

ными силами, лишь незначительно превышает величину  $cd(0) = 0,64$  коэффициента сопротивления при классическом обтекании. Это обстоятельство позволяет надеяться, что при больших значениях  $Re$  сопротивление при МГД-обтекании может принимать меньшие, чем при классическом обтекании, значения, как предполагается в работе [8]. Следует подчеркнуть, что для этого электрические и магнитные поля должны создаваться источником, расположенным вблизи (внутри) обтекаемого тела. В случае обтекания во внешнем магнитном поле наличие поля всегда приводит к увеличению как сопротивления давления, так и суммарного гидродинамического сопротивления [1, 2].

Авторы выражают признательность В. И. Меркулову и Н. Н. Яненко за стимулирующие обсуждения работы.

Поступила 5 VIII 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Брановер Г. Г., Цинобер А. Б. Магнитная гидродинамика несжимаемых сред. М.: Наука, 1970.
2. Цинобер А. Б. МГД-обтекание тел. Рига: Зинатне, 1970.
3. Хоничев В. И., Яковлев В. И. Движение плоской пластины конечной ширины в проводящей вязкой жидкости, вызванное электромагнитными силами.— ПМТФ, 1980, № 1.
4. Lin C. L., Lee S. C. Transient state analysis of separated flow around a sphere.— Computers and Fluids, 1973, vol. 1, N 3.
5. Кускова Т. В. Разностный метод расчета течений вязкой несжимаемой жидкости.— В кн.: Вычислительные методы и программирование. Вып. 7. М.: изд. Моск. ун-та, 1967.
6. Таруни Е. Л. Оптимизация неявных схем для уравнений Навье — Стокса в переменных функциях тока и вихря скорости.— В кн.: Труды Всесоюзного семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Ч. 1. Новосибирск, 1975.
7. Le Clair B. P., Hamielec A. E., Pruppacher H. R. A numerical study of the drag on a sphere at low and intermediate Reynolds numbers.— J. Atmos. Sci., 1970, vol. 27, N 2.
8. Меркулов В. И. Движение сферы в проводящей жидкости под действием скрещенных электрического и магнитного полей.— Магнитная гидродинамика, 1973, № 1.

УДК 538.4

### МЕДЛЕННОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ ОКОЛО ШАРА, СОДЕРЖАЩЕГО ВРАЩАЮЩИЙСЯ МАГНИТНЫЙ ДИПОЛЬ

В. И. Шатров  
(Новосибирск)

В ряде работ (см., например, [1, 2]) исследовалось течение несжимаемой вязкой жидкости около вращающегося шара, а также МГД-течение около медленно вращающегося шара [3, 4]. В [5, 6] рассмотрены примеры вихревых течений, возникающих в проводящей несжимаемой жидкости под действием электромагнитного поля, создаваемого переменным диполем, расположенным внутри непроводящего шара. В [5] диполь расположен в центре шара, в [6] смещен относительно центра, что привело к движению шара относительно покоящейся на бесконечности жидкости. В данной работе решена задача о медленном течении проводящей несжимаемой вязкой жидкости около шара, содержащего вращающийся магнитный диполь. Жидкость занимает все бесконечное пространство вне шара радиуса  $a$ , как и в [5, 6]. Задача решена для случая малых гидродинамического и магнитного чисел Рейнольдса. Решение содержит два члена разложения Стокса.

Пусть расположенное в центре шара локальное распределение тока создает в системе координат, связанной с шаром, вращающийся магнитный момент

$$\mathbf{m} = m_0 (\mathbf{e}_y + i\mathbf{e}_x) \exp(i\lambda t).$$

Предположим, что частота удовлетворяет условию квазистационарности, т. е.  $\lambda a/c \ll 1$ , где  $c$  — скорость света. Пусть в лабораторной системе координат шар вращается с угловой скоростью  $\Omega_z$  и  $\Omega a/c \ll 1$ , тогда магнитный момент вращается с частотой  $\omega = \lambda - \Omega$ :

$$(1) \quad \mathbf{m} = m_0 (\mathbf{e}_y + i\mathbf{e}_x) \exp(i\omega t).$$

Вектор-потенциал  $\mathbf{A}_m$  электромагнитного поля диполя (1) в пустом пространстве имеет в сферической системе координат проекции

$$(2) \quad A_{mr} \equiv 0, \quad A_{m\theta} = \frac{m_0}{r^2} e^{i\omega t - i\alpha}, \quad A_{m\alpha} = -i \frac{m_0 \cos \theta}{r^2} e^{i\omega t - i\alpha},$$

где  $r, \theta, \alpha$  — координаты сферической системы.

Пусть шар окружен жидкостью с проводимостью  $\sigma$  и магнитной и диэлектрической проницаемостями, равными единице. Найдем распределение электромагнитных полей. Пусть  $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал электромагнитного поля. Тогда плотность тока в жидкости

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}/c) = \sigma(-i\omega \mathbf{A} + \mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A})/c.$$

Сделаем следующие предположения:

$$(3) \quad \text{Re} = av_0/\nu \ll 1, \quad \text{Re}_m = 4\pi\sigma v_0 a/c^2 \ll 1, \quad |\mathbf{E}| \gg |\mathbf{v} \times \mathbf{B}|/c,$$

где  $a$  — радиус шара;  $v_0$  — характерная скорость течения;  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости;  $\text{Re}$  и  $\text{Re}_m$  — гидродинамическое и магнитное числа Рейнольдса. Для выполнения третьего предположения (3) достаточно условий  $\omega a \gg v_0$ ,  $\omega \delta \gg v_0$ , где  $\delta = c/\sqrt{2\pi\sigma\omega}$  — толщина скин-слоя в жидкости.

Обозначим области решения внутри и вне шара соответственно I и II. Вектор-потенциал  $\mathbf{A}$  определяется уравнениями и граничными условиями

$$(4) \quad \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_m + \mathbf{G}, \quad \Delta \mathbf{G} = 0, \quad \partial \mathbf{A}_2 / \partial t = (c^2/4\pi\sigma) \Delta \mathbf{A}_2, \\ \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_2 \Big|_{r=a}, \quad \frac{\partial A_{1\alpha}}{\partial r} = \frac{\partial A_{\alpha 2}}{\partial r} \Big|_{r=a}, \quad \frac{\partial A_{1\theta}}{\partial r} = \frac{\partial A_{2\theta}}{\partial r} \Big|_{r=a},$$

где  $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$  — вектор-потенциал в I и II;  $\mathbf{A}_m$  и  $\mathbf{G}$  — вектор-потенциал в I, созданный соответственно магнитным диполем (1) и токами в жидкости;  $\mathbf{A}_m$  выписан в (2). Решение (4) имеет вид

$$\mathbf{G} = \frac{im_0}{\omega^3} \left( 1 - \frac{3H_{3/2}^{(2)}\left(\frac{1-i}{\delta}a\right)}{\frac{1-i}{\delta} a H_{5/2}^{(2)}\left(\frac{1-i}{\delta}a\right)} \right) (i r \mathbf{e}_\theta + r \cos \theta \mathbf{e}_\alpha) e^{i\omega t - i\alpha}, \\ \mathbf{A}_2 = -\frac{3im_0}{a^2} \left( \sqrt{\frac{1-i}{\delta}} a H_{5/2}^{(2)} \frac{1-i}{\delta} a \right) H_{3/2}^{(2)}\left(\frac{1-i}{\delta}r\right) / \sqrt{\frac{1-i}{\delta}} r \times \\ \times (i \mathbf{e}_\theta + \cos \theta \mathbf{e}_\alpha) e^{i\omega t - i\alpha},$$

где  $H_{3/2}^{(2)}, H_{5/2}^{(2)}$  — функции Ханкеля.

На единицу объема жидкости действует сила  $\mathbf{f} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}/c$  ( $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ ), имеющая стационарную и осциллирующую с частотой  $2\omega$  части. Течение жидкости также будет иметь стационарную и осциллирующую части. Для того чтобы максимум обезразмеренной нестационарной скорости был  $\ll 1$ ,

достаточно условия  $2\omega a^2/\nu \gg \max(1, a^2/\delta^2)$ , легко получаемого из линеаризованного нестационарного уравнения Навье — Стокса. Это условие можно переписать в виде  $4\text{Re}/\text{Re}_m \gg \max(1, \delta^2/a^2)$ . Как отмечено в [5], для всех проводящих жидкостей, включая электролиты и жидкие металлы,  $\text{Re}/\text{Re}_m \gg 1$ , поэтому достаточно положить  $\delta \leq a$ , чтобы вкладом нестационарного течения можно было пренебречь. Будем рассматривать только стационарные течения, описываемые уравнениями

$$(5) \quad \mathbf{v}\nabla\mathbf{v} = -\nabla p/\rho + \nu\Delta\mathbf{v} + \mathbf{f}/\rho, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0,$$

где  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность жидкости. Компонента силы  $f_\alpha$  имеет стационарную часть

$$(6) \quad f_\alpha^+ = f_0 \left( \left| H_{3/2}^{(2)}\left(\frac{1-i}{\delta}r\right) / \left( r H_{5/2}^{(2)}\left(\frac{1-i}{\delta}\right) \right) \right|^2 \right) \sin\theta, \quad f_0 = \frac{9m_0^2}{4\pi a^7},$$

где  $f_0$  — характерная величина силы, действующей на единицу объема жидкости. Выражение в круглых скобках в (6) безразмерное,  $r$  и  $\delta$  здесь и далее являются безразмерными величинами.

Из симметрии задачи видно, что полная электромагнитная сила, действующая на всю жидкость в целом, равна нулю. Полный момент электромагнитных сил не равен нулю, поэтому следует положить  $\mathbf{v}|_{r=1} = -\omega_0 \sin\theta \mathbf{e}_\alpha$ ,  $\mathbf{v}|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0$ , где  $\omega_0 = \Omega a/\nu_0$ . Перепишем (5) в безразмерных переменных

$$(7) \quad \text{Re}\mathbf{v}\nabla\mathbf{v} = -\nabla p + \Delta\mathbf{v} + T\Phi, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0,$$

где  $\Phi = \left| H_{3/2}^{(2)}\left(\frac{1-i}{\delta}r\right) / \left( r H_{5/2}^{(2)}\left(\frac{1-i}{\delta}\right) \right) \right|^2 \sin\theta \mathbf{e}_\alpha$ ;  $T = f_0 a^2 / (\rho\nu\nu_0)$ . Будем искать решение (7) в виде  $\mathbf{v} = \mathbf{v}^0 + \text{Re } \mathbf{v}^1$ ,  $p = p^0 + \text{Re } p^1$ . Учитывая (3), для  $\mathbf{v}^0$ ,  $p^0$  получим систему уравнений и граничные условия

$$-\nabla p^0 + \Delta\mathbf{v}^0 + T\Phi = 0, \quad \text{div } \mathbf{v}^0 = 0, \quad \mathbf{v}^0|_{r=1} = -\omega_0 \sin\theta \mathbf{e}_\alpha, \quad \mathbf{v}^0|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0.$$

Решение этой системы имеет вид

$$(8) \quad p^0 = \text{const}, \quad v_\theta^0 \equiv v_r^0 \equiv 0, \quad v_\alpha^0 = R(r) \sin\theta, \quad R(r) = rM(r) - M(1)/r^2 - \omega_0/r^2,$$

$$M(r) = -M_0 \left( \frac{1}{r^4} e^{2(1-r)/\delta} + \frac{2}{r^4} \int_0^1 \frac{dt}{t^5} e^{2(1-rt)/\delta} \right),$$

$$M_0 = \frac{f_0 a^2}{\rho\nu\nu_0} \frac{\delta^2}{4((1+1,5\delta)^2 + (1,5\delta + 1,5\delta^2)^2)}.$$

Из полученного решения видно, что характерной скоростью является величина  $v_0 = (f_0 a^2 / (\rho\nu)) \delta^2 / (4((1+1,5\delta)^2 + (1,5\delta + 1,5\delta^2)^2))$ . Для  $\mathbf{v}^1$ ,  $p^1$  из (7), учитывая (3), получим систему  $\mathbf{v}^0 \nabla \mathbf{v}^0 = -\nabla p^1 + \Delta \mathbf{v}^1$ ,  $\text{div } \mathbf{v}^1 = 0$ ,  $\mathbf{v}^1|_{r=1} = 0$ ,  $\mathbf{v}^1|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0$ , решение которой имеет вид

$$(9) \quad v_r^1 = R_1(r) P_2(\cos\theta), \quad v_\theta^1 = R_2(r) P_2^1(\cos\theta), \quad v_\alpha^1 \equiv 0,$$

$$R_1(r) = -\frac{1}{3r^2} \int_1^r R^2(\xi) \xi^2 d\xi + \frac{1}{5r^4} \int_1^r R^2(\xi) \xi^4 d\xi + \frac{2r}{15} \int_\infty^r R^2(\xi) d\xi/\xi + \left( \frac{1}{5r^4} - \frac{1}{3r^2} \right) \int_\infty^1 R^2(\xi) d\xi/\xi,$$

$$R_2(r) = -\frac{1}{3} R_1(r) - \frac{r}{6} \frac{dR_1}{dr}, \quad P_2(\cos\theta) = \frac{3\cos^2\theta - 1}{2}, \quad P_2^1(\cos\theta) = 3\sin\theta \cos\theta.$$

Выражение  $p^1$  выписывать не будем. Интегралы, входящие в выражения  $R(r)$ ,  $R_1(r)$ ,  $R_2(r)$ , можно получить численно. Сделаем только оценки. Пусть  $\delta \ll 1$ . Разложим  $R(r)$ ,  $R_1(r)$ ,  $R_2(r)$  в асимптотические ряды. Рассмотрим два варианта задачи. Пусть шар закреплен и вращаться не может. Тогда из (8), (9) получим

$$\begin{aligned}
 (10) \quad R(r) &= \left( \frac{4}{r^2} - \frac{e^{2(1-r)/\delta}}{r^3} \right) + \delta \left( \frac{e^{2(1-r)/\delta}}{r^4} - \frac{4}{r^2} \right) + \\
 &+ \delta^2 \left( \frac{5}{2r^2} - \frac{5}{2r^5} e^{2(1-r)/\delta} \right) + \delta^3 \left( \frac{45}{2r^5} e^{2(1-r)/\delta} - \frac{15}{2r^2} \right) + O(\delta^4), \\
 R_1(r) &= (1 - 2\delta) \left( -\frac{1}{4r^2} + \frac{1}{2r^3} - \frac{1}{4r^4} \right) + \delta^2 \left( -\frac{17}{16r^2} + \frac{3}{r^3} - \frac{31}{16r^4} \right) + \\
 &+ \delta^3 \left( \frac{29}{16r^2} - \frac{40}{r^3} + \frac{247}{32r^4} + \frac{1}{2r^7} e^{2(1-r)/\delta} - \frac{1}{32r^8} e^{4(1-r)/\delta} \right) + O(\delta^4), \\
 R_2(r) &= (1 - 2\delta) \left( \frac{1}{12r^3} - \frac{1}{12r^4} \right) + \delta^2 \left( \frac{1}{2r^3} - \frac{31}{48r^4} + \frac{1}{6r^6} e^{2(1-r)/\delta} - \right. \\
 &- \left. \frac{1}{48r^7} e^{4(1-r)/\delta} \right) + \delta^3 \left( -\frac{5}{3r^3} + \frac{247}{96r^4} - \frac{1}{6r^6} e^{2(1-r)/\delta} - \frac{5}{6r^7} e^{2(1-r)/\delta} + \right. \\
 &+ \left. \frac{3}{32r^8} e^{4(1-r)/\delta} \right) + O(\delta^4).
 \end{aligned}$$

Так как  $dR_1/dr|_{r=1} = R_1(1) = 0$ , то чем меньше  $r - 1$ , тем больше членов асимптотического ряда нужно вычислить для получения  $R_1(r)$  с требуемой точностью, поэтому выражение  $R_1(r)$  в (10) теряет смысл при  $r - 1 \lesssim \delta$ . Для вычисления  $R_1(r)$  при  $r - 1 \lesssim \delta$  разложим эту функцию в (9) в ряд Тейлора. Пусть  $r = 1 + \varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll 1$ . При  $\omega_0 = 0$  получим

$$\begin{aligned}
 (11) \quad R_1(1 + \varepsilon) &= \left( \varepsilon^2 - \frac{8}{3} \varepsilon^3 + \frac{16}{3} \varepsilon^4 - \frac{46}{5} \varepsilon^5 + \frac{227}{45} \varepsilon^6 - \frac{64}{2} \varepsilon^7 + \right. \\
 &+ \left. O(\varepsilon^8) \right) \left( -\frac{1}{4} + \frac{5\delta}{4} - \frac{89\delta^2}{16} + \frac{197\delta^3}{8} + O(\delta^4) \right).
 \end{aligned}$$

Проанализируем полученное решение. Электромагнитные силы вызывают в жидкости вращательное течение вокруг оси  $z$ . Возникающие в таком течении инерционные силы порождают вторичное течение, полученное как второй член ряда Стокса. Оно описывает приток жидкости к шару в полярных областях (угол  $\theta \lesssim 55^\circ$  или  $\theta \gtrsim 125^\circ$ ) и отток жидкости в экваториальной области. Можно сравнить полученное решение с решением задачи о течении вязкой несжимаемой жидкости около медленно вращающегося твердого шара. Первый член разложения Стокса для такой задачи есть в [7]. Можно выписать следующие члены разложения и показать, что решение задачи о вращающемся шаре в виде ряда Стокса равномерно пригодно при всех  $r$ . При  $r - 1 \gg \delta$  решение (10) подобно решению задачи о вращающемся шаре, поэтому оно сохраняет пригодность при  $r \rightarrow \infty$ , и следующие члены разложения  $v^n$  дадут при всех  $r$  малые добавки к  $v^0$ ,  $v^1$ .

Рассмотрим другой вариант задачи: шар не закреплен и может вращаться. Со стороны токов, наведенных в жидкости, на магнитный диполь в шаре действует момент электромагнитных сил

$$M_- = -e \frac{3m^2}{a^3} \delta (1 + \delta) \left/ \left( 1 + 3\delta + \frac{9}{2} \delta^2 + \frac{9}{2} \delta^3 + \frac{9}{4} \delta^4 \right) \right.$$

Со стороны жидкости на шар действует момент сил вязкости

$$M_+ = e_z \frac{3m_0^2}{a^3} \frac{\delta \left( 1 + \delta \left( \frac{3\omega_0}{2} + \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{2} \int_{\infty}^1 e^{2(1-t)/\delta} dt/t^4 \right)}{1 + 3\delta + \frac{9}{2} \delta^2 + \frac{9}{2} \delta^3 + \frac{9}{4} \delta^4}.$$

Полный момент сил, действующий на шар, должен быть равен нулю.

Из этого условия находим  $\omega_0 = 1 + 2 \int_{\infty}^1 e^{2(1-t)/\delta} dt/t^5$ . При  $\delta \ll 1$  из (8),

(9) имеем

$$(12) \quad R(r) = e^{2(1-r)/\delta} \left( -\frac{1}{r^3} + \frac{\delta}{r^4} - \frac{5\delta^2}{2r^5} + \frac{15\delta^3}{2r^6} + O(\delta^4) \right),$$

$$R_1(r) = \delta^2 \left( \frac{1}{16r^4} - \frac{1}{16r^2} \right) + \delta^3 \left( \frac{5}{16r^2} - \frac{9}{32r^4} - \frac{1}{32r^2} e^{4(1-r)/\delta} \right) +$$

$$+ \delta^4 \left( \frac{9}{8r^4} - \frac{24}{16r^2} + \frac{13}{16r^9} e^{4(1-r)/\delta} \right) + O(\delta^5),$$

$$R_2(r) = \delta^2 \left( \frac{1}{48r^4} - \frac{1}{48r^2} e^{4(1-r)/\delta} \right) + \delta^3 \left( \frac{3}{32r^8} e^{4(1-r)/\delta} - \frac{3}{32r^4} \right) +$$

$$+ \delta^4 \left( \frac{3}{8r^4} - \frac{3}{8r^9} e^{4(1-r)/\delta} \right) + O(\delta^5).$$

Аналогично (11) получим для  $r = 1 + \varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll 1$

$$R_1(1 + \varepsilon) = \varepsilon^2 \xi_1^3 + \varepsilon^3 (R^2(1) - 8\xi_1)/3 + \varepsilon^4 (-5R^2(1) + R(1) dR/dr|_{r=1} +$$

$$+ 32\xi_1)/6 + O(\varepsilon^5),$$

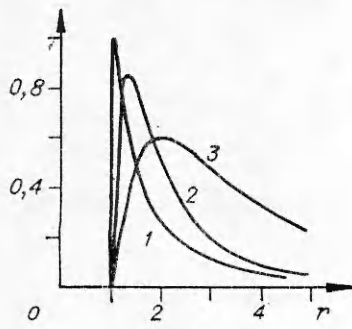
$$\xi_1 = -\frac{\delta}{4} + \frac{15}{16} \delta^2 - \frac{27}{8} \delta^3 + \frac{403}{32} \delta^4 + O(\delta^5).$$

Сравним (12) и (10). В (10) функция  $R(r)$  содержит медленно убывающий при  $r \rightarrow \infty$  член  $1/r^2$ , и при больших  $r$  течение подобно течению около вращающегося шара [7], в (12) функция  $R(r)$  убывает экспоненциально при увеличении  $r$ , течение  $v^0$  сосредоточено в скин-слое около шара и существенно отличается от течения в задаче [7]. Так же, как были получены  $v^0$ ,  $v^1$ , можно получить следующие члены  $v^n$  ряда Стокса. Так как при  $n \geq 1$   $v^n|_{r=1} = 0$  и  $v^n \sim e^{2(1-r)/\delta}$ , то все следующие члены ряда  $v^n$  будут при  $r \rightarrow \infty$  уменьшаться не медленнее, чем соответственно  $v^0$  или  $v^1$ , следовательно, полученное решение пригодно и при больших  $r$ .

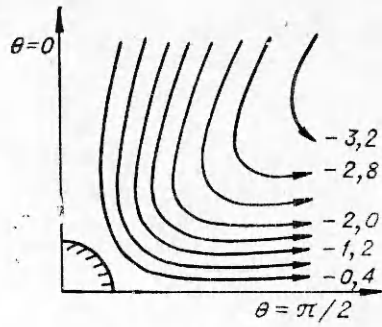
Для иллюстрации течения в меридиональной плоскости введем функцию тока  $\psi(r, \theta)$ . При этом  $v_r = (1/(r^2 \sin \theta)) \partial \psi / \partial \theta$ ,  $v_\theta = (-1/(r \sin \theta)) \partial \psi / \partial r$ . Выберем  $\delta = 0,01$ . Для первого варианта задачи ( $\omega_0 = 0$ ) графики функций  $R(r)$ ,  $-40R_1(r)$  и  $100R_2(r)$  изображены на фиг. 1 (кривые 1—3 соответственно). На фиг. 2 представлены изолинии  $100\psi(r, \theta)$  в верхней полуплоскости ( $\alpha = \text{const}$ ). Течение в нижней полуплоскости симметрично относительно оси  $\theta = \pi/2$ . Для второго варианта задачи ( $\omega_0 \neq 0$ ) график функции  $R(r)$  изображен на фиг. 3, а графики функций  $-10^6 R_1(r)$  и  $10^6 R_2(r)$  — на фиг. 4 (кривые 1, 2 соответственно). На фиг. 5 построены изолинии  $10^6 \psi(r, \theta)$  также в верхней полуплоскости ( $\alpha = \text{const}$ ).

В этой задаче, как и в [6], условие  $Re \ll 1$  при  $\delta \ll 1$  эквивалентно условию малости магнитного поля  $B_0 = m_0/a^3$ :

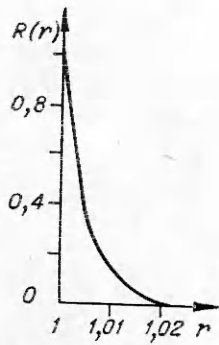
$$\frac{9}{16\pi} \frac{B_0^2 a^2}{\rho v^2} \left( \frac{\delta}{a} \right)^2 \ll 1.$$



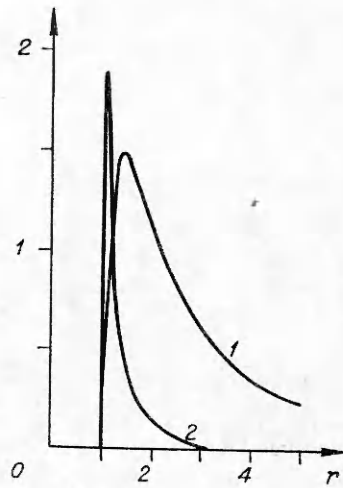
Фиг. 1



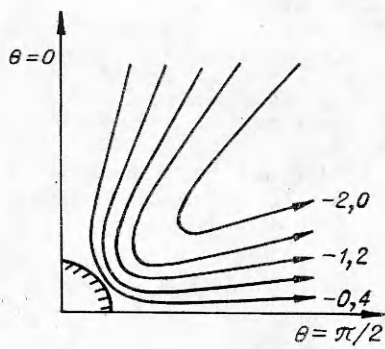
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Автор выражает глубокую благодарность В. И. Яковлеву за постановку задачи и обсуждения, В. И. Хоничеву за обсуждения и Б. Г. Кузнецову за критические замечания.

Поступила 14 XI 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Rubinov S. I., Keller Joseph B. The transvers force on a spinning sphere moving in a viscous fluid.— J. Fluid Mech., 1961, vol. 11, pt 3.
2. Ranger K. B. Slow viscous flow past a rotating sphere.— Proc. of the Cambridge Phil. Soc. (math. and phys. sciences), 1971, vol. 69, pt 2.
3. Sastry V. U. K., Rama Rao K. V. Hydromagnetic Stokes flow past a rotating sphere.— J. Fluid Mech., 1978, vol. 88, pt 4.
4. Антимиров М. Я. Точное решение задачи о стационарном МГД-течении при медленном вращении шара.— МГ, 1979, № 1.
5. Яковлев В. И. Вихревые течения в несжимаемой проводящей жидкости, возникающие под действием переменного электромагнитного поля.— ПМТФ, 1976, № 5.
6. Хоничев В. И., Яковлев В. И. Движение шара в безграничной проводящей жидкости, вызванное переменным магнитным диполем, расположенным внутри шара.— ПМТФ, 1978, № 6.
7. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматгиз, 1963.

УДК 621.37.373

### ВЫСОКОИНДУКТИВНЫЕ ВЗРЫВОМАГНИТНЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ С БОЛЬШИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ УСИЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ

В. А. Демидов, Е. И. Жаринов, С. А. Казаков, В. К. Чернышев  
(Москва)

Спиральные взрывомагнитные генераторы (ВМГ) являются источниками мощных импульсов электромагнитной энергии [1—3]. Одной из важнейших характеристик, определяющих практическую реализацию спиралей, является величина коэффициента усиления энергии ( $K_E$ ). От усилительных способностей ВМГ непосредственно зависят размеры источника первичной энергии. Поскольку удельная энергия, обеспечиваемая взрывными генераторами тока, примерно на три порядка выше удельной энергии конденсаторных устройств, применяемых обычно для запитки ВМГ, то объем источника начальной энергии приближается к объему ВМГ только в случае, если коэффициент усиления энергии генератора достигает величины  $\sim 10^3$ .

Существуют две возможности повышения  $K_E$  взрывомагнитных устройств. Одна из них заключается в создании каскадных систем, представляющих собой несколько ВМГ, соединенных с помощью узлов связи (воздушных трансформаторов) и работающих последовательно друг на друга [1, 4]. В этом случае коэффициент усиления энергии всей системы равен произведению  $K_E$  каждого ВМГ и может достигать сколько угодно больших значений. Однако каскадные генераторы являются сложными и дорогими устройствами. Кроме того, наличие узлов связи значительно увеличивает габариты и вес системы (например, размеры воздушного трансформатора сравнимы с размерами самого ВМГ). Другая возможность получения высоких значений  $K_E$  состоит в увеличении отношения  $\lambda = L_0/L_f$  (здесь  $L_0$  — начальная индуктивность ВМГ,  $L_f$  — индуктивность нагрузки) за счет повышения  $L_0$ . Конструкция генератора при этом практически не усложняется. Именно спиралам с большой начальной индуктивностью посвящена данная работа.

1. Электрические поля при работе высокоиндуктивных спиралей. Как известно, вследствие высокой скорости нарастания магнитного поля при быстром сжатии магнитного потока в объеме генераторов развиваются электрические поля, способные привести к возникновению пробоев и