

МОДЕЛЬ ДЕФОРМАЦИИ КАПЛИ ЖИДКОСТИ
В ГАЗОВОМ ПОТОКЕ

1. Введение. Процессы деформации в дроблении капель жидкости играют ключевую роль во многих прикладных задачах многофазных течений, например в двигателестроении [1] и взрывобезопасности [2]. Это обуславливает продолжающийся интерес к проблеме и появление новых экспериментальных [3—6] и теоретических [7—9] работ. Среди более ранних экспериментальных исследований отметим работы [10—19], в которых изучались основные закономерности явления. Достаточно детальные обзоры ранних исследований по указанной тематике содержатся в [4, 20].

В теоретических работах наметилось два подхода: 1) анализ сложного напряженного состояния капли на основе многомерных уравнений движения [8, 9, 21], 2) создание упрощенных феноменологических моделей [22—24]. Успехи первого подхода связаны в основном с развитием вычислительной техники, хотя имеются и удачные попытки аналитического изучения [21]. Использование упрощенных моделей деформации и дробления капель представляется оправданным при исследовании сложных химически реагирующих многофазных течений [25, 26].

Упрощенные модели деформации капли должны удовлетворять, по крайней мере, очевидным требованиям:

давать приемлемые результаты по динамике и характерному времени деформации капли до критической стадии, когда деформация принимает необратимый характер;

давать корректные значения минимального (критического) числа Вебера, необходимого для достижения необратимой деформации капли;

правильно отражать зависимость характерного времени деформации и критического числа Вебера от определяющих параметров. Критерием применимости модели служит ее соответствие экспериментальным наблюдениям.

Модель [22], используемая в [25, 26], не удовлетворяет указанным требованиям. Модель [23], основанная на уравнении деформации жидкого эллипсоида в газовом потоке, не учитывает вязких свойств жидкости и газа. В [24] предложена упрощенная модель деформации капли, основанная на приближении «преимущественного направления деформации» (ПНД). Приближение ПНД подразумевает рассмотрение одноосного напряженного состояния частицы вязкой несжимаемой жидкости вследствие действия сил аэродинамического давления, поверхностного натяжения, тяжести. Модель основана на законе трения Стокса, связывающем скорость относительной линейной деформации частицы с нормальным напряжением. Результаты расчетов по рассматриваемой модели качественно правильно отражают динамику деформации капли и зависимость критического числа Вебера от определяющих параметров. Однако в количественном отношении модель [24] дает существенно заниженные значения характерного времени деформации и критических чисел Вебера.

В данной работе на основе приближения ПНД предложена новая модель деформации капли. Главное отличие от модели [24] состоит в попытке учета внутренних вязких течений в деформирующейся капле. Модель использована для расчета динамики деформации и критических чисел Вебера при условиях нагружения капли в воздушной ударной волне.

2. Постановка задачи. Считаем, что исходная капля имеет форму сферы радиуса R . Направление движения капли (ось x) совпадает с направлением

неограниченного газового потока. Введем следующие упрощающие допущения:

- 1) деформацию капли рассматриваем в приближении ПНД;
- 2) капля деформируется квазистатически, т.е. в каждый момент времени деформированное состояние определяется из условия равновесия всех действующих сил;
- 3) жидкость несжимаема, масса капли при деформации не меняется, присоединенная масса капли пренебрежимо мала;
- 4) деформированная капля имеет форму эллипсоида вращения, вытянутого поперек потока, эллипсоид образован вращением эллипса с малой полуосью a и большой полуосью b вокруг малой оси;
- 5) влияние силы тяжести пренебрежимо мало;
- 6) процесс деформации капли становится необратимым при достижении некоторой критической деформации $a = a_*$, $b = b_*$.

Поместим начало координат в центр симметрии капли. В рамках приближения ПНД уравнение для относительной линейной деформации капли вдоль оси x запишем в виде

$$(2.1) \quad 2\mu_1 a^{-1} (da/dt) = -K\Delta p,$$

где t — время; μ_1 — динамическая вязкость жидкости; Δp — суммарное деформирующее давление; $K < 1$ — безразмерный коэффициент, учитывающий работу аэродинамических сил и сил поверхностного натяжения на генерацию внутренних движений жидкости. Уравнение (2.1) отличается от соответствующего уравнения в [24] именно наличием коэффициента K .

Суммарное деформирующее давление определяется как разность суммарного аэродинамического давления p_d на поверхности капли и приведенного лапласова давления p_σ внутри капли, т.е. $\Delta p = p_d - p_\sigma$. Проекция на ось x суммарного аэродинамического давления определяется следующим образом:

$$(2.2) \quad p_d = \frac{1}{S} \int_S (p - p_0) dS.$$

Здесь p — проекция силы давления на поверхности капли на ось x ; p_0 — статическое давление газа; интеграл берется по всей поверхности капли S . В силу несжимаемости жидкости лапласово давление приводит к равномерному сжатию капли. Однако в приближении ПНД можно выделить две составляющие сил поверхностного натяжения. Первая (положительная) $p_{\sigma+}$ возникает вследствие кривизны капли в плоскости, параллельной оси x , и приводит к сплющиванию капли поперек потока. Вторая (отрицательная) $p_{\sigma-}$ возникает из-за кривизны капли в плоскости, перпендикулярной оси x , и способствует восстановлению исходной формы капли. Приведенное лапласово давление в рассматриваемом приближении имеет вид

$$p_\sigma = p_{\sigma-} - p_{\sigma+}.$$

Для эллипсоида вращения можно принять [24]

$$(2.3) \quad p_{\sigma+} = \frac{2\sigma a}{b^2}, \quad p_{\sigma-} = \frac{\sigma(a^2 + b^2)}{ba^2}.$$

Определение коэффициента K основано на соображениях теории размерности. Из допущения о квазистатичности деформации следует, что коэффициент K связан с вязкими напряжениями, возникающими при установившемся движении жидкости внутри капли. Значит, функциональную связь K с параметрами задачи можно представить как

$$K = f(U_1, \mu_1, R, \Delta p_*),$$

где U_1 — характерная скорость жидкости; Δp_* — характерное значение суммарного деформирующего давления. Из четырех определяющих парамет-

ров (U_i, μ_i, R и Δp_*) можно образовать одну независимую безразмерную комбинацию $U_i \mu_i / R \Delta p_*$. Тогда

$$(2.4) \quad K = \alpha \frac{U_i \mu_i}{R \Delta p_*}$$

(α — числовой коэффициент). Величина U_i одного порядка со скоростью деформации капли da/dt , т.е. $U_i (da/dt)^{-1} \sim 1$. Это позволяет на основе (2.1) и (2.4) оценить порядок коэффициента α : $\alpha \sim 1$.

Для оценки U_i используем уравнение неразрывности для капли несжимаемой жидкости:

$$(2.5) \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial U_r r^2}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U_\theta \sin \theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} = 0.$$

Здесь U_r, U_θ, U_φ — радиальная и две угловые составляющие скорости жидкости в сферических координатах. Применим (2.5) для частиц жидкости на наветренной поверхности капли и сравним порядки составляющих скорости. Масштабом для угловых составляющих U_θ и U_φ может служить тангенциальная скорость поверхности капли U_i , определяемая на основе решения задачи о сопряженных пограничных слоях [27]:

$$U_i = U(\mu \rho / \mu_i \rho_i)^{1/3}$$

(U — относительная скорость центра масс капли в газовом потоке, величины без индекса относятся к параметрам газового потока).

Радиальная составляющая скорости изменяется от $\sim U_i$ до ~ 0 на расстоянии порядка R . Угловые составляющие скорости изменяются от ~ 0 (в точке торможения) до U_i на угловом расстоянии порядка $\pi/2$. Поэтому из (2.5) следует

$$U_i \sim U_i.$$

Заменяя в (2.3) U_i на U_i и полагая $\Delta p_* = \rho U^2 / 2$, для коэффициента K окончательно получим

$$(2.6) \quad K \approx \frac{2\mu_i}{\rho U R} \left(\frac{\mu \rho}{\mu_i \rho_i} \right)^{1/3}.$$

Уравнение (2.1) с учетом (2.6) запишем как

$$(2.7) \quad \frac{da}{dt} = -\frac{1}{2} U \left(\frac{a}{R} \right) \left(\frac{p_d - p_o}{\rho U^2 / 2} \right) \left(\frac{\mu \rho}{\mu_i \rho_i} \right)^{1/3}.$$

при начальном условии $t = 0, a = R$.

В уравнение (2.7) входит относительная скорость U центра масс капли в газовом потоке:

$$U = U_g - U_d$$

(U_g и U_d — абсолютные скорости газа и капли). Уравнение движения капли имеет вид

$$(2.8) \quad m \frac{dU_d}{dt} = \pi C_x b^2 \frac{\rho U^2}{2},$$

где m — масса капли; C_x — коэффициент аэродинамического сопротивления. Положим, что U_g — известная функция времени: $U_g = \varphi(t)$. Поскольку $dU_d/dt = -dU/dt + d\varphi/dt$ и $m = (4/3)\pi a b^2 \rho_i$, вместо (2.8) получим

$$(2.9) \quad \frac{dU}{dt} = -\frac{3}{4} \frac{C_x}{a \rho_i} \left(\frac{\rho U^2}{2} \right) + \varphi' \quad (\varphi' = d\varphi/dt)$$

при начальном условии $t = 0, U = \varphi(0)$.

Коэффициент сопротивления капли C_x можно представить в виде двух слагаемых [28]:

$$(2.10) \quad C_x = C_{xp} + C_{xi}.$$

Здесь C_{xp} — коэффициент сопротивления давления; C_{xi} — коэффициент сопротивления трения. Для плохо обтекаемых тел типа деформирующейся капли при высоких числах Рейнольдса $Re = \rho UR / \mu$ приемлемо приближение $C_{xi} \ll C_{xp}$ и (2.10) приводится к виду $C_x \approx C_{xp}$. В этом случае коэффициент C_x связан с суммарным аэродинамическим давлением p_d следующим образом:

$$(2.11) \quad C_x = \frac{p_d}{\rho U^2 / 2} = \bar{p}_d$$

(\bar{p}_d — коэффициент давления).

Анализ экспериментальных данных в [16] по коэффициенту сопротивления деформирующихся капель в сжимаемых газовых потоках за ударными волнами (УВ) показывает, что $C_x = 1,8 - 3,0$ при $Re > 500$ и не зависит от Re . В экспериментах [3] $C_x \approx 2,3$ при $Re > 10^3$, в [15] $C_x \approx 3,0$ при $Re > 10^4$, в [18] $C_x \approx 1,6 - 2,2$ при $Re > 10^3$, причем указано, что C_x зависит от типа разрушения капли. В данной работе C_x принимается постоянным и равным 2,0, т.е. принимается его среднее значение.

Таким образом, уравнения (2.7) и (2.9) совместно с начальными условиями, соотношениями (2.3), (2.6), (2.11) и заданными значениями $\rho, \rho_i, \mu, \mu_i, R, \varphi(t)$ полностью определяют задачу о деформации капли в приближении ПНД.

Для перехода к безразмерным переменным введем обозначения:

$$t = \bar{t} \left(\frac{\mu_i R}{\sigma} \right), \quad U = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho R}} We^{1/2}, \quad We = \frac{\rho U^2 R}{\sigma},$$

$$a = \bar{a} R, \quad b = \bar{b} R, \quad La = \frac{\rho \sigma R}{\mu_i^2}, \quad \bar{\varphi}' = \varphi' \frac{\mu_i R}{\sigma} \sqrt{\frac{\rho R}{\sigma}}.$$

В силу допущений 3 и 4 можно записать $ab^2 = R^3$. Тогда (2.7) и (2.9) с учетом (2.3), (2.6) и (2.11) примут вид

$$(2.12) \quad \frac{d\bar{a}}{d\bar{t}} = -\frac{1}{2} We^{1/2} La^{-1/2} \left(\frac{\mu}{\mu_i} \right)^{1/3} \left(\frac{\rho_i}{\rho} \right)^{1/6} \left[C_x + \frac{2}{We} (2\bar{a}^3 - \bar{a}^{3/2} - \bar{a}^{-3/2}) \right],$$

$$\frac{dWe}{d\bar{t}} = -\frac{3}{4} C_x \frac{We^{3/2}}{a} \left(\frac{\rho_i}{\rho} \right)^{1/2} La^{-1/2} + 2\bar{\varphi}' We^{1/2}$$

с начальными условиями $\bar{t} = 0, \bar{a} = 1, We = We_0$, где $We_0 = \rho \varphi^2(0) R / \sigma$. Минимальное число Вебера We_{0*} , при котором достигается критическая стадия деформации $\bar{a}_* = \bar{b}_*^{-2}$, назовем критическим. Для определения \bar{a}_* используем следующий прием. Согласно многочисленным экспериментальным наблюдениям дробления капель в УВ, для капель маловязких жидкостей (вода, спирт, керосин) большого диаметра (1—4 мм) $We_* \approx 5$. Для таких капель число Лапласа $La = 10^3 - 10^5$. Поскольку $\rho_i / \rho = 10^2 - 10^3$, то по (2.12) за время деформации капли $dWe / d\bar{t} \ll 1$, т.е. $We \approx We_0 = \text{const}$. При обратимой деформации капли характерно наличие стадии с $d\bar{a} / d\bar{t} = 0$, т.е., согласно (2.12),

$$(2.13) \quad \frac{C_x We_0}{2} = \bar{a}^{-3/2} + \bar{a}^{3/2} - 2\bar{a}^3.$$

Критическая стадия для капель маловязких жидкостей наступает при $We_0 = We_{0*} = We_* \approx 5$ и, следовательно, при $\bar{a}_* \approx 0,35$, $\bar{b}_* \approx 1,7$. Обратим внимание на отличие в определении критических чисел Вебера We_{0*} и We_* : We_{0*} находится по начальной относительной скорости газа и капли, а We_* — по мгновенной относительной скорости газа и капли при достижении капель критической стадии деформации.

Фотографические исследования в [4] показывают, что при $We_0 = 6,2$ максимальная деформация капли воды ($R = 1300$ мкм) до начала разрушения $\bar{b} \approx 1,5-1,62$. В опытах [18] с каплями воды ($R = 250$ мкм) максимальная поперечная деформация, предшествующая дроблению капли при $We_0 = 6$, составила $\bar{b} \approx 2$. Полученное из (2.13) значение удовлетворительно согласуется с указанными наблюдениями. В дальнейшем полагаем, что необратимая деформация капли достигается при указанных значениях \bar{a}_* и \bar{b}_* независимо от свойств жидкости и набегающего газового потока.

Систему уравнений (2.12) решаем численно методом Рунге — Кутты 4-го порядка аппроксимации с переменным временным шагом.

3. Результаты расчетов. Поскольку подавляющее большинство экспериментальных работ по деформации капли проведено с использованием УВ, рассмотрим случай внезапного нагружения капли жидкости в потоке за УВ с постоянными параметрами. Пусть M — число Маха УВ. Параметры газа в (2.12) рассчитываем по формулам

$$(3.1) \quad U = \varphi(\bar{U}) = \frac{2c_0}{(\gamma - 1)} \left(\bar{M} - \frac{1}{M} \right), \quad \varphi' = 0,$$

$$\rho = \rho_0 \frac{(\gamma + 1)M^2}{(\gamma - 1)M^2 + 2}, \quad \mu = 10,7 \cdot 10^{-6} (mT)^{1/2} d_m^{-2},$$

$$T = T_0 \left[1 + \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2 M^2} (M^2 - 1)(1 + \gamma M^2) \right],$$

где c — скорость звука; γ — отношение теплоемкостей; m — молекулярная масса; T — температура; d_m — диаметр молекулы в модели твердых сфер, Å (см. [29]); индекс 0 относится к параметрам невозмущенного газа. Таким образом, для рассматриваемого режима нагружения капель список независимых определяющих параметров имеет вид

$$\frac{\rho_0}{\rho_l}, \frac{\mu_0}{\mu_l}, La, \gamma, M, We_0.$$

Во многих работах, посвященных исследованию процессов дробления капель, вводится характерное время

$$t_d = \frac{2R}{U} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho}}.$$

Безразмерное время $\bar{t} = t/t_d$ в дальнейшем используется для сравнения расчетных параметров с опытными данными. На рис. 1 показаны расчетные зависимости $\bar{b}(\bar{t})$ для деформации капли воды ($R = 1000$ мкм) в воздушных УВ разной интенсивности. Кривая 1 ($M = 1,02$) соответствует «докритическому» нагружению капли, так как максимальная деформация $\bar{b}_{\max} < \bar{b}_*$. Спустя время $\bar{t} \approx 15-20$ после начала нагружения капля принимает исходную сферическую форму. Кривая 2 ($M = 1,033$) отвечает критической деформации $\bar{b}_{\max} = \bar{b}_*$, $We_0 = We_{0*} = 5$, когда деформация капли еще обратима. Кривые 3 ($M = 1,07$), 4 ($M = 1,8$) соответствуют сверхкритическому нагружению $We_0 > We_{0*}$. Штриховая линия отвечает критической стадии деформации $\bar{b}_* = 1,7$. Область применимости предлагаемой модели ограничена диапазоном $\bar{a} < \bar{a}_*$ и $\bar{b} < \bar{b}_*$.

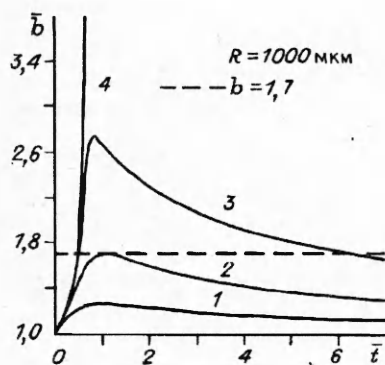


Рис. 1

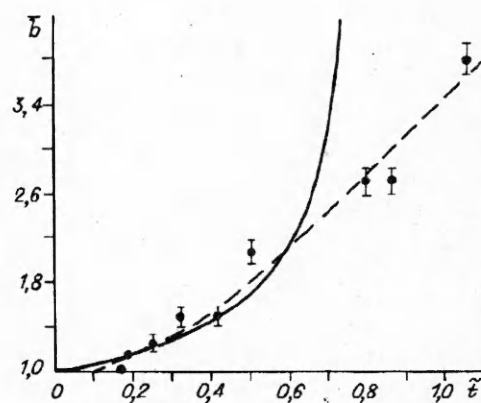


Рис. 2

В табл. 1 проведено сравнение расчетной $\bar{b}(t)$ и измеренной $\bar{b}_s(t)$ [4, 6] динамики деформации каплей жидкости при докритическом нагружении.

В [4] опыты проводили в аэродинамической трубе с каплями воды ($R = 1300$ мкм) при $We_0 = 6,25$, в [6] — в воздушной УВ при $M = 1,1$ с каплями воды ($R = 110$ мкм, $We_0 = 3,55$).

На рис. 2 сравнивается расчетная зависимость $\bar{b}(t)$ (сплошная линия) с экспериментальными данными [5] (точки) по деформации капли этилового спирта ($R = 750$ мкм) в воздушной ударной волне с $M = 1,56$ ($We_0 = 5,6 \cdot 10^3$). Рассматриваемый случай отвечает «сверхкритическому» нагружению капли. Согласно [5], при $\bar{t} \approx 0,5$ начинается заметное ускорение процесса обдирки капли газовым потоком, т.е. капля начинает терять массу.

Ранее [13] найдено, что для маловязкой жидкости (воды) при $We_0 > 5 \cdot 10^2$ момент времени $\bar{t} \approx 0,5$ соответствует началу распада капли ($R = 400-1700$ мкм). При $\bar{t} \approx 0,5-0,6$ расчетная кривая на рис. 2 начинает заметно отклоняться от экспериментальной зависимости (штриховая линия), так как масса капли в рассматриваемой модели считается неизменной. Интересно, что при $\bar{t} \approx 0,5$ достигается критическая стадия деформации капли $\bar{b} \approx \bar{b}_*$.

На рис. 3 сравнивается расчетная зависимость $\bar{b}(t)$ с экспериментальными данными [15]. В [15] методом теневой фотосъемки измеряли деформацию каплей воды ($R = 1350$ мкм) за воздушными УВ с $M = 1,3$ (точки 1 / кривая 6); 1,5 (2/7); 2,0 (3/8); 3,0 (4/9); 3,5 (5/10).

Во всех указанных опытах нагружение каплей «сверхкритическое», капли дробились в режиме сдирания поверхностного слоя. В табл. 2 приведены расчетные значения характерного времени $t_d(M)$ и момента времени τ , начиная с которого наблюдается заметное расхождение расчетных и опытных

Таблица 1

t , мс	\bar{b}_s	\bar{b}	t , мс	\bar{b}_s	\bar{b}
	[4]			[6]	
0	1	1	0	1	1
3,61	1,33	1,7	0,2	1,06	1,403
7,23	1,5	1,64	0,4	1,26	1,307
9,17	1,6	1,59	0,65	1,33	1,228
11,12	1,67	1,54	0,7	1,03	1,216
13,90	1,76	1,48	0,8	0,82	1,195
15,29	1,67	1,46	0,9	0,91	1,177
16,12	1,6	1,44			
18,07	1,33	1,41			
23,07	1,26	1,35			

Р и с. 3

результатов. На рис. 3 отношение $\tau/t_d \approx 0,5$ и не зависит от M . При указанных значениях We_0 (см. табл. 1) $t \approx 0,5$ соответствует началу обдирки капли [13], что может служить объяснением расхождения результатов. Аналогично рис. 2 при $\bar{t} \approx 0,5$ имеем $b \approx b_*$ для условий опытов [15].

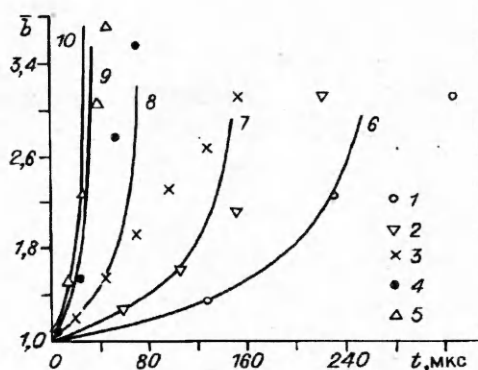
В [6] экспериментально обнаружено, что безразмерное время деформации каплей в воздушной УВ до фиксированной стадии ($\bar{a}, \bar{b} = idem$) практически не зависит от We_0 (в диапазоне $20 < We_0 < 100$ для каплей силиконового масла $R = 100 - 250$ мкм). В табл. 3 для условий эксперимента [6] ($M = 1,1$) приведены расчетные значения для фиксированных b при разных $R(We_0)$. Видно, что предложенная модель удовлетворительно согласуется с наблюдениями [6].

Наиболее интересны сведения о критическом режиме нагружения капли. В литературе часто приводятся опытные зависимости критической скорости стационарного газового потока U_{0*} от диаметра капли $D = 2R$. В связи с этим на рис. 4 сравниваются расчетные (кривые 6 — 10) и измеренные значения критической скорости воздушного потока U_{0*} для каплей разных жидкостей (вода — точки 1 / кривая 6, метиловый спирт — 2/7, масла различной вязкости — 3/8; 4/9; 5/10 (10; 50; 100 Ст)).

Отметим, что опытные данные на рис. 4 получены с использованием разных экспериментальных методик. В [10] дробление каплей наблюдали в свободной струе воздуха ($\rho = \rho_0$), в [11] — в вертикальной аэродинамической трубе, в [14, 4, 6] — в ударной трубе.

В опытах [4, 10] указано на существование переходной области по скорости газа, в которой реализуется критическое нагружение капли. В связи с этим на рис. 4 приведены нижние и верхние значения U_{0*} . В [10] меньшее значение соответствует режиму раздвоения капли, а большее — режиму распыления капли.

Из сравнения расчетных и опытных данных видно, что предложенная модель дает удовлетворительный прогноз. Особенно важен тот факт, что



Т а б л и ц а 2

Номер линии рис. 3	M	We_0	t_d , мс	τ , мс	τ/t_d
6	1,3	$6,7 \cdot 10^3$	430	187	0,43
7	1,5	$2,0 \cdot 10^3$	247	109	0,44
8	2,0	$9,1 \cdot 10^3$	115	52	0,45
9	3,0	$4,1 \cdot 10^4$	54	24	0,45
10	3,5	$6,5 \cdot 10^4$	42	19	0,44

Т а б л и ц а 3

R , мкм	We_0	\bar{b}			
		1,1	1,3	1,5	1,7
100	5,3	0,12	0,34	0,57	—
150	8,0	0,12	0,31	0,47	0,62
200	11,0	0,12	0,30	0,43	0,54
250	13,0	0,12	0,29	0,41	0,51

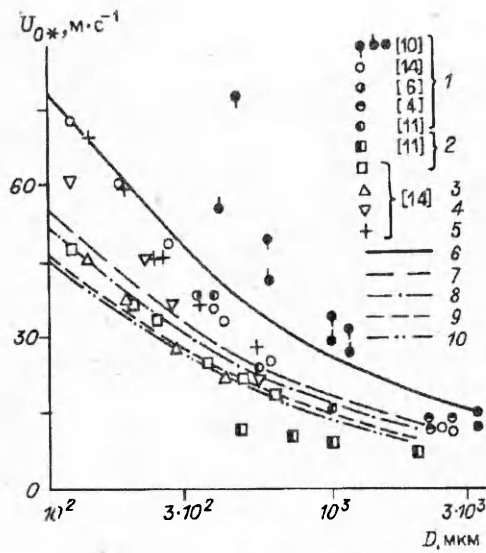


Рис. 4

модель отслеживает влияние вязкости и поверхностного натяжения жидкости.

Из (2.12) следует, что интегральная кривая на плоскости (We, a) описывается уравнением

$$\frac{dWe}{da} = \frac{3}{2} C_1 \left(\frac{We}{a} \right) \left[\left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu_1}{\mu} \right)^{1/3} \right] \times [C_2 + (2\bar{a}^3 - \bar{a}^{3/2} - \bar{a}^{-3/2})]$$

с начальным условием $a = 1, We = We_0$.

Таким образом,

$$We_{0*} = f(\bar{a}_*, \left[\left(\frac{\rho}{\rho_1} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu_1}{\mu} \right)^{1/3} \right]),$$

т.е. при принятом \bar{a}_* критическое число Вебера зависит от одного безразмерного параметра $\Pi = (\rho/\rho_1)^{2/3}(\mu_1/\mu)^{1/3}$. Учитывая (3.1), находим, что при нагружении каплей жидкости ударными волнами

$$We_{0*} = f(\gamma, M, \left[\left(\frac{\rho_c}{\rho_1} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right)^{1/3} \right]).$$

Интересно, что число Лапласа не входит в список определяющих параметров для We_{0*} .

На рис. 5 показана расчетная зависимость $We_{0*}(\Pi)$. Расчеты проводились для реальных жидкостей (ртуть, вода, спирт, керосин, масла, смеси воды с глицерином, глицерин и др.) при $1 < M < 1,2$. В диапазоне $0 < \Pi < 0,5$ расчетная зависимость $We_{0*}(\Pi)$ аппроксимируется формулой

$$We_{*}(\Pi) = 5 + 25\Pi + 4\Pi^2.$$

Для сравнения приведены экспериментальные данные [4, 6, 10—12, 14, 17]. По [4] цитируются результаты Ишкики для глицериновых каплей. Разброс данных [17] связан с тем, что в [17] указаны диапазоны изменения R и M и расчетные значения La , а не данные для конкретных опытов. Разброс результатов работ [4, 10] связан с выделением в них нижней и верхней границ устойчивости капли. Среди экспериментальных точек выделяются данные [14], показывающие достаточно сильную зависимость We_{0*} от размера каплей. Не удалось найти экспериментальные данные в областях $0,2 < \Pi < 0,4$ и $\Pi > 0,45$.

Итак, представлена простая модель деформации капли жидкости в газовом потоке. Модель построена в приближении преимущественного направления деформации и базируется на двух уравнениях: на уравнении деформации капли и уравнении ее движения. Важным параметром,

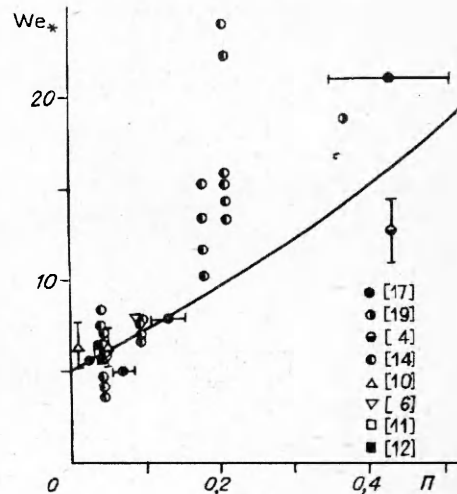


Рис. 5

определяющим скорость деформации капли, является коэффициент K , учитывающий диссипацию энергии на возбуждение внутренних течений жидкости. Поскольку $\mu_i \gg \mu$ и $\rho_i \gg \rho$, то коэффициент K много меньше 1. При прочих равных условиях диссипация энергии в капле увеличивается с ростом вязкости жидкости.

Из сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными следует, что модель дает удовлетворительные результаты для критического числа Вебера и времени деформации капли в диапазоне $0 < \Pi < 0,5$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lefebvre A.H. Gas turbine combustion. — Wash. a.o.: Hemisphere Publ., 1983.
2. Baker W.E., Cox P.A., Westine P.S. et al. Explosion Hazards and Evaluation. — Amsterdam a.o.: Elsevier, 1983.
3. Бойко В.М., Папырин А.Н., Поплавский С.В. О динамике дробления капель за ударными волнами // ПМТФ. — 1987. — № 2.
4. Wierzbna A. Deformation and breakup of liquid drops in a gas stream at nearly critical Weber numbers // Experiments in Fluids. — 1990. — V. 9. — P. 59—64.
5. Yoshida T., Takayama K. Interaction of liquid droplets with planar shock waves // Trans. ASME. J. Fluids Engng. — 1990. — V. 112. — P. 423—428.
6. Hirahara H., Kawahashi M. Experimental investigation of viscous effects upon a breakup of droplets in high-speed air flow // Experiments in Fluids. — 1992. — V. 13. — P. 231—234.
7. Соснин В.П., Копырин И.А., Филимонов С.Г. Механизм деформации и распада перемещающейся капли // Порошковая металлургия. — 1987. — № 7. — С. 1—5.
8. Zheng-Tao Deng, San-Mou Jeng. Numerical simulation of droplet deformation in convective flows. — N.Y., 1990. — (Paper / AIAA; N 90—2369).
9. Суров В.С., Фомин В.М. Численное моделирование взаимодействия капли воды с сильной воздушной ударной волной // ПМТФ. — 1993. — № 1. — С. 48—54.
10. Волынский М.С. О дроблении капель в воздушном потоке // ДАН СССР. — 1948. — Т. 62. — С. 301—304; 1949. — Т. 68. — С. 237—240.
11. Lane W.R. Shatter of drops in streams of air // Ind. Eng. Chem. — 1950. — V. 43, N 6. — P. 1312—1317.
12. Hinze J.O. Fundamentals of hydrodynamic mechanism of splitting in dispersion process // AIChE J. — 1955. — N 1. — P. 289—295.
13. Бузуков А.А. Разрушение капель и струй жидкости воздушной ударной волной // ПМТФ. — 1963. — № 2. — С. 154—158.
14. Hanson A.R., Domich E.G., Adams H.S. Shock tube investigation of the breakup of drops by air blasts // Phys. Fluids. — 1963. — V. 6, N 6. — P. 1070—1080.
15. Ranger A.A., Nicholls J.A. Aerodynamic shattering of droplets // AIAA J. — 1969. — V. 7, N 2. — P. 285—295.
16. Simpkins P.G., Bales E.L. Water-drop response to sudden accelerations // J. Fluid Mech. — 1972. — V. 55, N 3. — P. 629—639.
17. Гельфанд Б.Е., Губин С.А., Когарко С.М. Особенности разрушения капель вязкой жидкости // ИФЖ. — 1973. — Т. 25, № 3. — С. 467—470.
18. Гельфанд Б.Е., Губин С.А., Когарко С.М. Разновидности дробления капель в ударных волнах и их характеристики // ИФЖ. — 1974. — Т. 27, № 1. — С. 119—126.
19. Krezeczkowski S.A. Measurement of liquid droplet disintegration mechanism // Int. J. Multiphase Flow. — 1980. — V. 6. — P. 227—239.
20. Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Нигматулин Р.И. Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвесах // Итоги науки и техники ВИНТИ. Сер. МЖГ. — 1981. — Т. 16.
21. Гонор А.Л., Золотова Н.В. Торможение и деформация жидкой капли в потоке газа // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1981. — № 2. — С. 59—69.
22. Gordon G.D. Mechanism and speed of breakup of drops // J. Appl. Phys. — 1959. — V. 30. — P. 11—20.
23. Волынский М.С., Липатов А.С. Деформация и дробление капель в газовом потоке // ИФЖ. — 1970. — Т. 18, № 5. — С. 838—843.
24. Давидсон В.Е. О деформации капель в потоке газа // Струйные и трубные течения. — Днепропетровск, 1974. — С. 3—35.
25. Borisov A.A., Gelfand B.E., Gubin S.A. et al. The reaction zone twophase detonation // Astronaut. Acta. — 1970. — V. 45. — P. 411—417.

26. Ждан С.А. Моделирование гетерогенной детонации с учетом деформации и распада капель топлива // ФГВ. — 1977. — № 2. — С. 258—262.
27. Салтанов Г.А. Сверхзвуковые двухфазные потоки. — Минск: Высш. шк., 1972.
28. Дейч М.Е. Техническая газовая динамика. — М.: Госэнергоиздат, 1961.
29. Reid R.C., Prousnitz J.M., Sherwood T.K. The properties of gases and liquids. — N.Y.: McGraw-Hill, 1980.

г. Москва

Поступила 19/1 1994 г.

УДК 539.3

Д. Колимбас, С.В. Лавриков, А.Ф. Ревуженко

ОДНОРОДНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ. ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Решение большинства задач механики сплошной среды предполагает выбор или построение математической модели среды. Если речь идет об упругом теле или линейно-вязкой жидкости, то проблемы построения модели нет, так как созданы классические модели и сформулированы соответствующие уравнения Ламе и Навье — Стокса. Для более сложных сред, например упругопластических, сыпучих сред, нелинейных жидкостей, признанных уравнений нет. Поэтому для каждого класса задач вопрос о выборе модели должен решаться отдельно. Здесь многое зависит от конкретных условий нагружения и целей, которые преследуются при постановке и решении конкретных задач [1].

Практически все рабочие модели сплошной среды носят феноменологический характер. Это значит, что они строятся на основе некоторых базисных экспериментов. Причем указанный базис должен определять как сами конституционные уравнения, так и значения параметров, которые в них фигурируют.

Вопрос о выборе базисных экспериментов очень не простой. В принципе для построения математических моделей можно использовать любые эксперименты, например вдавливание штампов. Однако для интерпретации такого опыта необходимо заранее выбрать математическую модель, решить краевую задачу, сравнить результаты с опытом, провести корректировку модели и т.д. Это весьма сложный путь. Вместе с тем есть особый класс нагружений, когда для интерпретации эксперимента предварительных данных о математической модели не требуется. Это класс квазистатических нагружений, в которых распределения напряжений и деформаций по пространству однородны. Здесь процесс деформирования сводится к реализации последовательности аффинных преобразований. Поэтому в устойчивых процессах кинематика деформирования будет одинаковой как для упругопластических, так и для вязких или любых иных сред. Таким образом, эксперименты, реализующие однородные состояния, являются идеальными в качестве базисных для построения и анализа математических моделей сплошных сред.

Достичь в точности однородного нагружения технически невозможно. Поэтому максимум, что здесь можно сделать, это реализовать процессы деформирования, которые были бы как можно ближе к однородным. Для металлов такие процессы и соответствующие методики хорошо известны [2, 3]. Это кручение и растяжение тонкостенных трубчатых образцов. Однако для сыпучих сред, жидкостей со сложной реологией и других подобных материалов эта классическая методика неприменима. Здесь необходим поиск новых базисных экспериментов.

© Д. Колимбас, С.В. Лавриков, А.Ф. Ревуженко, 1994