УДК 534.2
DOI: 10.15372/PMTF202215231

СВЯЗАННАЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕОДНОРОДНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ПАНЕЛЕЙ, ОБТЕКАЕМЫХ ТУРБУЛЕНТНЫМ ТЕЧЕНИЕМ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ, НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ КОНЕЧНЫХ И ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛОЖЕНИЯ ХОЛЕЦКОГО

Б. Р. Адхикари, А. Саху*, П. Бхаттачарья

Джадавпурский университет, Калькутта, Индия
* Силчарский национальный технологический институт, Силчар, Индия
E-mails: biplab.iitkgp@yahoo.com, atanu@civil.nits.ac.in, p_bhatta@daad-alumni.de

Предложена численная схема исследования акустического излучения при колебаниях экранированных конструкционных панелей, возбуждаемых течением неоднородного турбулентного пограничного слоя. Для оценки неоднородного спектра пристенного давления турбулентного пограничного слоя используются полуаналитические методы. С помощью разложения Холецкого определено случайное пристенное давление в частотной области. Поведение панелей моделируется с использованием метода конечных элементов. Для оценки мощности акустического излучения разработан связанный метод конечных и граничных элементов. Исследовано излучение энергии ламинированными композитными конструкционными панелями с различной ориентацией волокон.

Ключевые слова: неоднородный пограничный турбулентный слой, разложение Холецкого, колебание конструкций, связанный метод конечных и граничных элементов, акустическое излучение

Введение. Результаты исследования турбулентного пограничного слоя (ТПС), вызывающего колебания конструкций, в результате чего возникает акустическое излучение, используются для обеспечения безопасного функционирования самолетов и наземных транспортных средств. В последнее время в автомобилестроении применяются слоистые композиты. В салоне самолета основными источниками звука являются вибрация панели обшивки, вызванная нестационарным течением пограничного слоя, шум реактивного двигателя и воздушного винта, а также шум, возникающий в результате работы элементов управления. Значительное усовершенствование технологии изготовления двигателей позволило создать менее шумные силовые установки. Основными причинами возникновения шума в салоне автомобиля являются вибрация двигателя и взаимодействие шин с дорожным покрытием при движении автомобиля.

В работе [1] экспериментально показано, что возникновение шума в кабине самолета Convair 880 при его полете в крейсерском режиме в основном обусловлено колебаниями пограничного слоя. Из результатов экспериментальных исследований [2–4] следует, что существует корреляция между мощностью акустического излучения внутри кабины, скоростью течения пограничного слоя и конструкцией фюзеляжа. Поскольку для проведения экспериментального исследования летательных аппаратов требуются значительные временные и финансовые затраты, были предприняты попытки разработать теорию возбуждения звука гибкими панелями, находящимися в ТПС.

При математическом моделировании механизма генерации звука вибрирующими гибкими панелями, находящимися в ТПС, необходимо по отдельности решить две математические задачи: 1) моделирование взаимодействия ТПС и гибкой упругой конструкции; 2) определение мощности акустического излучения вибрирующими панелями. Существует большое количество работ, в которых исследуется каждая из этих задач. Однако лишь в ряде работ представлены связанные модели.

Одной из первых работ, в которых оценивалось влияние турбулентности на флуктуации пристенного давления, является работа [5]. В [6] с использованием эмпирических соотношений для среднеквадратичных колебаний давления, полученных на основе экспериментальных данных и уравнений Навье — Стокса для несжимаемой жидкости, построены основные уравнения колебаний давления в ТПС. Колебания давления исследовались во многих работах с использованием эмпирических и полуэмпирических соотношений. Среднеквадратичные флуктуации давления, которые, по сути, являются мерой полной энергии флуктуаций давления в ТПС, были изучены в работах [7–13] и др. В ряде работ построены спектры колебаний пристенного давления, возникающего при излучении изолированной точкой. В [14] предложена модель, учитывающая зависимость спектра колебаний давления от чисел Маха M, Рейнольдса Re и Струхаля Sh. Модель построена с использованием данных летных испытаний в широком диапазоне значений чисел Маха и Рейнольдса. В работе [15] с использованием экспериментальных данных о спектрах поверхностного давления предложена эмпирическая модель спектра колебаний пристенного давления, возникающих при излучении одним источником, расположенным под двумерным пограничным слоем с нулевым градиентом давления. Эта модель применима в достаточно большом диапазоне значений частоты и числа Рейнольдса. В [16] выполнено масштабирование спектра колебаний пристенного давления для различных частотных режимов.

В работе [17] предложена численная модель, позволяющая оценить реакцию конструкции на воздействие ТПС. Авторы использовали предложенную в [16] модель, позволяющую определить спектр колебаний пристенного давления в случае бесконечной отражательной пластины. Функция пространственной когерентности, предложенная в работе [8], использовалась для получения кросс-спектра мощности флуктуаций пристенного давления, возникающего при излучении различными точками. Этот спектр мощности в сочетании с функцией частотной характеристики (или матрицей передаточной функции) позволяет определить смещения и скорости пластины.

Существует небольшое количество работ, посвященных исследованию генерации звука ТПС в рамках единой математической модели. Первыми работами, в которых механизм генерации звука течением ТПС описан в рамках единой аналитической модели, являются работы [18–22]. В этих работах исследовано акустическое излучение в конструкции, состоящей из системы композитных пластин. В [23] предложена аналитическая связанная структурно-акустическая модель для оценки и контроля акустического излучения в полость с двойными стенками, возбуждаемую течением ТПС. Полуэмпирическая модель, предложенная в работе [15], использовалась для получения спектра колебаний пристенного давления при излучении одной точкой, а модель Коркоса — для расчета полной плотности энергии. Модальные функции разложения структурных мод в вакууме и мод акустического резонатора с жесткой стенкой применяются для разработки связанной структурно-акустической модели. В указанных выше моделях рассматривался однородный турбулентный поток, однако в действительности турбулентный поток над крупной конструкцией, такой как фюзеляж самолета или корпус корабля, существенно неодноро-

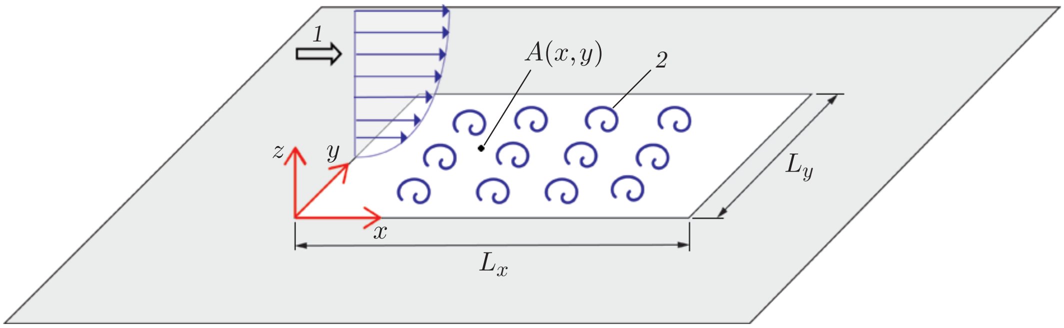

Рис. 1. Схема турбулентного течения над пластиной, представляющей собой препятствие:
1 — направление потока, *2* — возбуждающий ТПС

ден. Такая неоднородность влияет на характер колебаний гибких панелей. В работе [24] предложена виброакустическая модель, учитывающая пространственную неоднородность ТПС. В этой модели область, занятая плитой, делится на подобласти, в каждой из которых турбулентность считается однородной.

В данной работе получена простая оценка неоднородных турбулентных пульсаций пристенного давления, вычисляемая в каждом дискретном узле конечных элементов с использованием изменяющегося параметра пограничного слоя. Для разложения спектральной плотности мощности неоднородной турбулентности и применения ее при анализе вибрационного и акустического излучения панели используется метод Холецкого. В случае произвольной геометрии панели и при произвольных граничных условиях применяется связанный метод конечных и граничных элементов, который при проведении вычислений более эффективен, чем метод конечных элементов.

1. Математическая модель. Ниже приведена подробная формулировка исследуемой математической задачи. Схема исследуемой физической области показана на рис. 1.

1.1. *Вычисление спектра колебаний давления в ТПС.* В настоящей работе рассматривается течение с малым числом Маха в диапазоне частот колебаний $0 \div 500$ Гц. Для расчета толщины ТПС используется следующая эмпирическая формула [25]:

$$\delta^* = \frac{0{,}0174x}{\mathrm{Re}_x^{0{,}139}}. \qquad (1)$$

Поскольку в данной работе исследуется неоднородный турбулентный поток над пластиной, формула (1) используется для расчета толщины пограничного слоя в каждом узле конечного элемента, а затем для расчета спектра колебаний пристенного давления при излучении во всех узлах конечных элементов с помощью подхода, предложенного в работе [16]:

$$\Phi_p(\omega) \approx \frac{\tau_w \delta^*}{U_0} \, \frac{5{,}1}{1 + 0{,}44(\omega\delta^*/U_0)^{7/3}}.$$

Здесь U_0 — скорость набегающего потока; ω — угловая частота. В случае течения ТПС с нулевым градиентом давления напряжение сдвига на стенке равно $\tau_w \approx 0{,}0225\rho U_0^2/\mathrm{Re}_\delta^{0{,}25}$ ($\mathrm{Re}_\delta \approx 8U_0\delta^*/\nu$; ν — кинематическая вязкость жидкости; ρ — плотность жидкости). После вычисления спектра мощности при излучении единичным источником вычисляются кросс-спектры аналогично тому, как это сделано в работе [17]. С использованием модифицированной модели, предложенной в [8], получена корреляционная функция $\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega)$, которая умножается на спектр мощности колебаний давления в одной точке для получения кросс-спектра мощности при излучении источниками, расположенными в различных точках:

$$\Phi_{pp}(x_\mu, x_\nu, \omega) = \sqrt{\Phi_p(x_\mu, \omega)\Phi_p(x_\nu, \omega)}\,\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega).$$

Функция корреляции, предложенная в работе [8], записывается в виде

$$\Gamma(\xi_1, \xi_3, \omega) = A_1\Big(\frac{\omega\xi_1}{U_c}\Big)B_1\Big(\frac{\omega\xi_3}{U_c}\Big),$$

где ξ_1, ξ_3 — векторы, характеризующие расстояние между двумя точками в направлении x (направлении по потоку) и в направлении z (направлении, перпендикулярном направлению потока); $U_c \simeq U_0(0{,}59 + 0{,}30\,\mathrm{e}^{-0{,}89\omega\delta^*/U_0})$ — аппроксимация средней конвективной скорости, предложенная в [10]; $A_1(\omega\xi_1/U_c) = (1 + \alpha_1|\omega\xi_1/U_c|)\,\mathrm{e}^{-\alpha_1|\omega\xi_1/U_c|}\,\mathrm{e}^{i\omega\xi_1/U_c}$; $B_1(\omega\xi_3/U_c) = \mathrm{e}^{-\alpha_3|\omega\xi_3/U_c|}$; α_1, α_3 — константы затухания. Для пространственно-однородного поля давления α_1, α_3 принимаются равными 0,11 и 0,70 соответственно [17].

1.2. *Конечно-элементная модель слоистой ортотропной пластины.* Четырехузловые изопараметрические четырехугольные элементы с пятью степенями свободы в каждом узле используются для дискретизации пластины. Матрица жесткости $[K]$ и матрица масс $[M]$ для двумерных элементов определяются следующим образом:

$$[K] = \int_0^a\int_0^b [B]^{\mathrm{T}}[D]\,[B]\,dx\,dy, \qquad [M] = \int_0^a\int_0^b [N]^{\mathrm{T}}[\rho]\,[N]\,dx\,dy.$$

Для определения напряженного состояния многослойной композитной пластины, армированной волокнами, используется матрица $[D]$:

$$[D] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{45} & A_{55} \end{bmatrix},$$

где

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{n}(Q'_{ij})_k(z_k - z_{k-1}), \qquad B_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(Q'_{ij})_k(z_k^2 - z_{k-1}^2),$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}(Q'_{ij})_k(z_k^3 - z_{k-1}^3), \qquad i, j = 1, 2, 6.$$

Для учета деформаций сдвига в соответствии с моделью Рейсснера — Миндлина [26, 27] вводится коэффициент корреляции k_s. Таким образом,

$$A_{ij} = k_s\sum_{k=1}^{n}(Q'_{ij})_k(z_k - z_{k-1}), \qquad i, j = 4, 5, \quad k_s = \frac{5}{6}.$$

Перерезывающие силы определяются следующим образом:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$
$$Q_{66} = G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{13}$$

(ν_{12}, ν_{21} — коэффициенты Пуассона). Матрица инерции $[\rho]$ имеет вид

$$[\rho] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & I_3 \\ 0 & 0 & I_1 & 0 & 0 \\ I_3 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & I_3 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix},$$

где $\{I_1, I_2, I_3\} = \displaystyle\int\limits_{-h/2}^{h/2} \rho(z)\{1, z, z^2\}\,dz$.

После объединения определенных выше элементарных матриц получаются выражения для глобальной матрицы жесткости $[K_s]$ и глобальной матрицы масс $[M_s]$. Уравнение изгибных колебаний пластины под действием сил F_{tbl}, индуцированных ТПС, записывается в виде

$$[M_s]\{\ddot{d}_s\} + [C_s]\{\dot{d}_s\} + [K_s]\{d_s\} = \{F_{tbl}\}, \qquad (2)$$

где d_s, $\dot{d}_s$, $\ddot{d}_s$ — смещение, скорость и ускорение во временной области.

1.3. *Формулировка метода граничных элементов и структурно-акустическая зависимость.* При вибрации панели под действием сил, индуцированных ТПС, происходит возмущение прилегающей к панели акустической среды, в результате чего энергия рассеивается в полупространство в виде звука. Возмущения в акустической области описываются трехмерным уравнением Гельмгольца

$$(\nabla^2 + k^2)p = 0,$$

где k — волновое число.

С использованием метода граничных элементов и теоремы Гаусса — Остроградского трехмерная задача акустики сводится к двумерной:

$$\int\limits_V (p\nabla^2 g - g\nabla^2 p)\,dV = \int\limits_S \Big(p\,\frac{\partial g}{\partial n} - g\,\frac{\partial p}{\partial n}\Big)\,dS.$$

Поскольку панель излучает звук в бесконечное полупространство, отражение акустической энергии от бесконечной границы отсутствует. Выполнение этого условия обеспечивается за счет использования условий излучения Зоммерфельда для внешней задачи акустики [28]. С учетом уравнения баланса количества движения между конструкцией и соседними с ней частицами жидкости граничное интегральное уравнение записывается следующим образом [28]:

$$C(X)p(X) - \int\limits_S p(Y)\,\frac{\partial g(X,Y)}{\partial n}\,dS(Y) = \int\limits_S j\rho\omega\dot{d}_s(Y)g(X,Y)\,dS(Y). \qquad (3)$$

Здесь $p(X)$ — акустическое давление излучения в некоторой точке вследствие вибрации несущей панели со скоростью $\dot{d}_s(Y)$; $g(X,Y)$ — функция Грина для пространства; $C(X)$ — множитель, позволяющий применить уравнение для конструкции с геометрией любой сложности и (или) любого граничного условия; j — некоторое комплексное число.

2. Решение задачи. Метод решения задачи об излучении звука панелями с бесконечными перегородками, возбуждаемыми течением ТПС, основан на предположении, что статистически колебания давления на стенке под потоком ТПС являются однородными, стационарными и гауссовыми. При исследовании излучения колеблющимися панелями, подвергаемыми стохастическому возбуждению, такому как давление ТПС, в работах [17, 18] и др. использовался подход, предложенный в [29, 30], а именно предполагалось, что статистически колебания давления на стенке под потоком ТПС являются однородными, стационарными и гауссовыми. При использовании этого метода спектральная плотность выходной мощности рассматривается как функция частоты. В соответствии с [31] в работе [20] для получения мощности акустического излучения используется произведение спектра выходной скорости и сопротивления излучения.

В настоящей работе предлагается новый метод, основанный на подходе, предложенном в [32]. В работе [32] показано, что для любого гауссова случайного процесса, для которого можно ввести функцию взаимной спектральной плотности $G_{\nu\mu}(\omega)$ для двух случайных временных процессов x_ν и x_μ, эту функцию можно разложить на множители — нижнюю треугольную матрицу $[L_{\nu\mu}(\omega)]$ и комплексно-сопряженную с ней:

$$[G_{\nu\mu}(\omega)] = [L_{\nu\mu}(\omega)][L^*_{\nu\mu}(\omega)]^{\mathrm{T}}.$$

Здесь символ “$*$” соответствует комплексно-сопряженной матрице; $\nu = 1, 2, \dots, M$, $\mu = 1, 2, \dots, M$ — дискретные точки.

Для случайного временного ряда с временным интервалом h, содержащим N точек, пара преобразований Фурье (прямое и обратное) имеет частотный интервал $1/(Nh)$. Пара преобразований Фурье x_ν и X_ν связана соотношениями

$$x_p(nh) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X_p\Big(\frac{k}{Nh}\Big)\exp\Big(j\,\frac{2\pi kn}{N}\Big), \qquad X_p\Big(\frac{k}{Nh}\Big) = \sum_{n=0}^{N-1} x_p(nh)\exp\Big(-j\,\frac{2\pi kn}{N}\Big).$$

Выражение для X_p можно представить в матричной форме

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_M \end{Bmatrix} = \Big(\frac{N}{2h}\Big)^{1/2} \begin{pmatrix} L_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{M1} & L_{M2} & \cdots & L_{MM} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_{1k} \\ \zeta_{2k} \\ \vdots \\ \zeta_{Mk} \end{Bmatrix},$$

где нижняя треугольная матрица $[L_{ij}]$ получается с использованием разложения Холецкого взаимного спектра давления на стенку Φ_{pp}; ζ_{ik} — независимый набор гауссовых случайных чисел со средним значением, равным нулю, и с дисперсией, равной 0,5. Таким образом, вектор $\{X_\nu\}$ можно рассматривать как индуцированное ТПС случайное колебание давления, которое можно связать с функцией воздействия в частотной области $\{F(\omega)\}$ с помощью соответствующей матрицы отображения $[R]$:

$$\{F(\omega)\} = [R]\{X_\nu\}.$$

С использованием подходящего модального преобразования уравнение (2), записанное в модальной области, сводится к уравнению в частотной области

$$\{q(\omega)\} = [H(\omega)]\{F(\omega)\},$$

где

$$H(\omega) = \frac{\varphi\varphi^{\mathrm{T}}}{\bar{m}(-\omega^2 + 2\xi\omega_n\omega + \omega_n^2)},$$

$[H(\omega)]$ — функция частотной характеристики; φ — собственный вектор (мода); $\bar{m}$ — модальная масса. Затем модальное смещение в частотной области $q(\omega)$ преобразуется в модальное смещение в узловой области $d_s(\omega)$ с использованием процедуры суммирования мод.

После вычисления скоростей в частотной области из уравнения (3) можно определить мощность акустического излучения

$$L_{p,rad} = 10\log\left(\langle P_{rad}\rangle / P_{ref}\right), \tag{4}$$

где $\langle P_{rad}\rangle$ — мощность, осредненная по площади поверхности излучающей пластины:

$$\langle P_{rad}\rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\int\limits_A \dot{d}_s^*(\omega)p(\omega)\,dA.$$

Отсчетное значение мощности акустического излучения P_{ref} принято равным 10^{-12} Вт.

Энергия излучения вибрирующими пластинами, обтекаемыми ТПС, характеризуется двумя параметрами: среднеквадратичной скоростью

$$\langle \boldsymbol{V}^2\rangle = \frac{\omega^2}{2A}\int\limits_A \dot{d}_s(\omega)\dot{d}_s^*(\omega)\,dA \tag{5}$$

(среднеквадратичная скорость измеряется в децибелах, ее отсчетное значение равно $2{,}5 \times 10^{-15}$ (м/с)^2) и средним значением мощности акустического излучения $L_{p,rad}$ (см. (4)).

Конечно-элементное моделирование пластины выполнено с помощью пакета ANSYS (V14.5). Для решения уравнения (3) используется код граничного элемента, разработанный с использованием пакета MATLAB (версия R2013b). Остальные необходимые вычисления выполнены с использованием пакета MATLAB. На рис. 2 представлена блок-схема вычисления параметров колебаний пластины, индуцированных ТПС, и мощности акустического излучения.

Проведено исследование влияния на результаты вычислений трех типов сеток с прямоугольными ячейками. Характеристики сеток приведены в табл. 1. Характерная длина ячейки рассчитывалась по формуле

$$h = \frac{1}{N}\sum_{cell} A_p^{1/2},$$

где N — количество ячеек; A_p — площадь каждой ячейки.

В работе [33] рекомендуется использовать сетки, характерные длины ячеек которых различаются не более чем на 30 %. В соответствии с методом экстраполяции Ричардсона сетка с бесконечным числом ячеек и характерной длиной ячейки h, близкой к нулю, является оптимальной. Величины, рассчитанные на мелкой, средней и грубой сетках, отмечены индексами 1, 2 и 3 соответственно. В данной работе вычисляется полная мощность — интеграл по частотному диапазону $0\div500$ Гц от спектральной плотности мощности скорости пластины. Полная мощность, генерируемая при $h = 0$, вычисляется по формуле

$$P_{lev0} = \frac{r_{21}^p P_{lev1} - P_{lev2}}{r_{21}^p - 1},$$

Таблица 1

Характеристики двумерных сеток

Тип сетки	Размеры сетки	N	h, м
Грубая	60×40	2400	0,008 27
Средняя	80×65	5200	0,005 78
Мелкая	100×70	7000	0,004 98

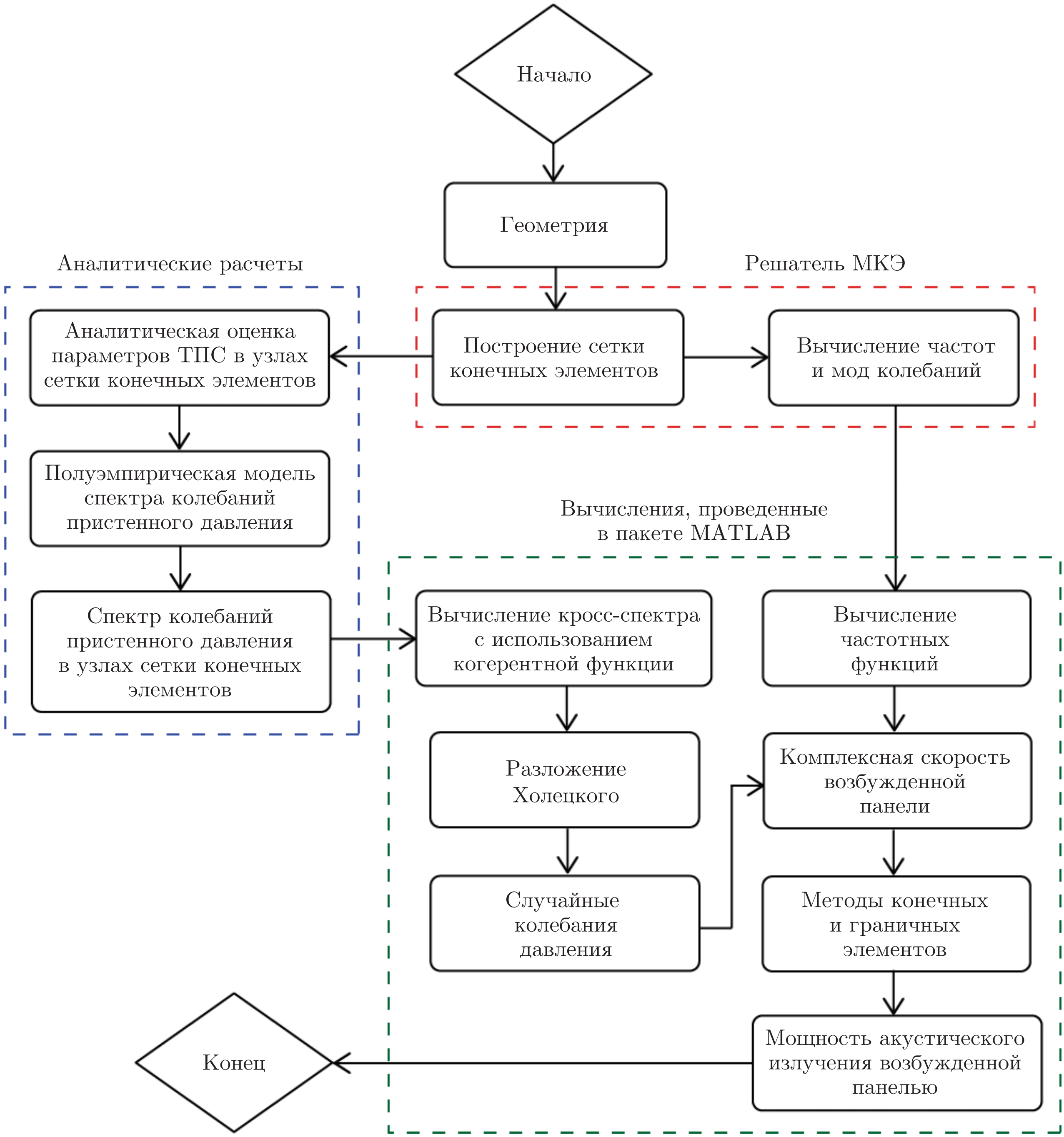

Рис. 2. Блок-схема вычисления параметров колебаний пластины, индуцированных ТПС, и мощности акустического излучения

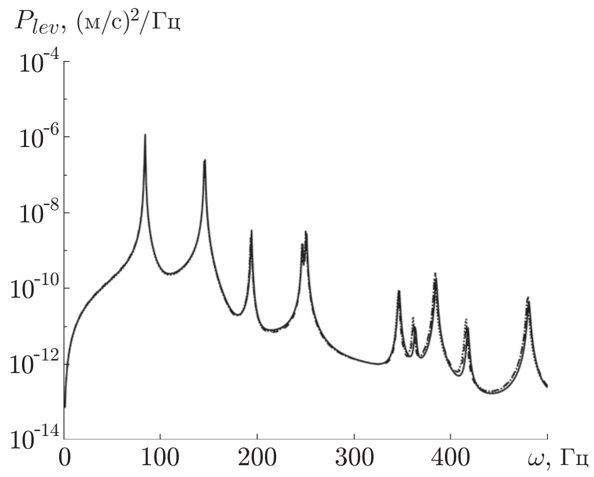

Рис. 3. Зависимости индуцированной ТПС спектральной плотности мощности скорости плиты от частоты колебаний, полученные на сетках с различным разрешением:

сплошная линия — грубая сетка, штриховая — средняя сетка, пунктирная — мелкая сетка

где $r_{21} = h_2/h_1$ — коэффициент уточнения; p — порядок сходимости. Для оценки порядка сходимости p используется предложенный в работе [33] метод, применимый как для монотонной, так и для колеблющейся последовательности. Для разностей значений полной мощности, вычисленных на сетках с ячейками различного размера, вводятся обозначения

$$\varepsilon_{21} = P_{lev2} - P_{lev1}, \qquad \varepsilon_{32} = P_{lev3} - P_{lev2}.$$

Затем вычисляется их отношение $s = \operatorname{sign}(\varepsilon_{32}/\varepsilon_{21})$.

Неявное нелинейное уравнение для определения величины s имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\ln(r_{21})} \Big| \ln\Big|\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{31}}\Big| + \ln\Big(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s}\Big) \Big| - p = 0.$$

Это уравнение решалось методом итераций Ньютона — Рафсона. Для оценки точности сетки в каждом рассматриваемом случае вычислялись ошибки трех типов: относительная ошибка e_{21}, экстраполированная относительная ошибка e_{21}^{ext} и индекс сходимости сетки I_{21}:

$$e_{21} = \Big|\frac{P_{lev2} - P_{lev1}}{P_{lev1}}\Big|, \qquad e_{21}^{ext} = \Big|\frac{P_{lev1} - P_{lev0}}{P_{lev0}}\Big|, \qquad I_{21} = \Big|\frac{e_{21}}{r_{21}^p - 1}\Big|.$$

3. Результаты численного решения и их обсуждение. Ниже проводится сравнение полученных результатов с результатами, опубликованными ранее. Для сравнения используются экспериментальные данные [34] о спектральной плотности мощности скорости вибрирующей стальной пластины, защемленной по четырем кромкам. Схема пластины приведена на рис. 1. Модуль упругости материала пластины принят равным 210 ГПа, плотность — 7800 кг/м^3, коэффициент демпфирования — 0,0025. Длина пластины равна $L_x = 0{,}47$ м, ее ширина $L_y = 0{,}37$ м, толщина $h_p = 1{,}59$ мм. Скорость потока воздуха составляет 44,7 м/с.

На рис. 3 представлены результаты вычисления спектральной плотности мощности скорости в отмеченной на рис. 1 точке $A(0{,}15$ м, $0{,}25$ м$)$ защемленной по всем кромкам отражательной пластины. Расчеты выполнены на сетках с различным разрешением. Из результатов численного тестирования следует, что для описания изгибных колебаний плиты достаточно выполнить дискретизацию области с использованием сетки с числом ячеек 60×40.

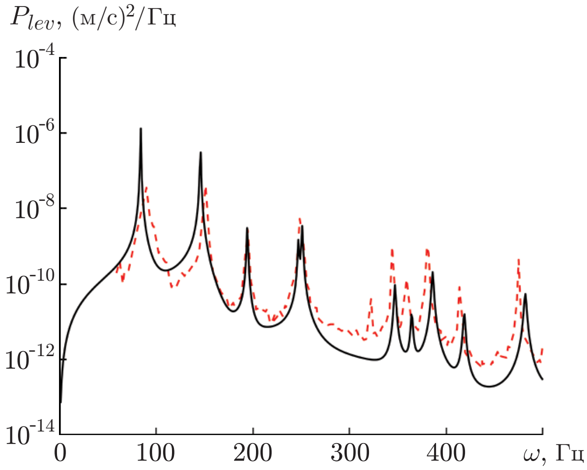

Рис. 4. Зависимости индуцированной ТПС спектральной плотности мощности скорости плиты от частоты колебаний:
сплошная линия — результаты расчета, выполненного в данной работе с использованием метода конечных элементов, штриховая — экспериментальные данные [34]

На рис. 4 представлены экспериментальные [34] и вычисленные в данной работе зависимости спектральной плотности мощности скорости плиты от частоты колебаний. Видно, что расчетные зависимости практически совпадают с экспериментальными [34]. На частотах $\omega > 300$ Гц вычисленные значения спектральной плотности мощности скорости больше экспериментальных, также наблюдается незначительный сдвиг резонансных частот. Указанные зависимости вычислены для частот в интервале $\omega = 0 \div 500$ Гц. Однако структурная передаточная функция получена с использованием первых 40 структурных мод в интервале $\omega = 0 \div 2500$ Гц. Меньшие значения вычисленной спектральной плотности мощности скорости, особенно при более высоких частотах, могут быть обусловлены отсутствием высших мод.

На рис. 5 приведены результаты расчетов для алюминиевой шарнирно опертой пластины с размерами $L_x = 0{,}5$ м, $L_y = 0{,}35$ м и $h_p = 0{,}002$ м. Поток набегает на пластину слева (см. рис. 1). По результатам тестовых расчетов была выбрана грубая сетка с числом ячеек 60×40.

Ниже приведены результаты расчетов для пластин с различной структурой:

1) алюминиевая пластина;

2) армированный углеродными волокнами композит (0/90);

3) армированный углеродными волокнами композит (0/90/0/90);

4) армированный углеродными волокнами композит (30/−30);

5) армированный углеродными волокнами композит (30/−30/30/−30);

6) армированный углеродными волокнами композит (45/−45);

7) армированный углеродными волокнами композит (45/−45/45/−45).

Используемые материалы имеют следующие механические характеристики: алюминий — модуль Юнга $E = 70$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}3$, плотность $\rho = 2700$ кг/м^3; композит — $E_{11} = 138$ ГПа, $E_{22} = E_{33} = 6{,}9$ ГПа, $\nu_{12} = 0{,}31$, $\nu_{23} = \nu_{13} = 0{,}3$, $G_{12} = G_{13} = 4{,}5$ ГПа, $G_{23} = 4{,}05$ ГПа, $\rho = 1570$ кг/м^3.

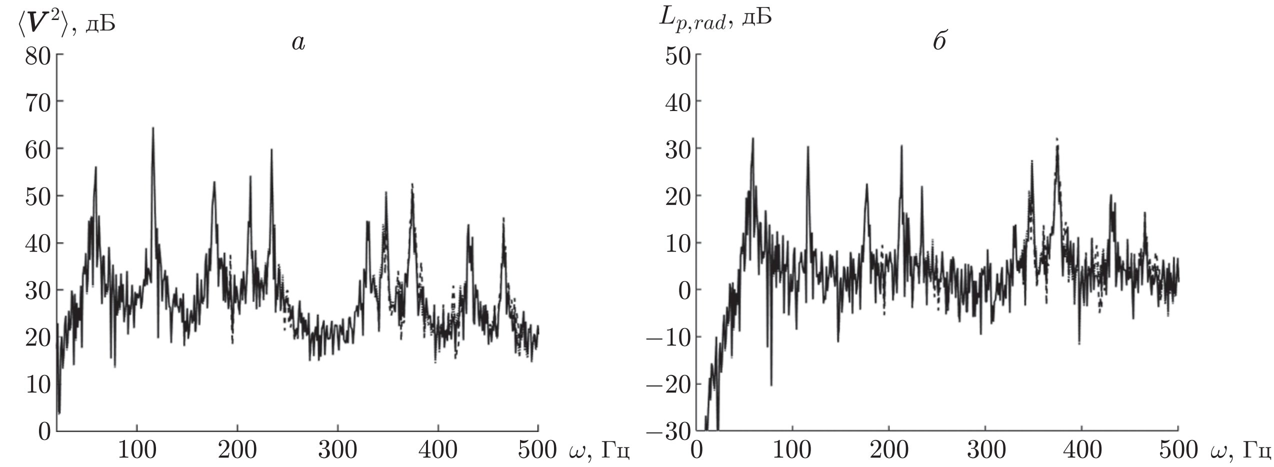

Рис. 5. Зависимости среднеквадратичной скорости $\langle \boldsymbol{V}^2 \rangle$ (*а*) и среднего значения мощности акустического излучения $L_{p,rad}$ (*б*) от частоты, полученные на сетках с различным разрешением для свободно опертой алюминиевой пластины при $L_x = 0{,}5$ м, $L_y = 0{,}35$ м, $h_p = 0{,}002$ м и скорости потока 44,7 м/с:
сплошная линия — грубая сетка, штриховая — средняя сетка, пунктирная — мелкая сетка

Таблица 2

Значения частоты и номера мод свободно опертых пластин размером $0{,}500 \times 0{,}350 \times 0{,}002$ м с различной структурой

Структура 1		Структура 2		Структура 3		Структура 4		Структура 5		Структура 6		Структура 7	
ω, Гц	(m, n)	ω, Гц	(m, n)	ω, Гц	(m, n)	ω, Гц	(m, n)	ω, Гц	(m, n)	ω, Гц	(m, n)	ω, Гц	(m, n)
58,43	(1,1)	52,96	(1,1)	58,55	(1,1)	50,11	(1,1)	60,78	(1,1)	55,57	(1,1)	69,75	(1,1)
116,11	(2,1)	87,08	(2,1)	111,13	(2,1)	106,63	(2,1)	137,36	(1,2)	101,46	(2,1)	136,34	(2,1)
176,45	(1,2)	134,63	(1,2)	191,72	(1,2)	109,97	(1,2)	141,10	(2,1)	134,73	(1,2)	181,90	(1,2)
212,52	(3,1)	164,67	(3,1)	220,45	(3,1)	178,80	(2,2)	237,47	(2,2)	167,14	(3,1)	231,14	(3,1)
234,00	(2,2)	165,09	(2,2)	222,08	(2,2)	192,36	(3,1)	256,11	(1,3)	196,64	(2,2)	271,98	(2,2)
330,21	(3,2)	230,01	(3,2)	302,20	(3,2)	207,93	(1,3)	266,01	(3,1)	257,12	(4,1)	357,75	(4,1)
348,00	(4,1)	264,86	(4,1)	376,70	(4,1)	274,61	(3,2)	371,40	(2,3)	265,54	(1,3)	362,99	(1,3)
374,29	(1,3)	307,19	(1,3)	427,30	(1,3)	280,50	(2,3)	376,93	(3,2)	277,02	(3,2)	391,56	(3,2)
431,68	(2,3)	325,76	(4,2)	439,38	(4,2)	314,54	(4,1)	421,43	(1,4)	330,44	(2,3)	464,97	(2,3)
465,45	(4,2)	329,82	(2,3)	447,99	(2,3)	342,81	(1,4)	437,99	(4,1)	372,03	(5,1)	—	—

В табл. 2 приведены значения собственных частот, соответствующие различным модам (m, n) вида $w_0(x, y) = \displaystyle\sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} A_{mn} \sin\Big(m\pi \frac{x}{L_x}\Big) \sin\Big(n\pi \frac{y}{L_y}\Big)$. Зависимости среднеквадратичной скорости (5) и среднего значения мощности акустического излучения (4) от частоты колебаний алюминиевой панели показаны на рис. 6,*а*, 7,*а* соответственно. Для ортотропных панелей зависимости от частоты среднеквадратичной скорости представлены на рис. 6,*б*–*г*, от среднего значения мощности акустического излучения — на рис. 7,*б*–*г*. Средние значения мощности акустического излучения для первых трех мод колебаний приведены в табл. 3.

Сравнение результатов, представленных в табл. 2, 3, показывает, что основная частота колебаний алюминиевой панели больше частоты колебаний двухслойной ортотропной

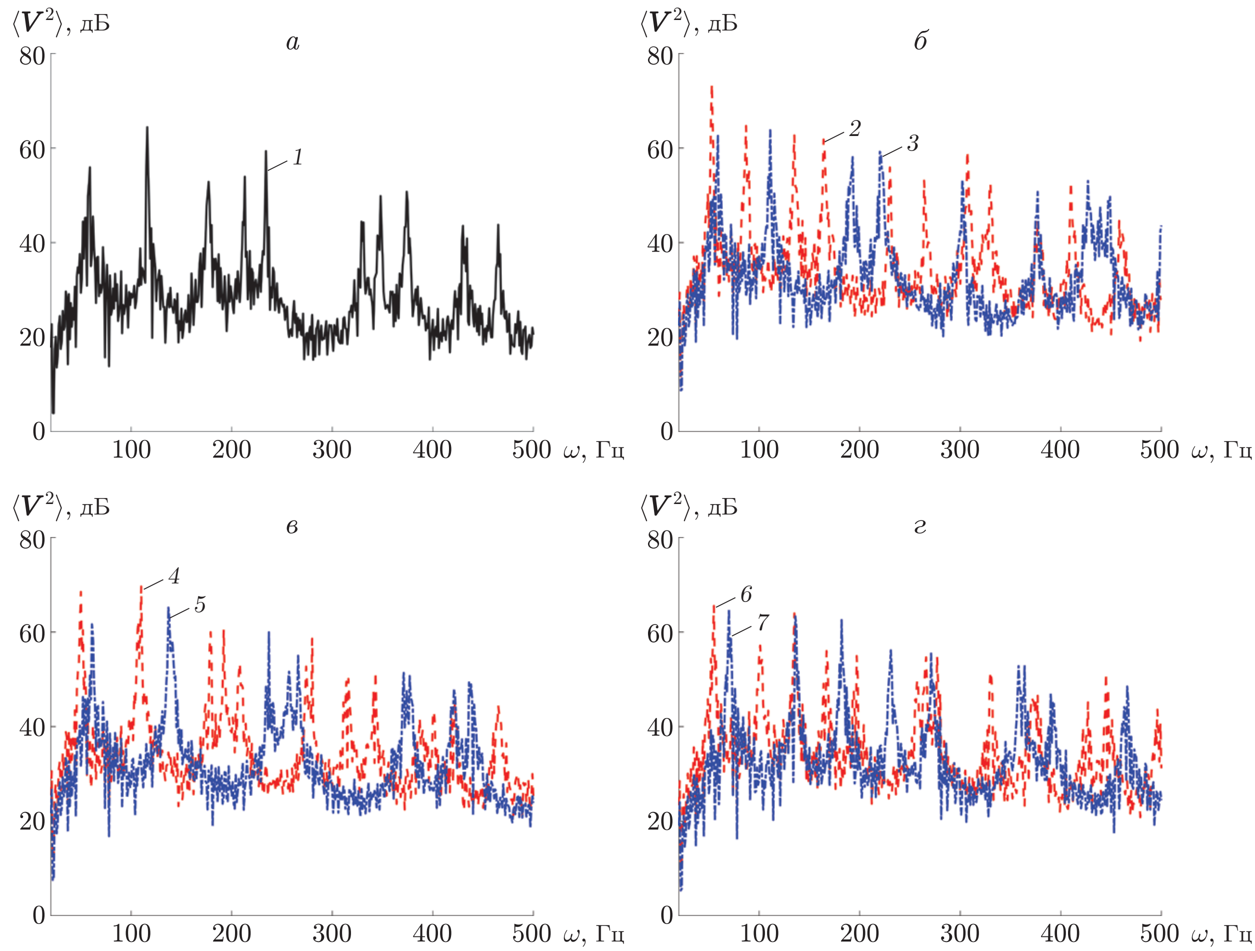

Рис. 6. Зависимости среднеквадратичной скорости $\langle \boldsymbol{V}^2 \rangle$ от частоты колебаний свободно опертой пластины размером $L_x = 0{,}5$ м, $L_y = 0{,}35$ м, $h_p = 0{,}002$ м, возбуждаемых течением ТПС со скоростью 44,7 м/с:

а — структура 1, *б* — структуры 2, 3, *в* — структуры 4, 5, *г* — структуры 6, 7; *1* — алюминиевая пластина, *2*–*7* — пластина из композита, армированного углеродными волокнами (*2* — 0/90, *3* — 0/90/0/90, *4* — 30/−30, *5* — 30/−30/30/−30, *6* — 45/−45, *7* — 45/−45/45/−45)

пластины, следовательно, среднее значение мощности акустического излучения для алюминиевой панели меньше. Для четырехслойных панелей основные частоты и среднее значение мощности акустического излучения больше, чем для алюминиевой панели. Следует отметить, что во всех проведенных исследованиях коэффициент демпфирования был равен 0,0025. Это свидетельствует о том, что значения амплитудно-частотных характеристик пластины, армированной углеродными волокнами, больше соответствующих значений для изотропных панелей того же размера, подвергаемых воздействию ТПС.

Из результатов, представленных в табл. 3, следует, что среднее значение мощности акустического излучения для основной моды уменьшается при увеличении количества слоев с двух до четырех для пластин с укладкой волокон $(0/90)n$ и $(30/-30)n$. В случае пластин с укладкой $(45/-45)n$, несмотря на то что основная частота колебаний четырехслойной пластины значительно выше частоты колебаний двухслойной пластины (следовательно, четырехслойная пластина более жесткая), среднее значение мощности акустического излучения для четырехслойной панели незначительно больше среднего значения мощности акустического излучения для двухслойной панели.

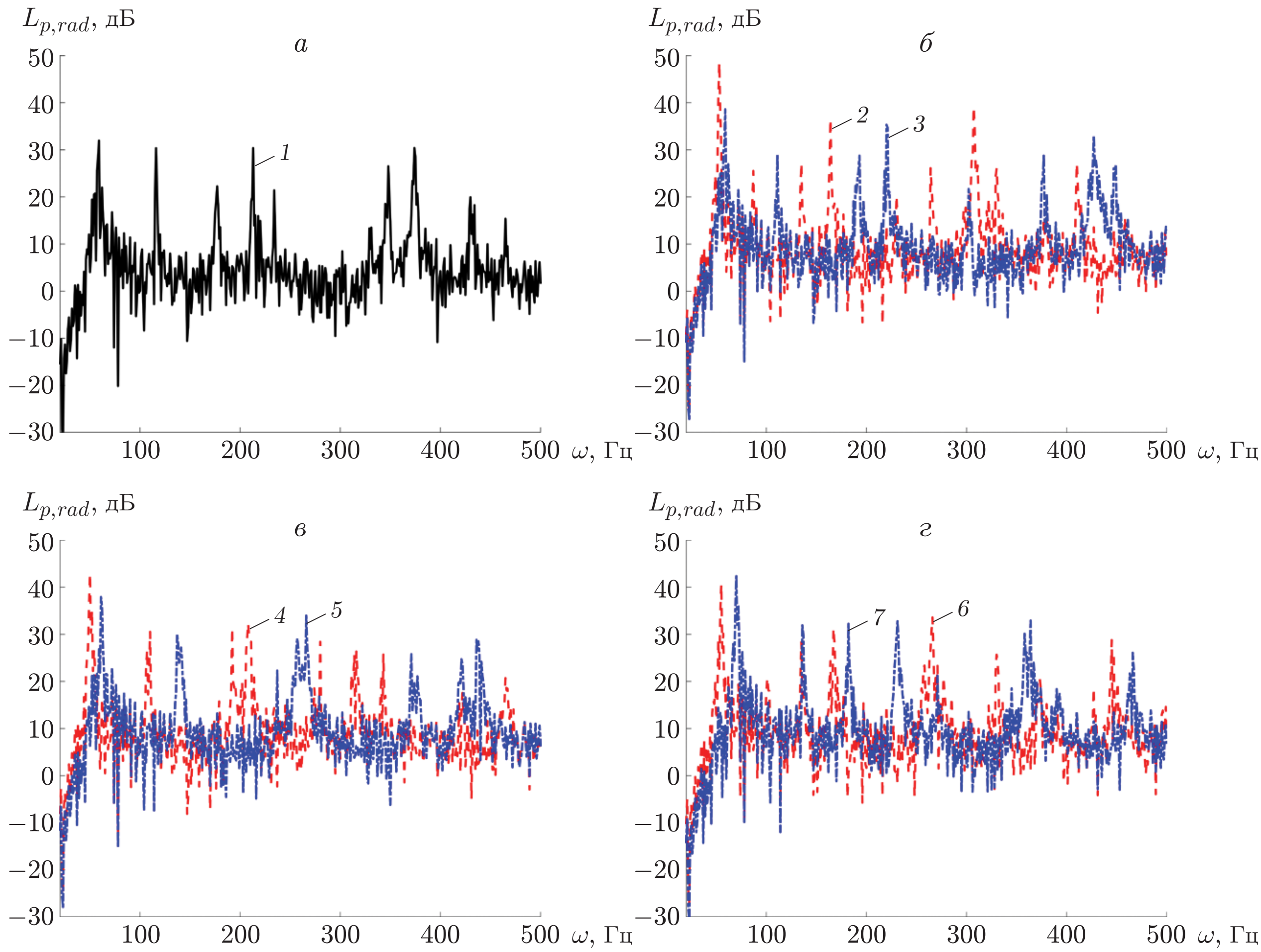

Рис. 7. Зависимости среднего значения мощности акустического излучения от частоты колебаний свободно опертой пластины размером $L_x = 0{,}5$ м, $L_y = 0{,}35$ м, $h_p = 0{,}002$ м, возбуждаемых течением ТПС со скоростью 44,7 м/с (обозначения те же, что на рис. 6)

Таблица 3

Средние значения мощности акустического излучения прямоугольной отражательной свободно опертой пластины размером $0{,}500 \times 0{,}350 \times 0{,}002$ м, обтекаемой потоком со скоростью 44,7 м/с

Структура пластины	$L_{p,rad}$, дБ		
	Мода 1	Мода 2	Мода 3
1	31,96	30,36	22,25
2	48,48	25,52	27,19
3	38,58	28,98	28,78
4	42,84	26,68	30,53
5	37,51	30,09	27,18
6	40,62	20,77	28,36
7	42,35	31,92	32,24

Также следует отметить, что среди трех рассмотренных вариантов укладки в четырехслойных пластинах в пластине с укладкой $45/-45/45/-45$ имеет место наибольшая мощность акустического излучения.

Значения прогибов в центре свободно опертых ортотропных слоистых панелей с укладкой волокон $0/90/0/90$, $30/-30/30/-30$ и $45/-45/45/-45$, находящихся под действием равномерно распределенной поперечной нагрузки, равной 5,714 Н/м^2, составляют $0{,}213 \cdot 10^{-4}$ м, $0{,}197 \cdot 10^{-4}$ м и $0{,}149 \cdot 10^{-4}$ м соответственно. Прогиб в центральной точке панели с укладкой слоев $45/-45/45/-45$ является наименьшим. Это позволяет предположить, что данный композит является наиболее жестким. Однако в этой панели наблюдается максимальная мощность акустического излучения. По-видимому, такое поведение панели обусловлено взаимным влиянием растяжения и изгиба при антисимметричном армировании.

Заключение. В работе предложен и реализован численный метод исследования акустического излучения отражающей пластиной, находящейся под действием ТПС. Метод основан на совместном использовании методов конечных и граничных элементов. Предложенный метод можно использовать при любых геометрии конструкции, механических свойствах ее материала и граничных условиях.

Известно, что симметричная первая мода колебаний (режим накачки) вносит наибольший вклад в величину мощности акустического излучения. Частота колебаний ортотропной пластины исследованной в работе конфигурации выше основной частоты колебаний изотропной пластины той же конфигурации. Это означает, что ортотропная пластина более жесткая. Результаты проведенного исследования могут быть использованы при разработке новых конструкций транспортных средств.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Bishop D. E.** Cruise flight noise levels in a turbojet transport airplane // Noise Control. 1961. V. 7. P. 37–42. DOI: 10.1121/1.2369437.
2. **Rizzi S. A., Rackl R. G., Andrianov E. V.** Flight test measurements from the Tu-144LL structure/cabin noise experiment: Rep. / NASA. N TM-209858. Hampton, 2000.
3. **Bhat W. V.** Flight test measurement of exterior turbulent boundary layer pressure fluctuations on Boeing Model 737 airplane // J. Sound Vibrat. 1971. V. 14. P. 439–457. DOI: 10.1016/0022-460X(71)90574-8.
4. **Wilby J. F., Gloyna F. L.** Vibration measurements of an airplane fuselage structure. 2. Jet noise excitation // J. Sound Vibrat. 1972. V. 23. P. 467–486. DOI: 10.1016/0022-460X(72)90504-4.
5. **Kraichnan R. H.** Pressure fluctuations in turbulent flow over a flat plate // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. V. 28. P. 378–390. DOI: 10.1121/1.1908336.
6. **Lowson M. V.** Prediction of boundary layer pressure fluctuation: Rep. / U.S. Air Force Dynamics Lab. N TR-67-167. S. l., 1968.
7. **Lilley G. M., Hodgson T. H.** On surface pressure fluctuations in turbulent boundary layers: Rep. / Advisory Group for Aeronaut. Res. and Development. N 276. S. l., 1960.
8. **Corcos G. M.** Resolution of pressure in turbulence // J. Acoust. Soc. Amer. 1963. V. 35. P. 192–199. DOI: 10.1121/1.1918431.
9. **Corcos G. M.** The resolution of turbulent pressure at the wall of a boundary layer // J. Sound Vibrat. 1967. V. 6. P. 59–70. DOI: 10.1016/0022-460X(67)90158-7.
10. **Bull M. K.** Wall-pressure fluctuations associated with subsonic turbulent boundary layer flow // J. Fluid Mech. 1967. V. 28. P. 719–754. DOI: 10.1017/S0022112067002411.

11. **Blake W. K.** Turbulent boundary-layer wall-pressure fluctuations on smooth and rough walls // J. Fluid Mech. 1970. V. 44. P. 637–660. DOI: 10.1017/S0022112070002069.
12. **Schewe G.** On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary layer flow // J. Fluid Mech. 1983. V. 134. P. 311–328. DOI: 10.1017/S0022112083003389.
13. **Farabee T. M., Casarella M. J.** Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers // Phys. Fluids. A. Fluid Dynamics. 1991. V. 3. P. 2410–2420. DOI: 10.1063/1.858179.
14. **Efimtsov B. M.** Characteristics of the field of turbulent wall pressure fluctuations at large Reynolds numbers // Soviet Phys. Acoust. 1982. V. 28. P. 289–292.
15. **Goody M.** Empirical spectral model of surface pressure fluctuations // AIAA J. 2004. V. 42. P. 1788–1794. DOI: 10.2514/1.9433.
16. **Smol'yakov A. V., Tkachenko V. M.** Model of a field of pseudosonic turbulent wall pressures and experimental data // Soviet Phys. Acoust. 1991. V. 37. P. 627–631.
17. **Hambric S. A., Hwang Y. F., Bonness W. K.** Vibration of plates with clamped and free edges excited by low-speed turbulent boundary layer flow // J. Fluids Structures. 2004. V. 19. P. 93–110. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2003.09.002.
18. **Rocha J., Suleman A., Lau F.** Prediction of flow-induced noise in transport vehicles: Development and validation of a coupled structural-acoustic analytical framework // Canad. Acoust. 2009. V. 37, N 4. P. 13–29.
19. **Rocha J., Suleman A., Lau F.** Turbulent boundary layer induced noise and vibration of a multi-panel walled acoustic enclosure // Canad. Acoust. 2010. V. 38, N 4. P. 9–22.
20. **Rocha J., Suleman A., Lau F.** Prediction of turbulent boundary layer induced noise in the cabin of a BWB aircraft // Shock Vibrat. 2012. V. 19, N 4. P. 693–705. DOI: 10.3233/SAV-2011-0660.
21. **Rocha J., Palumbo D.** On the sensitivity of sound power radiated by aircraft panels to turbulent boundary layer parameters // J. Sound Vibrat. 2012. V. 331, N 21. P. 4785–4806. DOI: 10.1016/j.jsv.2012.05.030.
22. **Rocha J.** Sound radiation and vibration of composite panels excited by turbulent flow: Analytical prediction and analysis // Shock Vibrat. 2014. V. 2014. 316481. DOI: 10.1155/2014/316481.
23. **Caiazzo A., Alujević N., Pluymers B., Desmet W.** Active control of turbulent boundary layer-induced sound transmission through the cavity-backed double panels // J. Sound Vibrat. 2018. V. 422. P. 161–188. DOI: 10.1016/j.jsv.2018.02.027.
24. **Gullion C., Maxit L., Redon E.** Modelling vibrating panels excited by a non-homogeneous turbulent boundary layer // J. Fluids Structures. 2021. V. 106. 103378. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2021.103378.
25. **Mahmoudnejad N., Hoffmann K. A.** Numerical simulation of wall pressure fluctuations due to turbulent boundary layer // J. Aircraft. 2012. V. 49. P. 2046–2058. DOI: 10.2514/1.C031858.
26. **Reissner E.** The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates // ASME J. Appl. Mech. 1945. V. 12. P. A69–A77. DOI: 10.1115/1.4009435.
27. **Mindlin R. D.** Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates // ASME J. Appl. Mech. 1951. V. 18. P. 31–38. DOI: 10.1115/1.4010217.
28. **Fahy F.** Sound and structural vibration: Radiation, transmission and response. 2nd ed. / F. Fahy, P. Gardonio. Amsterdam: Acad. Press: Elsevier, 2007.
29. **Bendat J. S.** Random data: Analysis and measurement procedures. 2nd ed. / J. S. Bendat, A. G. Piersol. N. Y.: Wiley, 1986.
30. **Lin Y. K.** Probabilistic theory of structural dynamics. N. Y.: McGraw-Hill, 1967.

31. **Wallace C. E.** Radiation resistance of a rectangular panel // J. Acoust. Soc. Amer. 1972. V. 51. P. 946–952. DOI: 10.1121/1.1912943.
32. **Wittig L. E., Sinha A. K.** Simulation of multicorrelated random processes using the FFT algorithm // J. Acoust. Soc. Amer. 1975. V. 58. P. 630–634. DOI: 10.1121/1.380702.
33. **Celik I. B., Ghia U., Roache P. J., et al.** Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications // Trans. ASME. J. Fluids Engng. 2008. V. 130. 078001. DOI: 10.1115/1.2960953.
34. **Han F., Bernhard R. J., Mongeau L. G.** Prediction of flow-induced structural vibration and sound radiation using energy flow analysis // J. Sound Vibrat. 1999. V. 227. P. 685–709. DOI: 10.1006/jsvi.1998.3013.

Поступила в редакцию 23/XI 2022 г.,
после доработки — 23/XI 2022 г.
Принята к публикации 29/V 2023 г.