петле", особенно в том случае, когда суперпарамагнитный материал сосредоточен в тонком слое, подстилаемом немагнитным основанием. Т. Ли показал также, что переходная реакция совмещенной установки зависит не только от размеров петли, но и от радиуса провода. Влияние радиуса провода особенно существенно, если петля располагается на поверхности суперпарамагнитного полупространства.

Аналитические выражения, приведенные в работах Т. Ли, получены им для петель круглой формы. Эти выражения важны для понимания физики явления и полезны для оценки порядка ожидаемых эффектов, но они не могут составить основу для "полноценного" математического моделирования.

В последние годы интерес к проявлениям магнитной вязкости в импульсной индуктивной электроразведке поддерживается в связи с проблемой обнаружения и диагностики неразорвавшихся боеприпасов [Pasion et al., 2002]. Применительно к данной проблеме расчеты переходных характеристик в присутствии магнитовязких сред выполнены для установки, состоящей из небольшой круглой генераторной петли и расположенной в ее центре маленькой круглой приемной рамки. При использовании маленьких установок вихревые токи в земле затухают настолько быстро, что проводимость среды не оказывает влияния на переходную характеристику. Что касается "обычных" съемок МПП, при их проведении используют большие установки с квадратными петлями. При больших размерах установки влиянием проводимости пренебречь нельзя, особенно на ранних временах.

В целом же по поводу математического моделирования индукционных переходных характеристик написано немного. Нам не удалось найти публикаций, в которых бы обсуждались различные методы расчета, а также сравнение их эффективности в зависимости от геоэлектрической модели и типа установки. Это препятствует обоснованию эффективной методики полевых съемок МПП в районах, где присутствуют магнитовязкие геологические объекты, а также тому, чтобы перевести магнитную вязкость в разряд свойств, определяемых в результате инверсии данных МПП. Настоящая статья направлена на то, чтобы в некоторой мере восполнить отмеченные пробелы. При ее написании авторы использовали имевшуюся в их распоряжении литературу по магнитной вязкости геологических сред, а также результаты собственных исследований, лишь часть из которых была представлена ранее в виде кратких научных сообщений [Антонов, Кожевников, 2003; Kozhevnikov, Antonov, 2004].

РЕЛАКСАЦИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ И ЕЕ СВЯЗЬ С ИНДУКЦИОННОЙ ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Генераторная и приемная петли изображены на рис. 1. Предположим, что в генераторной петле в течение длительного времени протекает постоянный ток *I*, а среда, на поверхности которой располагаются петли, немагнитная. В этом случае магнитный поток Φ_0 , пронизывающий приемную петлю, можно



Рис. 1. Система для измерений методами импульсной индуктивной электроразведки и магнитный объект.

определить как $\Phi_0 = IM_0$, где M_0 — коэффициент взаимной индуктивности между петлями при их расположении в немагнитной среде.

Если в окрестностях петли располагается магнитный объект, то под действием первичного магнитного поля H_1 каждый элементарный объем объекта приобретает намагниченность *J*. Намагниченный объект создает вторичное магнитное поле H_2 , которое вносит добавку $\Delta \Phi$ в магнитный поток Φ_0 . Соответственно, M_0 изменяется на величину ΔM , которую называют внесенной индуктивностью. В зависимости от геометрии установки и распределения магнитной восприимчивости ΔM увеличивает или уменьшает начальную индуктивность. Из-

мерив ΔM , можно судить о присутствии объекта и его свойствах. Индуктивность с учетом влияния одного или нескольких намагниченных объектов (в их числе может быть и магнитное полупространство) назовем эффективной и обозначим как M_{ρ} . Ее удобно представить как

$$M_e = \mu_e M_0, \tag{1}$$

где μ_e — эффективная относительная магнитная проницаемость, учитывающая влияние расположенных в окрестности установки магнитных объектов. Если таких объектов нет, то $\mu_e = 1$. Для горизонтальнооднородных по магнитным свойствам сред всегда можно найти такое значение эффективной проницаемости, что соотношение (1) выполняется точно. Для сред с латеральными неоднородностями соотношение (1) выполняется приближенно.

В момент t = 0 ток в петле быстро выключается, и так же быстро исчезает первичное магнитное поле. Предположим, что удельная электропроводность объекта и вмещающей его среды настолько мала, что вихревые токи и создаваемое ими вторичное магнитное поле во временном масштабе эксперимента быстро затухают и не оказывают влияния на процессы намагничивания. Если намагниченность объекта вязкая, ее спад после снятия первичного поля происходит медленно. Убывающая намагниченность создает синхронное с ней вторичное магнитное поле H_2 , магнитный поток которого, пронизывая приемную петлю,

индуцирует в ней ЭДС e(t): $e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$

Если для возбуждения первичного поля и измерения вторичной ЭДС используется однопетлевая или совмещенная установка, в формулу для расчета магнитного потока вместо взаимной индуктивности необходимо подставить собственную индуктивность (*L*) петли.

При характеристике геологических сред вместо магнитной проницаемости принято использовать магнитную восприимчивость к. В системе СИ связь между относительной магнитной проницаемостью µ и магнитной восприимчивостью выражается соотношением

$$\mu = 1 + \kappa. \tag{2}$$

Соответственно, для эффективных относительной магнитной проницаемости и восприимчивости:

$$\mu_e = 1 + \kappa_e, \tag{3}$$

откуда следует, что

$$M_e = M_0 (1 + \kappa_e). \tag{4}$$

Для сред с магнитным последействием изменение намагниченности отстает от изменения приложенного магнитного поля, а параметры μ_e , κ_e и M_e зависят от времени. В этом случае магнитный поток можно представить в виде интеграла Дюамеля:

$$\Phi(t) = I(t) M_e(0) + \int_{-\infty}^{t} I(\tau) \frac{dM_e(t-\tau)}{dt} d\tau.$$

Если установившийся ток I_0 в генераторной петле выключается в момент времени t = 0, ток I в петле в зависимости от времени можно представить как $I(t) = I_0[1 - 1(t)]$, где 1(t)—единичная функция Хевисайда. Тогда

$$\Phi(t) = I(t) M(0) + I_0 \int_{-\infty}^{t} \frac{dM_e(t-\tau)}{dt} d\tau - I_0 \int_{-\infty}^{t} 1(t) \frac{dM_e(t-\tau)}{dt} d\tau.$$
(5)

Очевидно, первый интеграл в правой части выражения

$$\int_{-\infty}^{t} \frac{dM_e(t-\tau)}{dt} d\tau = M_e(t) - M_e(-\infty)$$

дает статическое, т. е. устанавливающееся по истечении бесконечно длительного промежутка времени значение эффективной индуктивности (M_{ec}). Второй интеграл в правой части (5)

$$\int_{-\infty}^{t} 1(t) \frac{dM_e(t-\tau)}{dt} d\tau = \int_{0}^{t} \frac{dM_e(t-\tau)}{dt} d\tau = M_e(t) - M_e(0).$$

Поскольку в момент t = 0 вязкая намагниченность равна нулю, $M_e(0) = M_0$, т. е. эффективная индуктивность равна начальной. Таким образом, выражение (5), приобретает вид

$$\Phi(t) = I_0 M_s - 1(t) I_0 M_0 - I_0 M_e(t),$$

а ЭДС на зажимах приемной петли составляет

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = \delta(t)I_0M_0 + I_0\frac{dM_e(t)}{dt},$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака. $M_e(t)$ можно выразить через эффективную, зависящую от времени, магнитную восприимчивость $\kappa_e(t)$ и начальную индуктивность M_0 :

$$M_{e}(t) = M_{0}[1 + \kappa_{e}(t)]$$

поэтому

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = \delta(t)I_0M_0 + I_0M_0\frac{d\kappa_e}{dt}$$

Здесь первое слагаемое представляет собой ЭДС, индуцируемую в приемной петле в момент выключения тока в генераторной петле. Это слагаемое не содержит информации о магнитной вязкости. Приведенная к току ЭДС, индуцируемая в приемной петле за счет релаксации намагниченности геологической среды, записывается как

$$\frac{e(t)}{I_0} = M_0 \frac{d\kappa_e}{dt}.$$
(6)

Для того чтобы практически воспользоваться этой формулой, необходимо рассчитать коэффициент M_0 и задаться моделью, описывающей $\kappa_e(t)$.

МАГНИТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ АНСАМБЛЯ ОДНОДОМЕННЫХ ЧАСТИЦ

При воздействии внешнего магнитного поля на "обычные" среды их намагниченность устанавливается мгновенно во временном масштабе эксперимента, иными словами, приложенное поле H и намагниченность J изменяются синфазно и связаны соотношением $J = \kappa H$, где κ не зависит от времени.

Если среда характеризуется магнитной вязкостью, намагниченность зависит от времени. Для магнитного поля, которое включается в момент t = 0, $J(t) = \kappa(t)H$, где $\kappa(t)$ — зависящая от времени магнитная восприимчивость. Часто последнее выражение записывают в виде

$$J(t) = \kappa_0 H [1 - P(t)],$$
(7)

где к₀ — статическая магнитная восприимчивость, *P*(*t*) — функция последействия [Трухин, 1973].

Напомним, что время релаксации намагниченности однодоменной частицы определяется выражением [Néel, 1949] $\tau = \tau_0 \exp (KV/kT)$, где K — постоянная магнитной анизотропии, V — объем частицы, T — температура, k — постоянная Больцмана, $\tau_0 = 10^{-9}$ с. Для частицы или ансамбля частиц с одним временем релаксации функция последействия дается выражением [Трухин, 1973] $P(t) = \exp(-t/\tau)$.

В реальных геологических средах процессы вязкого намагничивания характеризуются спектром времен релаксации, определяемым весовой функцией $f(\tau)$, которую называют также функцией распределения. Для таких сред функция последействия записывается как

$$P(t) = \int_{0}^{\infty} f(\tau) \exp(-t/\tau) d\tau.$$
(8)

При исследовании магнитной вязкости особое значение имеет функция Фрёлиха [Fannin, Charles, 1995], описывающая распределение времен релаксации ансамбля однодоменных частиц, у которых энергетические барьеры между соседними состояниями намагниченности распределены равномерно. Для такой функции времена релаксации τ распределены на интервале от τ_1 до τ_2 : $\tau_1 \le \tau \le \tau_2$. Внутри этого интервала

$$f(\tau) = \frac{1}{\tau \ln \left(\tau_2 / \tau_1\right)},\tag{9}$$

тогда как вне интервала $f(\tau) = 0$.

Если в качестве аргумента в выражении (9) использовать $\ln \tau$, функция распределения Фрёлиха записывается в виде $G(\ln \tau) = \frac{1}{\ln (\tau_2/\tau_1)}$, откуда видно, что на интервале от τ_1 до τ_2 логарифмы времен релаксации распределены равномерно.

Подставив (9) в (8), находим, что

$$P(t) = \frac{1}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\exp(-t/\tau)}{\tau} d\tau.$$
 (10)

Точные значения τ_1 и τ_2 обычно неизвестны, однако это не влияет на результаты практических измерений. Как правило, времена релаксации распределены в интервале, перекрывающем много порядков, а измерения вязкой намагниченности осуществляют в диапазоне времен *t*, удовлетворяющих неравенствам $\tau_1 \ll t \ll \tau_2$. В этом случае функция последействия [Fannin P.C., Charles S.W., 1995]

$$P(t) = \frac{1}{\ln(\tau_2/\tau_1)} (-\gamma - \ln t - \ln \tau_2),$$

где γ ≈ 0.577 — постоянная Эйлера. Подставив (10) в (7), находим, что при ступенчатом включении внешнего магнитного поля намагниченность возрастает пропорционально логарифму времени:

$$J(t) = \frac{\kappa_0 H}{\ln(\tau_2/\tau_1)} [1 + A + \ln t].$$

В этом выражении $A = \gamma + \ln \tau_2$. Поделив обе его части на H, найдем зависящую от времени магнитную восприимчивость

$$\kappa(t) = \frac{\kappa_0}{\ln \left(\tau_2/\tau_1\right)} \left(1 - A + \ln t\right).$$
(11)

Замечание. В данной статье зависящая от времени магнитная восприимчивость определена как реакция на включение магнитного поля. Используя распространенную в геофизической литературе английскую терминологию, можно обозначить определенную таким образом магнитную восприимчивость как $\kappa_{on}(t)$. Это возрастающая функция времени. В некоторых публикациях магнитная восприимчивость $\kappa(t)$ определяет реакцию системы на выключение магнитного поля. Ее логично обозначить как $\kappa_{off}(t)$. Очевидно, $\kappa_{off}(t) = \kappa_0 - \kappa_{on}(t)$.

Измерения, выполненные в гармоническом режиме, показали, что магнитная восприимчивость сред с магнитной вязкостью является комплексной и частотно-зависимой [Worm, 1999]. В частотной области магнитная восприимчивость ансамбля однодоменных частиц, распределение времен релаксации которых

описывается функцией Фрёлиха (9), определяется формулой [Трухин, 1973; Lee, 1984a,b; Fannin, Charles, 1995]

$$\kappa^*(\omega) = \kappa_0 \left[1 - \frac{1}{\ln\left(\tau_2/\tau_1\right)} \cdot \ln\frac{(1+j\omega\tau_2)}{(1+j\omega\tau_1)} \right].$$
(12)

Здесь $j = \sqrt{-1}$, ω — круговая частота.

На низких частотах магнитная восприимчивость, описываемая формулой (12), приближается к статическому значению κ_0 , а на высоких — к нулю. В диапазоне частот $1/\tau_2 < \omega < 1/\tau_1$ реальная компонента $\kappa^*(\omega)$ убывает пропорционально логарифму частоты, тогда как мнимая не зависит от частоты [Fannin, Charles, 1995].

ОДНОРОДНОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО: ЭФФЕКТИВНАЯ МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ И ПЕРЕХОДНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

Напишем выражения для ЭДС переходного процесса, индуцируемой в приемной петле за счет релаксации намагниченности геологической среды, представленной однородным магнитовязким полупространством.

Если две петли расположить на поверхности однородного полупространства с относительной магнитной проницаемостью μ , их взаимная индуктивность, а также собственная индуктивность каждой из них возрастут в $2\mu/(\mu + 1)$ раз, т. е. эффективная μ_e и истинная μ относительные магнитные проницаемости однородного полупространства связаны соотношением [Spies, Frischknecht, 1991]:

$$\mu_e = \frac{2\mu}{\mu+1}.\tag{13}$$

С учетом (2), (3) и (13) нетрудно показать, что эффективная магнитная восприимчивость κ_e однородного полупространства следующим образом связана с его истинной восприимчивостью к: $\kappa_e = \kappa/(\kappa + 2)$.

Для большинства геологических сред $\kappa \ll 1$, поэтому $\kappa_{e} = \kappa/2$.

Если петли располагаются на поверхности однородного полупространства с зависящей от времени магнитной восприимчивостью $\kappa(t)$, эффективная проницаемость полупространства также зависит от времени: $\kappa_e(t) = \kappa(t)/2$, и, согласно (6),

$$\frac{e(t)}{I_0} = \frac{1}{2} M_0 \frac{d\kappa(t)}{dt}.$$

С учетом (11) находим, что

$$\frac{e(t)}{I_0} = \frac{M_0}{2} \frac{\kappa_0}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \frac{1}{t}.$$
(14)

С помощью этой формулы можно рассчитать ЭДС, индуцируемую в приемной петле за счет релаксации намагниченности однородного полупространства. Для этого необходимо вычислить M_0 (L_0 для однопетлевой либо совмещенной установок), а также задаться статической магнитной восприимчивостью κ_0 и отношением τ_2 к τ_1 .

Если же имеется экспериментальная переходная характеристика, можно решить обратную задачу. В выражении (14) измеряемой величиной является e(t), а M_0 , I_0 и t — контролируемые величины. Решив (13) относительно κ_0 , находим

$$\kappa_0 = \frac{2}{M_0} \ln \left(\frac{\tau_2}{\tau_1} \right) \frac{e(t)}{I_0} t.$$
(15)

Таким образом, измерив e(t), можно найти κ_0 . Для однородного полупространства эта величина равна его истинной статической магнитной восприимчивости. В случае неоднородного полупространства — это эффективный параметр, который в соответствии с принятой в геофизике терминологией логично назвать кажущейся статической магнитной восприимчивостью.

Замечание. Поскольку в формулы (14) и (15) входит логарифм отношения $\tau_2 \kappa \tau_1$, в зависимости от него будет изменяться κ_0 , а в случае неоднородной среды — кажущаяся статическая восприимчивость. Поэтому при публикации результатов необходимо указывать, какие τ_2 и τ_1 использованы при решении прямой и(или) обратной задач.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ ФУРЬЕ

Рассмотрим горизонтально-слоистую среду, характеризующуюся проводимостями $\sigma_1, ..., \sigma_i, ..., \sigma_N$, магнитными проницаемостями $\mu_1, ..., \mu_i, ..., \mu_N$ и координатами границ слоев $z_1, ..., z_i, ..., z_N$ в декартовой системе координат *хуz*, ось *z* которой направлена вниз. Как известно [Табаровский, 1975], для определения поля произвольного точечного источника в горизонтально-слоистой среде достаточно определить пространственные Фурье-образы его вертикальных компонент.

Индуктивная установка представлялась совокупностью горизонтальных электрических диполей, распределенных по контуру генераторной петли. ЭДС *e* (*t*), наведенная в приемном контуре $L_n = L_n(\mathbf{r})$ после выключения тока в источнике $L_r = L_r(\mathbf{r}_0)$, находилась путем вычисления двойного интеграла

$$\varepsilon = I \oint_{L_{\mathrm{r}}} \oint_{L_{\mathrm{r}}} E \left(Id \mathbf{I}_{\mathrm{r}}, |\mathbf{r}_{0} - \mathbf{r}| \right) dl_{\mathrm{n}} dl_{\mathrm{r}},$$

где I — ток, $E(Id \mathbf{I}_{r}, |\mathbf{r}_{0} - \mathbf{r}|)$ — поле электрического диполя с моментом $Id\mathbf{I}_{r}$, расположенного в точке $\mathbf{r}_{0} = (x_{0}, y_{0}, z_{0})$ генераторного контура L_{r} и измеренное в точке $\mathbf{r} = (x, y, z)$ приемного контура L_{n} . При вычислении переходной характеристики индуктивной установки достаточно учитывать только магнитную моду точечных источников электрического типа. Соответствующие компоненты электрического поля в частотной области выражаются в виде следующих интегралов:

$${}^{Ix}E_{x} = \frac{i\omega\mu_{0}I}{4\pi} \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} \int_{0}^{\infty} f(u, \omega, z, z_{0}) J_{0}(u|r - r_{0}|) u \, du,$$
(16)

$${}^{Ix}E_{y} = {}^{Iy}E_{x} = \frac{i\omega\mu_{0}I}{4\pi} \frac{\partial^{2}}{\partial x \,\partial y} \int_{0}^{\infty} f(u,\,\omega,\,z,\,z_{0}) J_{0}(u|r-r_{0}|) u \,du,$$
(17)

$${}^{ly}E_{y} = \frac{i\omega\mu_{0}I}{4\pi} \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} \int_{0}^{\infty} f(u, \omega, z, z_{0}) J_{0}(u|r - r_{0}|) u \, du.$$
(18)

Здесь $u = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, где k_x, k_y — параметры пространственных частот преобразования Фурье по горизонтальным осям координат, J_0 — функции Бесселя 1-го рода нулевого порядка. Компоненты произвольно ориентированного источника выражаются с помощью набора тригонометрических функций. Входящая в подынтегральные выражения функция $f(u, \omega, z, z_0)$ определяет зависимость поля от параметров среды σ , μ , положения границ ($z_1, z_2, ..., z_{N-1}$), вертикальных координат источника и приемника z_0, z , частоты ω . Геометрия установки учитывается аргументом функций Бесселя.

Для расчета функции $f(u, \omega, z, z_0)$ используют рекуррентные соотношения [Табаровский, 1979]:

$$\alpha_N = 0,$$

$$\beta_{j-1} = \frac{\mu_j}{\mu_{j-1}} \frac{p_{j-1}}{p_j} \frac{\alpha_j + 1}{\alpha_j - 1},$$

$$R_{j-1} = \frac{1 + \beta_{j-1}}{1 - \beta_{j-1}},$$

$$\alpha_{j-1} = -e^{-2p_{j-1}(z_{j-1} - z_{j-2})} R_{j-1},$$

где $j = N, ..., 2, p_j = \sqrt{u^2 + k_j^2}, k_j^2 = -i\omega\mu_j \sigma_j, \sigma_j$ — удельная электропроводность, $\mu = \mu(\omega)$ — комплексная магнитная проницаемость. После того, как с помощью этих соотношений определены p_1 и R_1 , функцию $f(u, \omega, z, z_0)$ вычисляют по формуле

$$f(u, \omega, z, z_0) = -\frac{e^{-p_1(2z_1 + z_0 - z)}}{2p_1} R_1 + \frac{e^{-p_1|z - z_0|}}{2p_1}.$$

Интегралы (16)—(18) рассчитываются с помощью специальных сплайновых интерполяционных квадратур, при этом квадратурные коэффициенты для точечных источников вычисляются однократно и записываются в специальный файл. Для конструирования произвольной индуктивной установки достаточно выполнить интегрирование квадратурных коэффициентов для точечного источника. Такой подход позволяет существенно повысить скорость расчетов электромагнитных полей для установок произвольной геометрии.

КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ

В программе Unv_QQ, написанной Е.Ю. Антоновым на языке FORTRAN, реализован описанный выше алгоритм. Программа Unv_QQ позволяет рассчитывать переходные характеристики любых установок с прямоугольными петлями в присутствии горизонтально-слоистой проводящей среды с магнитной вязкостью. Наряду с геометрией установки и параметрами слоев в программе Unv_QQ можно задавать высоту установки по отношению к поверхности земли. Эффекты магнитной вязкости учитываются путем использования комплексной частотно-зависимой магнитной проницаемости $\mu^*(\omega) = \mu_0[1 + \kappa^*(\omega)]$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная проницаемость вакуума, $\kappa^*(\omega)$ — определяемая формулой (12) магнитная восприимчивость.

Программа MVIS написана H.O. Кожевниковым в среде MATHCAD и предназначена для расчета ЭДС, индуцируемой в приемной петле за счет релаксации намагниченности геологической среды. Расчет производится по формуле (6) для следующих комбинаций установок и моделей:

- установки с любой геометрией, однородное полупространство;
- круглые совмещенные петли, двухслойная среда;
- соосная установка с круглыми или квадратными петлями, любое число слоев.

При выводе формулы (6) было принято, что геологическая среда характеризуется низкой удельной электропроводностью, вследствие чего релаксация вихревых токов заканчивается очень быстро и, таким образом, не оказывает влияния на процессы вязкого намагничивания. На первый взгляд, это ограничивает область применения программы MVIS высокоомными — строго говоря, с нулевой удельной электропроводностью — средами. Однако специальные исследования показали (см. ниже), что при тех значениях удельной электропроводности, которые характерны для реальных геологических сред, процессы становления вихревых токов и вязкого намагничивания протекают независимо.

ЗАВИСЯЩАЯ ОТ ВРЕМЕНИ ИНДУКТИВНОСТЬ И ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД: СРАВНЕНИЕ ДВУХ ПОДХОДОВ

Первый этап выполненных нами численных экспериментов заключался в сравнении переходных характеристик, рассчитанных для одних и тех же установок и моделей полупространства с помощью программ Unv_QQ и MVIS. Как оказалось, результаты расчетов по обеим программам совпадают для установок "петля в петле", однако различаются для установок с совмещенными петлями.

Для того чтобы выяснить, от каких факторов зависит это расхождение, для одной и той же модели с использованием обеих программ были выполнены расчеты переходных характеристик установки с квадратной генераторной петлей 100×100 м. Размер приемной петли, которая располагалась внутри генераторной, изменялся от 90×90 м до 100×100 м, т. е. установка "петля в петле" постепенно переходила в совмещенную.

Модель среды была представлена однородным полупространством с удельным электрическим сопротивлением $\rho = 10^6$ Ом·м и $\kappa_0 = 10^{-3}$ ед. СИ. При таком сопротивлении становление вихревых токов заканчивается настолько быстро, что его влиянием по сравнению с вкладом релаксации намагниченности можно пренебречь. Как при расчетах по формуле (14), так и численным методом, было принято, что $\tau_1 = 1 \cdot 10^{-6}$ с, $\tau_2 = 1 \cdot 10^6$ с, а расчет переходной характеристики осуществлялся во временном диапазоне от 10 мкс до 100 мс. Таким образом, диапазон времен *t*, на которых рассчитывались значения ЭДС переходного процесса, удовлетворял неравенствам $\tau_1 \ll t \ll \tau_2$.

Коэффициент взаимной индуктивности M_0 между квадратными петлями вычислялся путем численного интегрирования выражения (3.12) из справочника [Немцов, 1989]. Собственная индуктивность L_0 квадратной петли, необходимая для расчета переходной характеристики совмещенной установки, вычислялась по формуле, приведенной в книге [Зимин, Кочанов, 1985, с. 163].

На рис. 2, *а* приведен график отношения e_1/e_2 , где e_1 и e_2 — нормированные на ток ЭДС переходного процесса, рассчитанные с помощью программ MVIS и Unv_QQ соответственно. Расхождение в результатах расчетов по обеим программам становится заметным, когда расстояние между проводами внутренней и внешней петель составляет около 1 см. По мере дальнейшего приближения приемной петли к генераторной отношение e_1/e_2 возрастает и в пределе, т. е. когда петли пространственно совмещены,



Рис. 2. Графики отношения $e_1/e_2(a)$ и взаимной индуктивности M_0 между внешней 1 и внутренней 2 петлями (δ) в зависимости от длины стороны внутренней петли.

 $e_1/e_2 = 1.9$. Выяснилось также, что отношение e_1/e_2 не зависит от временной задержки во временном диапазоне, в котором были рассчитаны переходные характеристики (от 10 мкс до 100 мс).

Поскольку при расстоянии между проводами более одного сантиметра обе программы дают одинаковый результат, есть основания полагать, что с учетом того, что в программах реализованы разные методы расчета переходных характеристик, оба подхода приводят к правильному результату.

Что происходит, когда расстояние между проводами становится малым? Обратимся к рис. 2, δ , на котором показан график начальной взаимной индуктивности M_0 между двумя квадратными петлями, центры которых совпадают. Размер внешней петли оставался неизменным и составлял 100 × 100 м, внутренней — изменялся от 1 × 1 до 100 × 100 м. Видно, что при увеличении размеров внутренней петли коэффициент M_0 возрастает пропорционально ее площади. Однако при близком расположении проводов M_0 начинает возрастать все быстрее по мере сближения петель. Взаимная индуктивность максимальна, когда внутренняя петля совмещена с внешней. В этом случае вместо M_0 необходимо использовать собственную индуктивность L_0 петли 100 × 100 м. В отличие от взаимной индуктивности M_0 , собственная индуктивность L_0 зависит не только от размеров петли, но и от радиуса провода. В своих расчетах мы приняли, что радиус провода составляет 2 мм; тогда $L_0 = 8.24 \cdot 10^{-4}$ Гн. В этом случае взаимная индуктивность равной 99.5 м. Иными словами, при увеличении размеров приемной петли индуктивная связь между петлями достигает половины от максимальной, когда расстояние между проводами составляет всего 25 см.

Согласно выражению (14), ЭДС, наводимая в приемной петле за счет релаксации намагниченности, пропорциональна коэффициенту взаимной начальной индуктивности M_0 между генераторной и приемной петлями. При сближении проводов обеих петель на расстояние порядка нескольких сантиметров и менее M_0 резко возрастает (см. рис. 2, δ). Максимальное значение M_0 достигается, когда петли пространственно совмещены, поэтому установка с совмещенными петлями является наиболее чувствительной к магнитной вязкости.

Что касается ЭДС, индуцируемой в приемной петле вихревыми токами, она пропорциональна взаимной индуктивности между приемной петлей и вихревыми токами в земле, которые ни при каких условиях не могут пространственно совпасть с контуром генераторной петли. В работе [Nabighian, 1979] показано, что диффузия вихревых токов может быть наглядно представлена в виде эквивалентного токового кольца. С течением времени его размеры и глубина, на котором оно располагается, возрастают. Между двумя любыми элементарными токовыми нитями, из которых состоит токовое кольцо, существует индуктивная связь, определяемая размерами и положением токовых нитей, а также магнитными параметрами среды. Это взаимодействие, а следовательно, и магнитные свойства среды, учитывается в том решении, которое реализовано в программе Unv_QQ. Однако уже на самых ранних временах максимум плотности вихревых токов располагается далеко от провода петли. Поэтому эффекты намагничивания участков среды, непосредственно прилегающей к проводу, не учитываются в рамках использованного в программе Unv_QQ решения.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Выяснив возможности и ограничения двух разных подходов к расчету переходных характеристик, рассмотрим некоторые результаты, которые могут представлять интерес при проектировании работ и интерпретации данных МПП в районах, где встречаются геологические среды с магнитной вязкостью.

На рис. 3 представлены переходные характеристики для установки "петля в петле", расположенной на поверхности однородного полупространства. Размер генераторной петли 100×100 м, приемной — 50×50 м. Сначала был рассчитан сигнал $e_1(t)/I$, индуцируемый в приемной петле вихревыми токами. При выполнении этих расчетов было принято, что $\rho = 10$, 10^2 и 10^3 Ом·м, а $\kappa_0 = 0$, т. е. эффекты магнитной вязкости не учитывались.

Затем был выполнен расчет ЭДС $e_2(t)/I$, индуцируемой в приемной петле за счет релаксации намагниченности горных пород. На этом этапе было принято, что $\kappa_0 = 0.001$, $\rho = 10^6$ Ом·м. При таком сопротивлении полупространства вихревые токи затухают очень быстро, поэтому переходная характеристика формируется исключительно за счет релаксации намагниченности.



Рис. 3. Переходные характеристики установки "петля в петле" 100 × 50 м, расположенной на поверхности однородного полупространства, рассчитанные приближенным и "строгим" способами.

На кривых — удельное электрическое сопротивление полупространства, Ом·м. Для всех моделей $\kappa_0 = 0.001$ ед. СИ.

После этого была рассчитана суммарная ЭДС $e_{\Sigma}(t)/I = e_1(t)/I + e_2(t)/I$, графики которой показаны на рис. 3. Здесь же приведены графики ЭДС e(t)/I, рассчитанной с помощью программы Unv_QQ с учетом взаимодействия вихревых токов и намагниченности. При выполнении этих расчетов было принято: $\kappa_0 = 0.001$, $\rho = 10$, 10^2 и 10^3 Ом·м. Как нетрудно видеть, графики $e_{\Sigma}(t)/I$ и e(t)/I совпадают. Данный результат подтверждает тезис о том, что в геологических средах процессы релаксации намагниченности и вихревых токов практически не связаны друг с другом, т. е. независимы [Кожевников, Снопков, 1990, 1995]. Это позволяет при расчете и интерпретации переходных характеристик проводящих магнитовязких сред использовать принцип суперпозиции.

На рис. 3 видно, что на ранних временах переходные характеристики зависят от удельного сопротивления ρ, контролирующего процесс становления вихревых токов в полупространстве. На поздних временах графики выходят на асимптоту, представляющую собой ЭДС, индуцируемую в приемной петле



вляющую собой ЭДС, индуцируемую в приемной петле за счет релаксации намагниченности. Выход на асимптоту намечается и заканчивается тем раньше, чем выше удельное сопротивление полупространства. Очевидно, переходный процесс в непроводящей среде определяется исключительно ее магнитной вязкостью. ЭДС, создаваемая релаксацией намагниченности, убывает обратно пропорционально первой степени времени, т. е. намного медленнее по сравнению с ЭДС, индуцируемой в приемной петле вихревыми токами. При пересчете переходных характеристик в кривые кажущегося удельного сопротивления ρ_τ (рис. 4) влияние релаксации намагниченности проявляется в законо-

Рис. 4. Кривые кажущегося удельного сопротивления для установки "петля в петле" 100 × 50 м, расположенной на поверхности однородного полупространства.

На кривых — удельное сопротивление полупространства, Ом·м. Для всех моделей $\kappa_0=0.001\,$ ед. СИ.



Рис. 5. Переходные характеристики (*a*) и кривые кажущегося удельного сопротивления (*б*) для установок "петля в петле", расположенных на поверхности однородного полупространства с параметрами: $\rho = 10^3 \text{ Om} \cdot \text{m}$, $\kappa_0 = 0.001$ ед. СИ.

Длина стороны приемной петли для всех установок составляет 10 м. Длина стороны генераторной петли (м): 1—1000, 2—100, 3—20, 4—10.

мерном понижении значений ρ_τ с выходом на асимптоту, где кажущееся удельное сопротивление убывает как 1/*t*. Понижение ρ_τ становится заметным тем раньше, чем выше удельное сопротивление полупространства.

При проведении съемок МПП в районах, где можно ожидать проявлений магнитной вязкости, важно представлять, как влияние релаксации намагниченности зависит от размеров и геометрии установки. На рис. 5, *а* приведены переходные характеристики установок "петля в петле" в присутствии однородного полупространства с параметрами: $\rho = 10^3$ Ом·м, $\kappa_0 = 10^{-3}$ ед. СИ, $\tau_1 = 10^{-6}$ с, $\tau_2 = 10^6$ с. Размеры генераторной петли изменялись от 10×10 до $10^3 \times 10^3$ м, размер приемной петли для всех установок оставался неизменным и составлял 10×10 м.

Как видно из показанных на рис. 5, *а* переходных характеристик, увеличение размеров генераторной петли приводит, с одной стороны, к возрастанию составляющей сигнала, создаваемой вихревыми токами, а с другой — к уменьшению ЭДС, индуцируемой в приемной петле за счет релаксации намагниченности. Напомним, что эта ЭДС пропорциональна коэффициенту взаимной индуктивности между генераторной и приемной петлями. Если размер приемной петли фиксирован, максимальная индуктивная связь между петлями имеет место в том случае, когда они совмещены. Соответствующие кривые кажущегося удельного сопротивления приведены на рис. 5, *б*. Эти результаты показывают, что в тех случаях, когда необходимо усилить влияние магнитной вязкости, нужно использовать установки небольшого размера с совмещенными петлями. Если же релаксация намагниченности рассматривается как помеха, влияние которой желательно уменьшить, следует ориентироваться на установку с большой генераторной петлей, внутри которой располагается небольшая приемная петля.

Если принять, что при расположении приемной петли внутри генераторной $M_0 > 0$, то для установки, в которой приемная петля вынесена за пределы генераторной, $M_0 < 0$ [Немцов, 1989]. В первом случае Рис. 6. Переходная характеристика установки с разнесенными петлями, расположенными на поверхности однородного полупространства ($\rho = 10^3$ Ом·м, $\kappa_0 = 0.001$ ед. СИ).

Параметры установки: размеры генераторной петли 100 × 100 м, приемной петли — 50 × 50 м, разнос — 80 м. Полярность сигнала: *1* — положительная, *2* — отрицательная.

полярность ЭДС, индуцируемой за счет релаксации намагниченности, всегда совпадает с полярностью ЭДС "нормального" становления. При вынесении приемной петли за пределы генераторной картина усложняется. Это иллюстрирует рис. 6, *a*, на котором показана переходная характеристика, рассчитанная для установки с разнесенными петлями. Установка расположена на поверхности однородного полупространства с параметрами: $\rho = 10^3$ Ом·м, $\kappa_0 = 1 \cdot 10^{-3}$ ед. СИ. Размер генераторной петли 100×100 м, приемной — 50×50 м, расстояние между центрами петель — 80 м. Как видно из графика переходной характеристики, на времени порядка 1 мс происходит смена полярности ЭДС переходного процесса.

Эта смена полярности объясняется наложением двух процессов — диффузии вихревых токов и релаксации намагниченности (рис. 7). Пока ток в генераторной петле не



выключен, в окружающем ее пространстве существует первичное магнитное поле, под действием которого породы приобретают индуцированную намагниченность *J*. Если среда изотропна и $\kappa_0 \ll 1$, вектор намагниченности в каждой точке нижнего полупространства направлен параллельно первичному магнитному полю.

При выключении тока в полупространстве "запускаются" два процесса: релаксация намагниченности; возникновение и последующая эволюция системы вихревых токов.

Намагниченность во всех точках среды убывает синхронно, т. е. для любых двух точек отношение намагниченностей для любого момента времени остается неизменным. Это отношение определено пространственной структурой поля генераторной петли, а также распределением $\kappa_0(x, y, z)$ в нижнем



Рис. 7. Расположенная на поверхности земли генераторная петля, ее первичное магнитное поле и эквивалентное токовое кольцо.

В любой точке дневной поверхности намагниченность и создаваемое ею вторичное магнитное поле направлены параллельно первичному.

полупространстве. Из рис. 7 видно, что всюду на поверхности земли и для любого момента времени магнитное поле, создаваемое намагниченностью, совпадает по направлению с первичным магнитным полем.

Систему вихревых токов можно наглядно представить в виде эквивалентного токового кольца [Nabighian, 1979]. Сначала оно располагается под генераторной петлей, его диаметр примерно равен ее поперечным размерам, а создаваемое им магнитное поле как внутри (т. 1), так и за пределами (т. 2) генераторной петли направлено так же, как первичное поле. С течением времени диаметр токового кольца и глубина, на котором оно расположено, увеличиваются. Когда диаметр токового кольца становится таким, что проекция токовой линии на дневную поверхность оказывается в т. 2, направление магнитного поля, создаваемое здесь вихревыми токами, изменяется на противоположное. Для выбранной модели и установки эта инверсия полярности происходит на времени менее 10 мкс и поэтому на графике переходной характеристики (см. рис. 6) не отображается.

На этой стадии магнитное поле, создаваемое вихревыми токами в окрестностях т. 2, больше противоположного ему по направлению магнитного поля, создаваемого намагниченностью. Однако по мере того, как вихревые токи распространяются по горизонтали и вертикали, затухая за счет тепловых потерь, магнитное поле, создаваемое токовым кольцом в т. 2, убывает. Поскольку вязкая намагниченность и создаваемое ею магнитное поле убывают намного медленнее по сравнению с полем вихревых токов, наступает такой момент, когда магнитное поле вихревых токов становится меньше магнитного поля, создаваемого намагниченностью. В этот момент происходит смена полярности суммарного поля, которое все еще продолжает убывать и, наконец, достигает минимума, после чего, оставаясь отрицательным, постепенно убывает до нуля. В момент, когда суммарное поле достигает минимума, происходит смена полярности ЭДС, индуцируемой в приемной петле. В дальнейшем ЭДС, оставаясь отрицательной, убывает по абсолютной величине как 1/t (см. рис. 6, a).

Как упоминалось выше, при расположении приемной петли внутри генераторной $M_0 > 0$, а снаружи — $M_0 < 0$. Очевидно, приемную петлю всегда можно расположить таким образом, что $M_0 = 0$ [Немцов, 1989]. В этом случае для сред, магнитные свойства которых не изменяются по латерали, влияние магнитной вязкости полностью исключается. Поскольку в большинстве случаев измерения в методе переходных процессов проводят в поздней стадии, смещение приемной петли не повлияет на сигнал, индуцируемый в приемной петле за счет диффузии вихревых токов.

выводы

Учет влияния магнитной вязкости геологических сред на переходную характеристику петлевых установок представляет собой актуальную проблему импульсной индуктивной электроразведки. В настоящей статье это влияние исследовано средствами математического моделирования на примере однородного полупространства.

На сегодняшний день известны два способа расчета переходных характеристик. Первый способ основан на связи между вязкой намагниченностью и создаваемым ею магнитным потоком, пронизывающим приемную петлю. Этот способ прост и допускает наглядную физическую интерпретацию, однако не учитывает эффекты взаимодействия вихревых токов и релаксации намагниченности и в этом смысле не является "строгим". Основу второго способа составляет алгоритм численного решения уравнения Гельмгольца, учитывающий взаимодействие вихревых токов и вязкой намагниченности.

Сравнение переходных характеристик, рассчитанных обоими способами для одних и тех же установок и модели однородного полупространства, показало, что переходные характеристики совпадают, если расстояние между проводами генераторной и приемной петель превышает первые сантиметры. Это свидетельствует о том, что для несовмещенных петель оба метода дают правильные результаты. При близком — на расстоянии порядка 1 см и менее — расположении проводов генераторной и приемной петель наблюдаются расхождения, анализ которых дает основания предположить, что в этом случае правильные результаты дает первый способ.

В диапазоне значений удельной электропроводности, которые характерны для геологических сред, процессы релаксации намагниченности и диффузии вихревых токов протекают независимо. Это позволяет рассчитывать переходные характеристики магнитовязких проводящих сред на основе принципа суперпозиции.

На примере магнитовязкого проводящего полупространства показано, что в зависимости от размеров установки, ее геометрии и параметров среды переходные характеристики изменяются сложным образом. Тем не менее в этих изменениях просматриваются закономерности, которые могут оказаться полезными на этапе проектирования работ и при интерпретации данных МПП.

При использовании установок с измерительной петлей, вынесенной за пределы генераторной, сочетание релаксации намагниченности и диффузии вихревых токов приводит к смене полярности переходной

характеристики. Эта смена полярности наблюдается после более раннего изменения знака ЭДС, обусловленного исключительно диффузией вихревых токов.

Авторы благодарны Г.М. Морозовой и анонимному рецензенту, которые детально познакомились с рукописью и высказали ценные замечания по улучшению статьи.

ЛИТЕРАТУРА

А.с. № 2045083 РФ. Способ геоэлектроразведки / Захаркин А.К., Бубнов В.М. Опубл. в БИ, 27.09.95, № 27, 5 с.

Антонов Е.Ю., Кожевников Н.О. Моделирование влияния релаксации намагниченности горных пород на переходную характеристику установок с незаземленными петлями // Геофизические методы при разведке недр и экологических исследованиях (Материалы Всероссийской научно-технической конференции). Томск, Изд-во ТПУ, 2003, с. 51—55.

Барсуков П.О., Файнберг Э.Б. "Каминный" суперпарамагнитный эффект над залежами золота и никеля // Докл. АН СССР, 1977, т. 353, № 6, с. 811—814.

Барсуков П.О., Файнберг Э.Б. Исследование окружающей среды методом переходных процессов с использованием ВП и СПМ эффектов // Физика Земли, 2002, № 11, с. 82—85.

Захаркин А.К., Бубнов В.М., Крыжановский В.А., Тарло Н.Н. Магнитная вязкость горных пород — новый осложняющий фактор метода ЗСБ // Поиск полезных ископаемых в Сибири методом зондирования становлением поля. Новосибирск, 1988, с. 19—26.

Зимин Е.Ф., Кочанов Э.С. Измерение параметров электрических и магнитных полей в проводящих средах. М., Энергоатомиздат, 1985, 256 с.

Кожевников Н.О., Снопков С.В. Суперпарамагнетизм в геоэлектрике. Иркутск, 1990, 32 с. Деп. в ВИНИТИ 13.08.90, № 4584—В90.

Кожевников Н.О., Снопков С.В. Магнитная вязкость траппов и ее связь с аномалиями электромагнитного поля в методе переходных процессов (Якутская кимберлитовая провинция) // Геология и геофизика, 1995, т. 36 (5), с. 91—102.

Кожевников Н.О., Никифоров С.П. Магнитная вязкость обожженных глин и возможность ее использования при археологических изысканиях // Российский геофизический журнал, 1999, № 13—14, с. 42—46.

Кожевников Н.О., Кожевников О.К., Харинский А.В. Как поиски решения геофизической проблемы привели к открытию археологического памятника // Геофизика, 1998, № 6, с. 48—60.

Немцов М.В. Справочник по расчету параметров катушек индуктивности. М., Энергоатомиздат, 1989, 192 с.

Табаровский Л.А. Применение метода интегральных уравнений в задачах геоэлектрики. Новосибирск, Наука, 1975, 142 с.

Табаровский Л.А. Электромагнитные поля поперечно-электрического и поперечно-магнитного типа в многослойных средах // Электромагнитные методы исследования скважин. Новосибирск, Наука, 1979, с. 225—233.

Трухин В.И. Введение в магнетизм горных пород. М., Изд-во Моск. ун-та, 1973, 272 с.

Buselli G. The effect of near surface superparamagnetic material on electromagnetic transients // Geophysics, 1982, v. 47, № 9, p. 1315—1324.

Dabas M., Skinner J.R. Time-domain magnetization of soils (VRM), experimental relationship to quadrature susceptibility // Geophysics, 1993, v. 58, № 3, p. 326—333.

Fannin P.C., Charles S.W. On the influence of distribution functions on the after-effect function of ferrofluids // J. Phys. D. Appl. Phys., 1995, v. 28, p. 239—242.

Kozhevnikov N.O., Nikiforov S.P. Magnetic viscosity of backed clays and the possibility of its use in the location of buried ceramic objects // Proc. SAGEEP'96, Keystone, Colorado, 1996, p. 499—505.

Kozhevnikov N.O., Antonov E.Yu. Modeling TEM response of a magnetically-viscous conductive ground // 66th EAGE Conference, Expanded Abstracts. Paris, France, 2004, P088.

Kozhevnikov N.O., Kharinsky A.V., Kozhevnikov O.K. An accidental geophysical discovery of an Iron Age archaeological site on the western shore of Lake Baikal // J. Appl. Geophys., 2001, v. 47 (2), p. 107–122.

Kozhevnikov N.O., Kozhevnikov O.K., Kharinsky A.V., Urbat M. Chemical composition and magnetism of ancient metallurgical slags from the Chernorud site on the western shore of Lake Baikal // Archaeometallurgy in Europe. Proc. Int. Conf. Milan, Italy, 2003, v. 1, p. 525—534.

Lee T.J. The effect of a superparamagnetic layer on the transient electromagnetic response of a ground // Geophys. Prosp., 1984a, v. 32, p. 480—496.

Lee T.J. The transient electromagnetic response of a magnetic or superparamagnetic ground // Geophysics, 1984b, v. 49, № 7, p. 854—860.

Nabighian M.N. Quasi-static transient response of a conducting half-space: An approximate representation // Geophysics, 1979, v. 44, p. 1700—1705.

Néel L. Théorie du trainage magnétique des ferromagnétiques en grains fins avec application aux terres cuites // Ann. Géophys., 1949, v. 5, p. 99–136.

Pasion L.R., Billings S.D., Oldenburg D.W. Evaluating the effects of magnetic soils on TEM measurements for UXO detection // Expanded Abstracts. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK, 2002, p. 1428—1431.

Spies B.R., Frischknecht F.C. Electromagnetic sounding // Electromagnetic methods in Applied Geophysics (SEG), 1991, v. 2, p. 285—386.

Worm H.-U. The superparamagnetism of Yucca Mountain Tuff // J. Geophys. Res., 1999, v. 104, № B11, p. 25415—25425.

Рекомендована к печати 22 июня 2007 г. М.И. Эповым Поступила в редакцию 22 марта 2007 г.