

# Энергетические световые структуры при филаментации фемтосекундного лазерного излучения в воздухе

К 50-летию первой публикации о самофокусировке света

А.А. Землянов, А.Д. Булыгин, Ю.Э. Гейнц\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 27.11.2012 г.

Изучен класс энергетических световых структур в физике нелинейных волн – дифракционно-лучевые трубки в самофокусирующей диссипативной среде. Показано, что их взаимодействие вдоль дистанции распространения мощного фемтосекундного лазерного излучения формирует устойчивые по физическим характеристикам области локализации световой энергии – филамент и постфиламентационный световой канал, а также энергетически консервативную периферию. Стабилизация границ филамента и канала обеспечивается дополнительным, имеющим дифракционную природу, поджатием со стороны периферии. С использованием данной концепции объяснены зависимости длины филаментации лазерного импульса от мощности и радиуса пучка, факт сохранения высокой интенсивности в постфиламентационном световом канале.

*Ключевые слова:* самофокусировка, филаментация, рефокусировка, дифракционно-лучевая трубка; self-focusing, filamentation, refocusing, diffraction-beam tube.

## Введение

Явление самофокусировки света, предсказанное в [1], в настоящее время – один из важных разделов физики нелинейных волн [2]. Проблема самофокусировки света имеет полувековую историю, которая далека до завершения [3]. Исследования самофокусировки будут продолжаться в связи с практической потребностью использования новых поколений мощных фемтосекундных лазеров в науке и технологиях. Это утверждение относится и к научным разработкам в области атмосферной оптики [4, 7, 9, 11].

В большинстве практически важных случаев самофокусировка приводит к филаментации лазерного пучка, т.е. к расслоению его на отдельные световые структуры. Филаментация впервые экспериментально наблюдалась в [5] при фокусировке лазерного импульса в жидкости, являющейся оптически нелинейной средой, и состояла в том, что из фокальной области вдоль дистанции распространения вытягивалась узкая светящаяся нить – так называемый филамент, с квазипостоянным по трассе радиусом.

Экспериментальные исследования филаментации мощного фемтосекундного лазерного излучения (МФЛИ) в воздухе и жидкостях с оптической нелинейностью керровского типа установили, что дан-

ный эффект сопровождается активной фотоионизацией среды с образованием лазерной плазмы [6, 7] в форме дискретных по трассе сгустков или же сплошной колонки. В воздухе после окончания филаментации регистрируются слабо расходящиеся локализованные световые каналы. В частности, на атмосферной трассе они наблюдались на расстояниях свыше 2 км [8]. Это свидетельствует, с одной стороны, о наличии определенной взаимосвязи между указанными каналами и филаментами в пучке, а с другой – о том, что каналированное состояние излучения может реализоваться и в режиме «бесплазменного» распространения [8, 9].

Качественную картину формирования протяженных филаментов описывает обобщенная модель движущихся нелинейных фокусов [4, 11], дополненная моделью энергетического резервуара [4, 12]. Полагается, что энергетический резервуар представляет собой внешнюю по отношению к филаменту часть пучка, которая восполняет энергетические потери в области филамента. Данные модели не несут в себе количественной составляющей, что не позволяет осуществлять прогноз распространения МФЛИ в режиме филаментации.

Создание количественных моделей в теории самофокусировки востребовано практикой изучения распространения мощных фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе в лабораторных и природных условиях, что указывает на актуальность таких исследований.

Одной из центральных задач самофокусировки света является задача об одиночной филаментации

\* Александр Анатольевич Землянов (zaa@iao.ru); Андрей Дмитриевич Булыгин (b.a.d@iao.ru); Юрий Эльмарович Гейнц (ygeints@iao.ru).

[4, 10]. Созданию ее новой концепции и будет уделено основное внимание в настоящей статье.

Известно, что распределение интенсивности по поперечным координатам в области филамента напоминает структуру пространственного солитона [9]. Однако применить к описанию эволюции светового поля внутри филамента теорию солитонов [13], как будет показано ниже, в строгом смысле невозможно. Это свидетельствует о том, что световые поля в области филамента образуют отдельный специфический класс световых структур, что проявляется не только в их морфологии, но и при их взаимодействиях.

подавляющее большинство экспериментальных исследований физики филаментации ведется на основе анализа регистрации энергетических величин, таких как плотности энергии светового поля, электропроводности, плотности энергии свечения лазерной плазмы, акустического отклика среды. Поэтому целесообразно при теоретическом исследовании филаментации излучения выбирать представление результатов также в виде энергетических величин. Одним из примеров такого энергетического анализа проблемы является метод эффективных усредненных характеристик лазерного излучения, использованный в [4, 9].

В работе [14] для изучения филаментации ультракороткого лазерного импульса была разработана методология усредненных по времени дифракционных лучей. Это позволило лучше понять физические механизмы, определяющие формирование филамента, прежде всего роль дифракции, а также определить границы применимости известных приближений для исследования такого рода задач [15, 16]. Дифракционный луч, согласно своему определению [17, 18], представляет собой траекторию, касательная к которой в каждой точке оптической трассы совпадает с нормированным на интенсивность волны вектором Умова–Пойнтинга.

Логическим развитием этой методологии для анализа энергетических характеристик светового поля в пучке является подход на основе построения дифракционно-лучевых трубок. Он был впервые предложен в работе [18], но до настоящего времени остался практически не реализованным. В геометрическом приближении аналогичный подход широко используется при расчетах энергетических характеристик световых полей [17]. Дифракционно-лучевые трубки состоят из дифракционных лучей, каждый из которых подчиняется уравнению Ньютона. Это позволяет интерпретировать физику процесса филаментации в терминах классической механики [13] или гидродинамики, используя такие понятия, как сила и потенциал, применять понятия теории нелинейной динамики [19]. При использовании энергетического подхода данные уравнения подвергаются усреднению по времени.

Уравнения для усредненных дифракционных лучей являются незамкнутыми в нелинейной диссипативной среде и могут быть решены только при использовании информации из численного решения

задачи о филаментации лазерного импульса (Приложение 1). На основе анализа поведения дифракционных лучей формируется представление о характерных лучевых трубках, обладающих определенным энергетическим свойством.

В развиваемой в настоящей работе концепции самофокусировки света в воздухе основное внимание будет уделено характеру взаимодействия этих энергетических структур. Нами будет показано, что итогом такого взаимодействия является формирование устойчивых по физическим характеристикам областей локализации световой энергии: филамента и постфиламентационного светового канала, а также энергетически консервативной периферии. Установление вида функциональной зависимости геометрических характеристик этих областей от начальных мощности и размера лазерного пучка является одной из центральных задач настоящей статьи. Также в статье будет проведено анализ установленной картины самофокусировки света в сопоставлении с созданными к настоящему времени ее концепциями и моделями.

## Интегральный метод построения дифракционно-лучевых трубок

Для того чтобы проанализировать формирование филамента и энергетической структуры пучка при самофокусировке лазерного импульса, рассмотрим эволюцию дифракционно-лучевых трубок. В соответствии с определением (Приложение 2) данные пространственные структуры полностью характеризуются условием сохранения энергии вдоль усредненных дифракционных лучей. В цилиндрической системе координат с аксиальной симметрией  $(r, \Psi, z)$  закон сохранения энергии  $W_i$  для  $i$ -й лучевой трубки, вложенной в  $(i+1)$ -ю трубку (порядковый счет идет от оси пучка) и ограниченной  $i$ -м дифракционным лучом  $r_i(z)$ , после нормировки на свое начальное значение  $W_i^0 \equiv W_i|_{z=0}$  примет вид

$$\frac{1}{W_i(0)} \frac{d}{dz} W_i = - \int_0^{r_i(z)} r dr \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{NL} Idt / \int_0^{r_i(z)} r dr \int_{-\infty}^{\infty} Idt. \quad (1)$$

На данное выражение можно смотреть как на интегральное соотношение, определяющее координаты граничного дифракционного луча  $r_i(z)$ . Действительно, в консервативном случае ( $\alpha_{NL} = 0$ ) значение  $r_i$  в каждой точке оптической трассы  $z$  находится путем итеративного подбора предела интегрирования плотности световой энергии по радиальной координате до тех пор, пока интеграл не будет равен заданному уровню  $W_i$ .

Обобщение на неконсервативный случай ( $\alpha_{NL} \neq 0$ ) предполагает некоторое усложнение данной процедуры. В этом случае на каждом шаге  $dz$  необходимо учитывать профиль нелинейного коэффициента поглощения, согласно которому изменяется и начальное значение энергии в дифракционных лучевых трубках  $W_i(z + dz)$ .

## Энергетические световые структуры

В данном разделе с использованием результатов численного решения нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) (см. Приложение 1), описывающего распространение фемтосекундного лазерного излучения в воздухе как в керровско-плазменной среде, построены усредненные дифракционно-лучевые трубки. На их основе проанализированы энергетические световые структуры в самофокусирующей диссипативной среде и выявлена их роль в формировании филамента и постфиламентационного светового канала.

Задача самофокусировки МФЛИ была численно решена для случая распространения излучения титан-сапфирового лазера с длительностью импульса  $t_p = 100$  фс и различными значениями радиуса  $R_0$  (гауссова по поперечному профилю интенсивности в пространстве и времени). Начальная пиковая мощность лазерного импульса  $P_0$  изменялась от  $2P_c$  до  $10P_c$  (критическая мощность самофокусировки в воздухе  $P_c = 3,2$  ГВт), а несущая длина волны в вакууме  $\lambda_0$  была равной 800 нм.

На рис. 1 на примере пучка  $R_0 = 0,25$  мм проиллюстрированы зависимости значения коэффициента передачи энергии

$$T_i(r_i, z) = \exp\left\{-\int_0^z \alpha_{NL}[r_i(s)] ds\right\}$$

в кольцевых лучевых трубках после окончания филаментации от радиальной координаты ограничивающих их лучей.

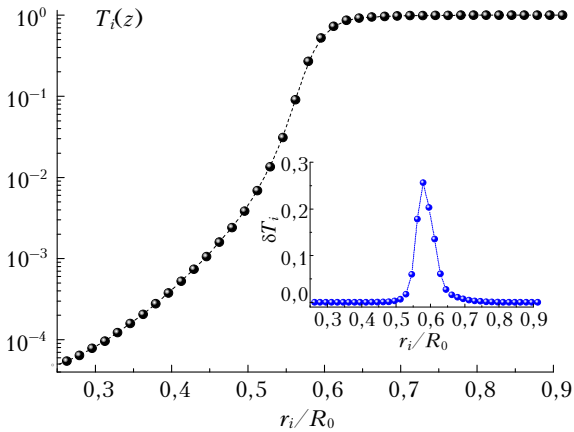


Рис. 1. Коэффициент передачи энергии лучевых трубок  $T_i$  на дистанции  $z/L_R = 3$  при филаментации для лазерного пучка  $R_0 = 0,25$  мм и  $P_0 = 7P_c$  в зависимости от радиальной координаты дифракционного луча  $r_i$

На фрагменте показан ход дифференциального коэффициента передачи энергии  $\delta T_i(z) = (W_i - W_{i-1}) / (W_i(0) - W_{i-1}(0))$ , отражающего степень изменения энергии соседних трубок, ограниченных дифракционными лучами с координатами  $r_i(z)$  и  $r_{i-1}(z)$ . Видно, что с энергетической точки зрения можно

выделить два класса лучевых трубок, в одном из них энергия сохраняется, в другом уменьшается.

Из рис. 1 видно, что существуют дифракционно-лучевые трубки с начальными координатами  $r_i \leq 0,5R_0$ , для которых коэффициент передачи энергии  $T_i$ , а также  $\delta T_i$  близки к нулю. Это означает, что данные трубки находятся в зоне максимального поглощения. Поглощение связано с формированием плазмы в области высокой интенсивности пучка, т.е. с наличием филамента.

При  $r_i \approx 0,61R_0$  изменение световой энергии в кольцевой трубке при распространении излучения становится менее 10%, что соответствует значению  $\delta T_i = 0,9$ . Именно граница этой кольцевой дифракционной лучевой трубки выбиралась нами в качестве кривой на поверхности, отделяющей внешнюю лучевую трубку от внутренней лучевой трубки, участвовавшей в энергопополнении области филаментации на всей трассе распространения. Такую внешнюю лучевую трубку, которая сохраняет энергию вдоль всей трассы распространения, будем называть энергетически консервативной периферией, соответственно внешнюю лучевую трубку, которая сохраняет энергию лишь до некоторой дистанции распространения, будем называть периферией.

На рис. 2 представлен ход усредненных дифракционных лучей, ограничивающих соответствующие лучевые трубки вдоль нормированной на длину Рэлея  $L_R = k_0 R_0^2 / 2$ , где  $k_0 = 2\pi n_0 / \lambda_0$  – волновое число в воздухе.

В расчетах границы филамента устанавливались по заданному уровню пиковой плотности свободных электронов  $\rho_e \geq 10^{20} \text{ м}^{-3}$  [4, 9]. Область филаментации характеризуется слабо изменяющейся по трассе пиковой интенсивностью излучения и максимальной мощностью светового поля порядка критической [4, 7], причем плотность энергии в нем может пульсировать, возрастая и снижаясь в зависимости от мощности и радиуса филамента [20].

Проанализируем структуру дифракционно-лучевой трубки для относительно широкого пучка (рис. 2, а). Световая энергия поступает в филамент в основном из небольшой приосевой области – лучевой трубки, составляющей в радиусе не более 400 мкм (энергия в ней в этом случае составляет примерно 22% от общей энергии пучка), граница которой выделена жирной кривой. Это обстоятельство подчеркивает тот факт, что энергия на филаментацию расходуется не из всего пучка, а лишь из его некоторой области – пополюющей дифракционно-лучевой трубки, определенной для каждой точки дистанции распространения излучения (см. рис. 1 и 2).

Из вышесказанного следует, что при самофокусировке достаточно широкого лазерного пучка ( $R_0 \geq 1$  мм) происходит его расслоение на сходящуюся – приосевую структуру и расходящуюся – периферийную часть. Важный момент заключается в том, что эти структуры не являются независимыми, а взаимодействуют друг с другом вследствие дифракционных эффектов в керровской среде.

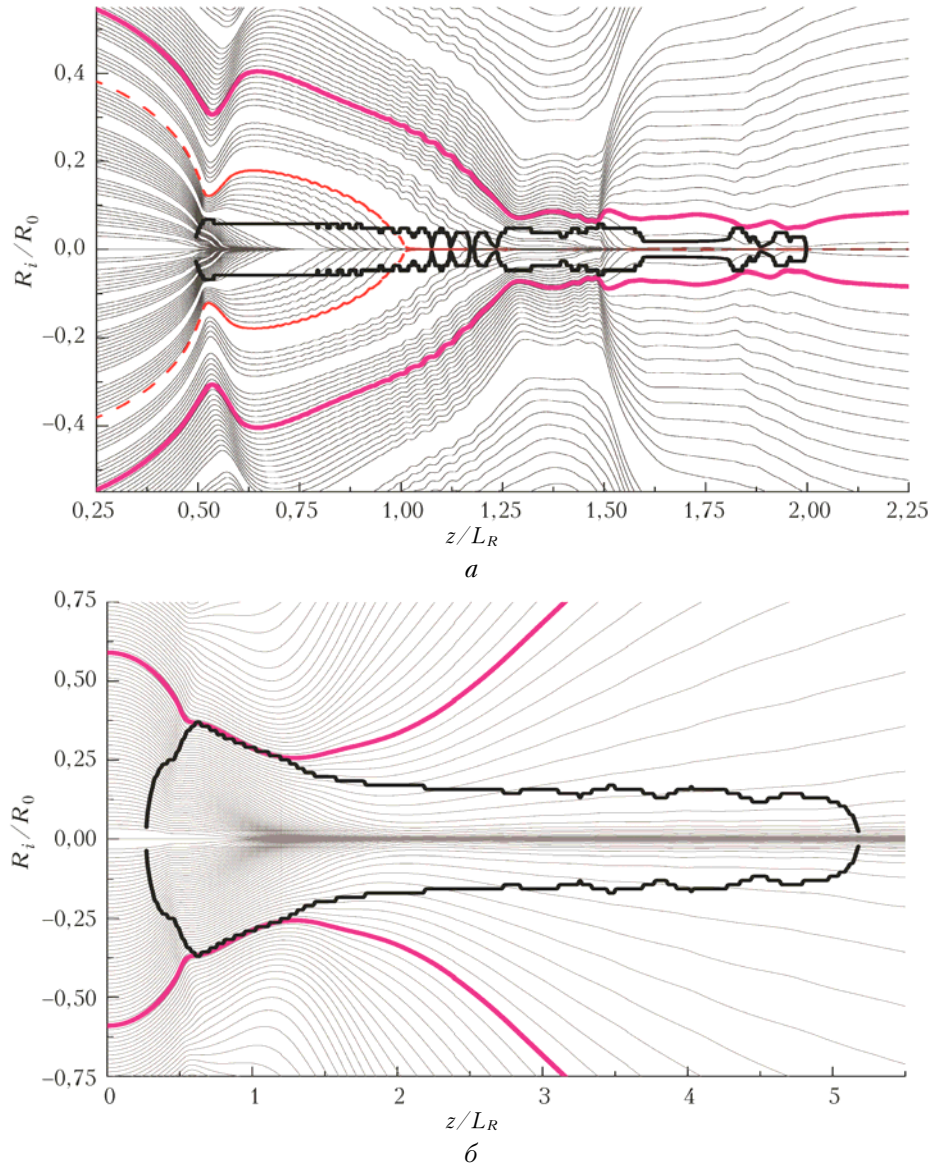


Рис. 2. Зависимости границ лучевых трубок от дистанции распространения, нормированной на длину Рэлея, обозначены тонкими серыми линиями; границы филамента обозначены черной кривой; толстой серой кривой обозначены границы пополюющей дифракционно-лучевой трубки на дистанции  $z = 1$ :  $a$  – при  $R_0 = 1$  мм и  $b$  – при  $R_0 = 0,25$  мм;  $P_0 = 7P_c$

Поперечный размер пополюющей дифракционно-лучевой трубки в каждой точке дистанции  $z$  зависит от начального радиуса пучка, его пиковой мощности и дистанции распространения. Указанная трубка включает в себя множество других трубок, каждая из которых обеспечивает существование филамента на предыдущих участках дистанции распространения. Таким образом, область филамента состоит из множества участков лучевых трубок, каждая из которых отдает ему долю энергии на определенном участке трассы, при этом сжимаясь. Следует отметить, что размер области пространства, о котором имеет смысл говорить, когда речь идет о минимальных масштабах сжатий, составляет масштаб длины волны излучения. Таким образом, филаменту в общем случае невозможно сопоставить какую-либо одну лучевую трубку. По-

этому он не может быть описан моделью светового солитона, являющегося локализованной волновой структурой [13]. Исключение может составлять только некоторая область филаментации, вдоль которой границы лучевой трубки, ограничивающие филамент, квазипараллельны (рис. 2,  $b$ , дистанция от  $1,25L_R$  до  $2L_R$ ), что является характерной чертой солитонного решения.

В дальнейшем эволюция пополюющей дифракционно-лучевой трубки продолжается в виде слабо расходящегося светового канала с повышенной плотностью энергии. Периферия светового пучка напрямую не участвует в энергообмене с филаментом (сравнение с [21, 22]), ее роль важна в поддержании низкой, по сравнению со всем пучком, расходимости пополюющей дифракционно-лучевой трубки. Ниже будет показано, что это обеспечивается

совместным действием фокусирующих сил керровской нелинейности внутри трубки и сил дифракции на ее поверхности, дополнительно поджигающей трубку к оси пучка. В случае ослабления такого поджигания пополняющая дифракционно-лучевая трубка начинает эволюционировать по законам дифракции в керровской среде, т.е. с угловой расходимостью, меньшей дифракционной светового пучка радиусом, равным радиусу трубки. Это приводит к падению средней плотности энергии внутри трубки и, соответственно, к падению интенсивности, а как итог — к прекращению плазмообразования. На этой финальной стадии филаментации лазерного излучения можно выделить максимальную в поперечном размере и по дистанции распространения пополняющую дифракционно-лучевую трубку.

Представленная выше дифракционно-лучевая визуализация филаментации излучения позволяет предложить еще одну физическую интерпретацию данного явления. Действительно, на рис. 2 видно множество точек поворота дифракционных лучей, что соответствует их сгущению в некоторых пространственных областях. В геометрической оптике эти зоны соответствуют пересечению первоначально параллельных геометрооптических лучей и поэтому могут быть интерпретированы с точки зрения теории катастроф как *каустически поверхности* типа волноводных каустик [23], от которых происходит отражение лучей.

Для более узкого пучка  $R_0 = 0,25$  мкм из хода дифракционно-лучевых трубок (см. рис. 2, б) следует, что в филамент (область, ограниченная черным контуром) сразу поступает избыточная для филаментации энергия. Эта порция энергии в процессе филаментации частично «сгорает» в плазменной области и частично выводится наружу за счет сил дифракции и рефракционной дефокусировки через границы филамента [14]. В этом случае роль пополняющей дифракционно-лучевой трубки как источника энергии для филамента реализуется лишь на начальном этапе филаментации (лучи входят через контур лишь на начальном этапе). Очевидно, что при увеличении радиуса пучка и условии постоянства начальной мощности область, составляющая энергетическое окружение филамента, будет возрастать.

Особенности поведения максимальной вдоль всей трассы распространения энергетически пополняющей дифракционно-лучевой трубки при филаментации узких и широких пучков позволяют говорить о двух режимах филаментации. Так, для узкого пучка перетяжка (координата минимума поперечного сечения) максимальной вдоль всей трассы распространения пополняющей дифракционно-лучевой трубки реализуется в точке образования филамента, в то время как в широком пучке — в точке завершения филаментации. Очевидно, что в промежуточном случае ( $0,25 < R_0 < 1$  мм) перетяжка энергетически максимальной вдоль всей трассы распространения пополняющей дифракционно-лучевой трубки будет находиться в средней

области между начальной и финишной координатами филаментации.

В заключение дадим определение энергетического резервуара, фигурирующего в моделях филаментации [4, 21, 22]. Энергетический резервуар на некоторой дистанции распространения — это энергетически пополняющая филамент дифракционно-лучевая трубка, являющаяся внешней по отношению к филаменту частью светового пучка, из которой в филамент поступает энергия.

## Физические механизмы формирования филаментации

Явление филаментации для относительно широких пучков ( $R_0 \geq 1$  мм) характеризуется появлением фокусов в плотности энергии светового поля на оси пучка вдоль дистанции распространения. На языке дифракционных лучевых трубок нелинейные фокусы соответствуют точкам минимума их сечения. С увеличением начального радиуса пучка, как видно из рис. 2, а, увеличивается и угол входа дифракционных лучей в нелинейный фокус. При этом возникают более высокие значения «сил» дефокусировки, складывающиеся из «сил» дифракции, плазменной рефракции [см. формулы (П.2.4), (П.2.5)]. Совокупное действие этих «сил» разворачивает дифракционные лучи и направляет их обратно от оси пучка, что соответственно дает и более крутой выход лучей из нелинейного фокуса. Резкое падение интенсивности поля при этом может привести к прекращению плазмообразования в зоне филамента.

В дальнейшем, совместное действие «сил» керровской самофокусировки и дифракции может вновь направить дифракционно-лучевую трубку к оси пучка и сформировать новый нелинейный фокус (см. рис. 2, а). С ростом размера светового пучка дистанция между последовательными нелинейными фокусами увеличивается, соответственно и филамент становится более дискретным по трассе. Так, из анализа рис. 2 следует, что первый нелинейный фокус у двух рассмотренных пучков формируется при  $z \approx 0,5L_R$ , в то время как второй фокус для пучка  $R_0 = 1$  мм возникает в окрестности  $z \approx 1,3L_R$ , а в пучке  $R_0 = 0,25$  мм он не формируется вообще. Это соответствует результатам численных расчетов [20], согласно которым в узком пучке филамент можно считать фактически непрерывным и связным, а в широком — состоящим из отдельных плазменных сгустков.

Рассматривая роль различных физических механизмов, или «сил», участвующих в процессе останковки поперечного коллапса пучка в нелинейных фокусах и формирования филамента, стоит отметить, что утверждение о превалировании плазменной дефокусировки над другими блокирующими керровскую самофокусировку «силами» (дифракция, диссипативные «силы»), как это было отмечено в [14], далеко не всегда справедливо.

Наши исследования показали, что в рамках принятой физической модели процесса распростра-

нения МФЛИ в воздухе, описываемой системой уравнений (П.1.1), (П.1.2), отличие между  $\langle \mathbf{f} \rangle$  и  $\bar{\mathbf{f}}$  (см. Приложение 2) для рассмотренного в статье конкретного случая распространения МФЛИ в воздухе крайне незначительно. То есть траектории лучей, построенные по силам  $\langle \mathbf{f} \rangle$  и  $\bar{\mathbf{f}}$ , а также с учетом сил трения или без их учета, визуально практически не отличаются. В плане интегрального действия соотношение усредненных «сил» дифракции и плазменной дефокусировки всегда будет на стороне первой из них. Другими словами, если ввести в рассмотрение интегральный параметр

$$\xi = \left[ \int_0^{L_f} \int_0^{r_f(z)} \langle f_{pl} \rangle r dr dz \right]^{-1} \int_0^{L_f} \int_0^{r_f(z)} \langle f_d \rangle r dr dz,$$

где  $L_f$  и  $r_f$  — длина и радиус филамента, то оказывается, что  $\xi \approx 3$  вне зависимости от начального размера пучка.

Анализ длины филаментации, т.е. общей протяженности существования филамента при различных значениях начальных радиуса пучка  $R_0$  и мощности  $P_0$ , показал, что с увеличением данного параметра (для  $P_0 = 6-10 P_c$ ) длина филаментации возрастает (рис. 3).

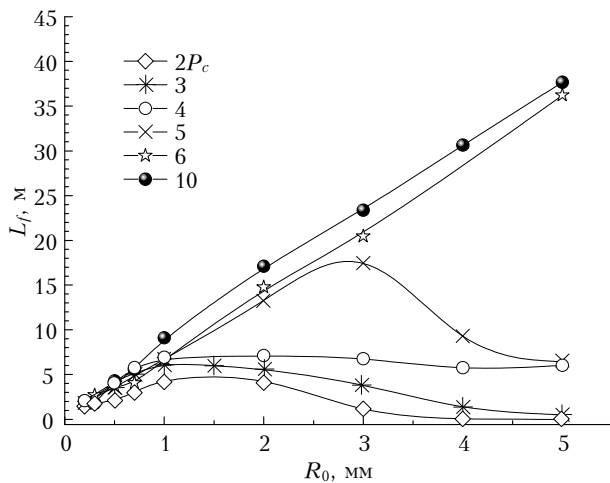


Рис. 3. Зависимость длины филаментации от начального радиуса пучка при различных значениях начальной мощности

Такая же зависимость реализуется и для относительно небольших начальных значений мощности и начального радиуса ( $R_0 \leq 3$  мм). Причина роста длины филаментации заключается в том, что при увеличении радиуса происходит увеличение угла входа лучей в нелинейный фокус и соответственно увеличивается угол их выхода из фокуса, а это, в свою очередь, приводит к увеличению эффекта дискретизации и удалению областей с максимальной плотностью плазмы друг от друга. При этом увеличение расстояния между положениями областей с максимальной плотностью плазмы не происходит монотонно с увеличением радиуса пучка и по

достижении определенных дистанций распространения последняя фокусировка уже не реализуется и филамент с некоторого значения радиуса становится короче.

Стоит отметить, что учет насыщения керровской нелинейности искажает описанный выше сценарий в сторону уменьшения крутизны входа лучей в нелинейный фокус и это приводит к снижению уровня максимального значения концентрации свободных электронов и, как следствие, длины филаментации [21].

### Эффект «рефокусировки» при филаментации фемтосекундного лазерного излучения

Вначале рассмотрим на языке дифракционных лучевых трубок эффект рефокусировки МФЛИ на примере предварительно остро сфокусированного излучения сверхкритической мощности. Далее обобщим результаты для случая коллимированного пучка. На рис. 4, а представлена эволюция вдоль

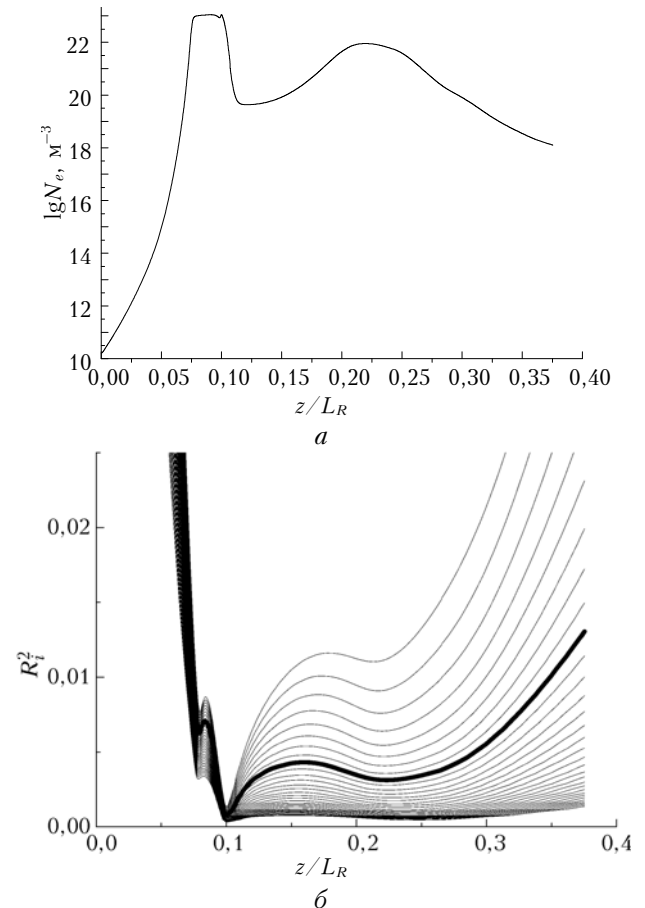


Рис. 4. Концентрация свободных электронов на оси лазерного пучка (а) и ход эффективных радиусов (нормированных на радиус всего пучка) дифракционно-лучевых трубок (б) вдоль дистанции распространения излучения с начальной пиковой мощностью  $10P_c$  и радиусом  $R_0 = 1$  мм. Жирной линией выделен эффективный радиус дифракционного луча, соответствующий границам поперечной дифракционно-лучевой трубки

дистанции распространения пиковой концентрации свободных электронов для случая фокусировки лазерного излучения параболической линзой с фокусным расстоянием  $F$ , равным одной десятой длины Рэлея.

Как видно, при фокусировке пучка плотность электронов на оптической оси сначала нарастает до уровня, характерного для филамента  $\rho_e > 10^{20} \text{ м}^{-3}$ , затем после прохождения линейной фокальной перетяжки падает ниже этого значения и позже вновь восстанавливается почти до предельной величины. Это указывает на то, что филамент может протянуться за фокус линейной линзы [24], а световой пучок рефокусироваться.

С точки зрения эволюции дифракционных лучей эффекту рефокусировки после прохождения излучением линейного фокуса при  $z \approx F$  соответствует повторное сжатие приосевых лучей. Отметим, что интерпретация данного эффекта зачастую дается в рамках обобщенной модели движущихся нелинейных фокусов [4], данный эффект (рефокусировки) интерпретируют как специфическое проявление нестационарности. На самом деле он в той же мере присущ и стационарной модели. В качестве примера на рис. 5 приведены результаты расчета интенсивности на оси пучка, полученные в рамках данной стационарной модели, в которой механизм остановки коллапса обеспечивается многофотонным поглощением (МФП). С целью упрощения дальнейшего анализа для выявления физического механизма рефокусировки перейдем к рассмотрению стационарной модели самофокусировки пучка.

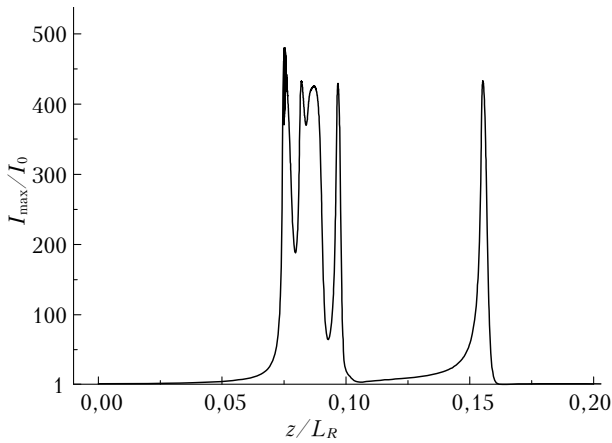


Рис. 5. Значение нормированной (на начальное значение) интенсивности светового поля на оси пучка  $R_0 = 2 \text{ мм}$ ,  $P_0 = 10P_c$ ,  $F = 0,1L_R$  вдоль дистанции распространения в рамках стационарной модели

Рассмотрим модельную среду с нелинейностью чисто керрровского типа, что достаточно хорошо отражает реальную ситуацию распространения излучения в воздухе вне филамента, когда эффектами плазмообразования и МФП можно пренебречь. В этом случае для квадрата эффективного радиуса произвольной дифракционно-лучевой трубки, ограниченной дифракционным лучом  $r_i(z)$ :  $R_i^2(z) =$

$$= \left[ \int_0^{r_i(z)} I dr_{\perp}^2 \right]^{-1} \int_0^{r_i(z)} I r^2 dr_{\perp}^2, \text{ на основе стационарного}$$

НУШ в керрровской среде (Приложение 3)

$$\frac{d^2}{dz^2} R_i^2 = 2H_i^e / P_i \equiv 4\pi r_i^2 (h_{ker} - h_{diff}) \Big|_{r=r_i} / P_i + 2H_i / P_i. \quad (2)$$

Заметим, что из данного соотношения, в частности, следует хорошо известное уравнение для эффективного радиуса всего пучка [4] ( $r_i \rightarrow \infty$ ), на основании которого может быть установлен критерий глобального «коллапса» светового пучка.

В частности, структура правой части (2) указывает на то, что периферия пучка воздействует на пополюющую дифракционно-лучевую трубку путем ее «поджатия» за счет граничного слагаемого ( $2\pi h_{diff} r^2|_{r_i}$ ) и тем самым обеспечивает рост интенсивности в лучевой трубке, что необходимо для поддержания филаментации. Соответственно физическая причина прекращения филаментации, обусловленной воздействием со стороны периферии, связана с уменьшением по модулю величины ( $2\pi h_{diff} r^2|_{r_i}$ ), так как в уравнении (2) это единственное слагаемое, которое может обеспечить эффект сжатия энергетически пополюющей дифракционно-лучевой трубки со стороны периферии. Данное обстоятельство объясняет известный эффект прекращения филаментации при искусственном обрезании периферии пучка, например с помощью апертурной диафрагмы [21, 22]. Действительно, в этом случае в соответствии с (2) на границах трубки исчезает удерживающее ее дифракционное слагаемое. Отметим также, что удерживающая роль данного дифракционного слагаемого, имея универсальный характер, в линейной оптике проявляется для бесселевых пучков точно так же, как и в рассматриваемом нами случае.

Кроме того, проведенное описание филаментации в терминах дифракционно-лучевых трубок проясняет физический смысл эволюции эффективного радиуса пучка, так как, в частности, позволяет выявить влияние периферии пучка на процесс рефокусировки. В ряде работ (см., например, [4, 25]) было установлено, что при самофокусировке идеального гауссова пучка после глобального нелинейного фокуса происходит его монотонное возрастание вдоль дистанции распространения независимо от того, продолжается или нет филаментация на оси. Из рис. 2 видно, что подобным образом ведут себя дифракционно-лучевые трубки, расположенные на периферии пучка. Откуда можно заключить, что эффективный радиус пучка характеризует поведение его энергетической периферии, при этом прекращению филаментации, обусловленному уменьшением удерживающего слагаемого в (2), и соответствует расплывание периферийных областей пучка.

Подчеркнем, что филаментация прекращается много раньше, чем истощается энергия лазерного импульса [4, 26], и, главным образом, из-за того, что при филаментации происходит приращение дифракционной расходимости пучка (в нестационарном случае сюда добавляется временное дробление импульса за счет дисперсии). Все это ведет к расплыванию энергетической периферии пучка и, соответственно, к уменьшению ее сдерживающей роли.

Перейдем непосредственно к условиям рефокусировки пучка. Для этого рассмотрим пополняющую дифракционно-лучевую трубку, формирующуюся после первого фокуса. Как видно из рис. 4, траектории эффективных радиусов лучевых трубок в области  $z/L_R = 0,1 \div 0,2$  имеют вид, близкий к параболе, т.е. в этой области можно для оценок полагать, что гамильтониан трубки  $H_i^e \approx \text{const}$ .

В свою очередь, величина  $H_i^e$  полностью определяется начальными параметрами светового пучка, например для пучка гауссова типа это параметры:  $R_0$ ,  $v \equiv (1/\bar{F})^2$  и  $\eta = \eta^* - 1$ , где  $\eta = P_0/P_c$ ,  $\bar{F} \equiv F/L_R$ . Если мы линеаризуем гамильтониан пополняющей дифракционно-лучевой трубки (сразу после прохождения линейного фокуса) по этим параметрам возле точки ( $v = v_1$ ,  $R_0 = \bar{R}_0$ ,  $\eta^* = 0$ ), то получим

$$H_i^e(v, \bar{R}_0, \eta^*) \approx \alpha(v - v_1) + \gamma(\bar{R}_0 - 1) - \beta\eta^* + C_0, \quad (3)$$

где

$$\bar{R}_0 \equiv \frac{R_0}{\bar{R}_0}; \quad \alpha = \left. \frac{\partial H_i^e}{\partial v} \right|_{v=v_1; \bar{R}_0=1}; \quad \beta = - \left. \frac{\partial H_i^e}{\partial \eta^*} \right|_{v=v_1; \bar{R}_0=1};$$

$$C_0 = H_i^e \Big|_{v=v_1; \bar{R}_0=1}; \quad \gamma = \left. \frac{\partial H_i^e}{\partial \bar{R}_0} \right|_{v=v_1; \bar{R}_0=1}.$$

Тогда достаточное условие повторной филаментации после линейного фокуса пучка

$$H_i^e < 0,$$

из которого, в частности, при  $\bar{R}_0 = 1$  следует

$$\alpha v + (C_0 - v_1 \alpha) < \beta \eta^*. \quad (4)$$

Отсюда для порога внешней фокусировки излучения, превышение которого приводит к рефокусировке пучка, получим следующую оценку:

$$\bar{F} > \sqrt{\alpha_\beta / (\eta^* - C_0^\beta)}, \quad (5)$$

где коэффициент  $\alpha_\beta = \alpha/\beta$ ;  $C_0^\beta \equiv (C_0 - v_1 \alpha)/\beta$ . С учетом выбранной нами нормировки дистанции распространения на длину Рэлея запишем в соответствии с [24], используя линейную расходимость пучка  $\vartheta \equiv 2/\bar{F}$ , соотношение (5) в виде

$$\vartheta < 2\sqrt{(\eta^* - 1 - C_0^\beta)/\alpha_\beta}. \quad (6)$$

Из численного эксперимента для филаментации фемтосекундных импульсов излучения  $R_0 = 1$  мм в работе [24] было определено, что  $\alpha_\beta \approx 1/200$ ,  $C_0^\beta \approx 0$ .

Заметим, что в рамках стационарной модели самофокусировки критерий рефокусировки пучка после первого нелинейного фокуса может быть аналогичным образом введен и для коллимированного излучения. Действительно, в этом случае мы вновь можем выписать разложение (3), однако раскладывая  $H_i^e$  необходимо возле значения  $v = 0$ :

$$H_i^e(\bar{R}_0, \eta^*) \approx \beta^{coll} \eta^* + \gamma^{coll} (\bar{R}_0 - 1) + C_0^{coll},$$

где

$$\beta^{coll} = - \left. \frac{\partial H_i^e}{\partial \eta^*} \right|_{v=0; \bar{R}_0=1}; \quad C_0^{coll} = H_i^e \Big|_{v=0; \bar{R}_0=1};$$

$$\gamma^{coll} = \left. \frac{\partial H_i^e}{\partial \bar{R}_0} \right|_{v=0; \bar{R}_0=1}.$$

Тогда достаточное условие филаментации после первого нелинейного фокуса, выраженное относительно радиуса коллимированного пучка, примет вид

$$(\bar{R}_0 - 1) < \frac{\beta^{coll} \eta^* - C_0^{coll}}{\gamma^{coll}}, \quad \bar{R}_0 > 1. \quad (7)$$

Из численного эксперимента в рамках стационарной модели с многофотонным поглощением было найдено, что  $\beta^{coll}/\gamma^{coll} \approx 2$ ,  $C_0^{coll}/\gamma^{coll} \approx 3$ .

Продолжая обсуждение самовоздействия коллимированных пучков МФЛИ, стоит отметить, что образование характерной кольцевой структуры в профиле интенсивности и плотности энергии светового поля является характерным не только для филаментации [4]. Эти дифракционные кольца обеспечивают совместно с керровской нелинейностью существование и протяженных световых каналов после окончания филаментации.

Данное обстоятельство хорошо иллюстрируется на рис. 6, из которого видно, что выход на закон распространения с постоянной угловой расходимостью эффективного радиуса приосевой лучевой трубки  $\sim \omega(0, z)^{-1/2}$  реализуется на дистанциях порядка длины филаментации. Предварительно этому предшествует поджатие лучевой трубки, механизм которого обсуждался выше при исследовании эффекта рефокусировки.

## Заключение

Для теоретического анализа одиночной филаментации при распространении в воздухе мощных импульсов титан-сапфирового лазера введены в рассмотрение усредненные дифракционно-лучевые трубки. Эти структуры представляют собой самостоятельный класс нелокальных энергетических систем в физике нелинейных волн.



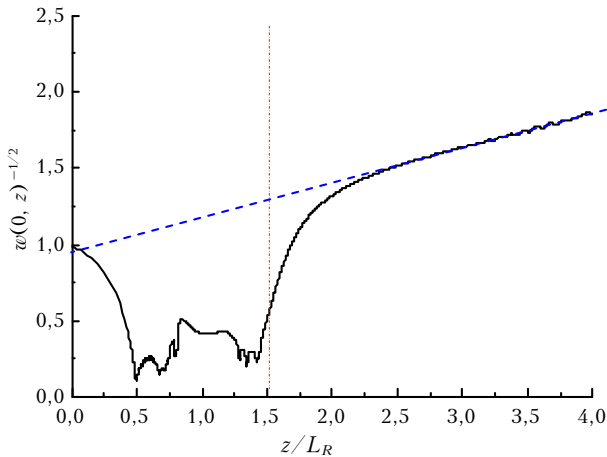


Рис. 6. Зависимость безразмерной обратной величины квадратного корня из плотности энергии светового поля на оси от безразмерной дистанции распространения. Штриховая линия является касательной к сплошной кривой в дальней зоне, вертикальная штрихпунктирная прямая отделяет область филаментации от постфиламентационной области ( $P_0 = 6P_c$ ,  $R_0 = 2$  мм)

На основе анализа эволюции дифракционных лучей установлено, что в световом пучке по дистанции распространения могут быть выделены три вложенные друг в друга пространственные структуры, отличающиеся по своим энергетическим и геометрическим свойствам.

Первая из них — это филамент, который соответствует области диссипации энергии в плазме. Следующая, более широкая пространственная структура — пополюющая дифракционная трубка — энергетический «резервуар», который содержит внутри себя область филаментации. Пополюющая дифракционно-лучевая трубка для практически значимых пучков (т.е. пучков с начальным радиусом не меньше 1 мм) характеризуется рядом свойств. В точке прекращения филаментации радиус пополюющей дифракционно-лучевой трубки сравнивается с радиусом филамента. После окончания филаментации размер указанной трубки начинает расти вследствие дифракции в керровской среде. На данном этапе эволюции пополюющая дифракционно-лучевая трубка представляет собой световой канал с постоянной энергией. Угловая расходимость этого канала ниже средней по пучку, а средняя плотность энергии значительно выше соответствующей величины для всего пучка.

Последнюю пространственную структуру составляет консервативная энергетическая периферия пучка, энергия которой сохраняется вдоль всей трассы распространения. Эта область является внешней по отношению к максимальной пополюющей дифракционно-лучевой трубке и простирается вплоть до границы светового пучка. Данная структура дифракционно взаимодействует с максимальной пополюющей дифракционно-лучевой трубкой и обеспечивает поджатие последней к оси пучка, что способствует энергетической подпитке филамента.

Таким образом, в статье разработана новая концепция самофокусировки лазерного пучка в режиме одиночной филаментации. На основании этой концепции можно утверждать, что после образования нелинейного фокуса в пучке происходит его расщепление на два соосных субпучка: один из них — внутренний — сжимается с образованием внутри себя филамента — плазменного канала. Другой — внешний — сначала фокусируется, а затем дефокусируется. Указанные субпучки связаны друг с другом силами дифракционного взаимодействия в самофокусирующей среде.

Данная концепция обобщает в себе основные известные концепции и модели самофокусировки: самофокусировка всего пучка, формирование нелинейного фокуса внутри пучка, вытягивание узкого пучка из нелинейного фокуса, многофокусная самофокусировка, изложения которых даны в [4]. Также концепция не отрицает режима самофокусировки, когда внутри пучка формируется волноводный участок [10].

В рамках данной концепции на основе численного решения НУШ построена количественная модель рефокусировки излучения в керровской среде для исходных фокусированных и коллимированных гауссовых пучков.

Разработанный в статье подход к анализу явления самофокусировки в режиме одиночной филаментации позволяет надеяться на разработку концепции множественной филаментации, что является чрезвычайно важным для задач лазерной физики и оптики атмосферы.

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 12-05-00716.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Нелинейное уравнение Шредингера

Данное уравнение в рамках приближений медленно меняющейся амплитуды светового поля  $E(\mathbf{r}_\perp, \tilde{z}, \tilde{t})$  и параксиального однонаправленного распространения волны при учете оптической керровско-плазменной нелинейности воздуха имеет следующий вид:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2} \nabla_\perp^2 + i \frac{L_d}{L_{ds}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} U(\mathbf{r}_\perp, z; t) - in_{NL} U(\mathbf{r}_\perp, z; t) + \alpha_{NL} U(\mathbf{r}_\perp, z; t) = 0. \quad (\text{П.1.1})$$

Здесь и в дальнейшем используются следующие безразмерные переменные:  $\mathbf{r}_\perp \equiv \tilde{\mathbf{r}}_\perp / R_0$  — поперечная координата, нормированная на начальный радиус пучка  $R_0$ ;  $z \equiv \tilde{z} / L_d$  — дистанция распространения, нормированная на длину дифракции гауссова пучка (равная двум длинам Рэля  $L_d \equiv 2L_R$ );  $t = (\tilde{t} - \tilde{z} / v_g) / t_p$  — время в «сопутствующей» системе координат, нормированное на длительность импульса  $t_p$ ;  $v_g$  — групповая скорость импульса;  $U(\mathbf{r}_\perp, t, z) = E / E_0$  — амплитуда поля, нормированная на максимальное значение  $E_0$ . Остальные обозначения

ния:  $\nabla_{\perp}^2$  – поперечный лапласиан;  $L_{ds} = t_p^2/k''$  – длина дисперсии импульса;  $k''_0 = \partial^2 k/\partial \omega^2$  – дисперсионный коэффициент воздуха;  $n_{NL} = k_0 L_d (\tilde{n}_2 - \tilde{n}_p)$  – нелинейный коэффициент преломления за счет кубичной  $\tilde{n}_2$  и плазменной  $\tilde{n}_p$  нелинейностей среды;  $\alpha_{NL} = \tilde{\alpha}_{NL} L_d$  – нелинейный коэффициент поглощения за счет многофотонной ионизации среды и разогрева плазмы.

Влияние плазмы, возникающей в канале пучка под действием поля электромагнитной волны, будем учитывать в адиабатическом приближении по модели Друде–Лоренца [27]. Образование газа свободных электронов с плотностью  $\rho_e$  определяется из скоростного уравнения, учитывающего многофотонный и каскадный механизмы ионизации, а также снижение концентрации электронов за счет их рекомбинации с ионами. Для расчета скорости фотоионизации среды используется модель Переломова–Попова–Терентьева (ППТ) [27].

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### *Дифракционно-лучевые трубки. Основные определения и соотношения*

Введем понятие дифракционно-лучевых трубок электромагнитного поля. Представим комплексное поле  $U$  через амплитуду и фазу:  $U(\mathbf{r}_{\perp}, z; t) \equiv A(\mathbf{r}_{\perp}, z; t) \exp\{i\varphi(\mathbf{r}_{\perp}, z; t)\}$ . *Лучевой трубкой* в некоторой пространственно-временной области  $V$  будем называть множество интегральных кривых данного векторного поля, проходящих или пересекающих рассматриваемую область  $V$ .

Пусть теперь  $\mathbf{s}_{\perp,t}$  – векторное поле поперечной составляющей нормированного вектора Умова–Пойнтинга:

$$\mathbf{S}_{\perp,t} = \frac{\nabla_{\perp,t} U U^* - U \nabla_{\perp,t} U^*}{2i}$$

в пространстве  $(\mathbf{r}_{\perp}, t)$  [10, 22]:

$$\mathbf{s}_{\perp,t} = \mathbf{S}_{\perp,t}/I \equiv \left( \nabla_{\perp} \varphi, -(\partial \varphi / \partial t) \sqrt{L_d / L_{ds}} \right). \quad (\text{П.2.1})$$

Здесь  $I = |U|^2$  – нормированная интенсивность лазерного пучка;  $\nabla_{\perp,t} \equiv \left( \nabla_{\perp}, \sqrt{L_d / L_{ds}} \partial / \partial t \right)$ . *Дифракционно-лучевую трубку* определим как лучевую трубку векторного поля  $\mathbf{s}_{\perp,t}$ . Следствием НУШ (П.1.1) являются система уравнений для вектора  $\mathbf{s}_{\perp,t}$  и интенсивности [14], в которую входит локальная по времени сила дифракции, определенная как

$$\mathbf{f}_d = \nabla_{\perp,t} \left( \frac{(\nabla_{\perp}^2 A)}{2A} - \frac{L_d / L_{ds}}{2A} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right). \quad (\text{П.2.2})$$

И как было показано в [14], эти уравнения движения эквивалентны требованию выполнения закона сохранения энергии в элементарном объеме  $\delta V_{\perp,t} \equiv \delta x \delta y \delta t$  в пространстве  $(x, y, t)$ , вдоль векторного поля  $\mathbf{s}_{\perp,t}$  [14].

Перейдем к исследованию интегральных по времени величин, т.е. нормированной на начальное значение плотности энергии светового поля

$$w(\mathbf{r}_{\perp}, z) = \int_{-\infty}^{\infty} I(\mathbf{r}_{\perp}, z, t) dt / \int_{-\infty}^{\infty} I_0(t) dt.$$

Запишем теперь закон сохранения для энергии  $\delta_{\perp} W = \delta_{\perp} V w$  в элементарной площадке в пространстве поперечных координат  $(x, y)$ , выходящей из области  $\delta_{\perp} V \equiv \delta x \delta y$  с учетом уравнений (П.2.2). Для этого возьмем полную производную по  $z$  [14] от  $\delta_{\perp} W$ :

$$\frac{d}{dz} \delta_{\perp} W = \delta V_{\perp} \frac{d}{dz} w + w \frac{d}{dz} \delta V_{\perp}. \quad (\text{П.2.3})$$

Здесь заметим, что полная производная в пространстве  $(x, y)$  вдоль некоторого векторного поля  $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$  всегда имеет вид [28]:

$$\frac{d}{dz} \equiv \frac{\partial}{\partial z} + \bar{\mathbf{s}}_{\perp} \nabla_{\perp}. \quad (\text{П.2.4})$$

С другой стороны, полная производная определена у нас в пространстве – времени  $(x, y, t)$  [14] и ее действие на  $w$  [14] определяется так:

$$\frac{d}{dz} w = - \left( \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{NL} I dt + \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla_{\perp,t} \mathbf{s}_{\perp,t}) I \frac{dt}{\sqrt{\pi}} \right) / \int_{-\infty}^{\infty} I_0(t) dt. \quad (\text{П.2.5})$$

Подставляя (П.2.5) и (П.2.4) в (П.2.3), найдем следующие выражения для энергии  $\delta_{\perp} W$ :

$$\frac{d}{dz} \delta_{\perp} W = -\delta V_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{NL} I dt / \int_{-\infty}^{\infty} I_0(t) dt + \left( - \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla_{\perp,t} \mathbf{s}_{\perp,t}) I dt + w (\nabla_{\perp} \bar{\mathbf{s}}_{\perp} \delta V_{\perp}) \right) / \int_{-\infty}^{\infty} I_0(t) dt. \quad (\text{П.2.6})$$

Далее потребуем, чтобы вдоль векторного поля  $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$  выполнялся закон сохранения энергии для  $\delta_{\perp} W$ :

$$\frac{d}{dz} \delta_{\perp} W = -\delta V_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_{NL} I dt / \int_{-\infty}^{\infty} I_0(t) dt. \quad (\text{П.2.7})$$

Из (П.2.7) и (П.2.6) следует

$$\nabla_{\perp} \bar{\mathbf{s}}_{\perp} = \left( \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla_{\perp,t} \mathbf{s}_{\perp,t}) I dt \right) / \int_{-\infty}^{\infty} I(t) dt. \quad (\text{П.2.8})$$

Из этого соотношения с точностью до линейной комбинации солиноидального и постоянного векторного поля может быть известным образом [28]

определено значение вектор-функции  $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$ . Таким образом, в соответствии с требованием выполнения закона сохранения энергии (П.2.7) векторное поле в пространстве – времени  $\mathbf{s}_{\perp,t}$  индуцирует векторное поле в пространстве  $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$ , которое мы и будем называть усредненным поперечным вектором Умова–Пойнтинга, нормированным на плотность энергии в смысле соотношения (П.2.8). Соответственно интегральные кривые  $\bar{\mathbf{R}}_{\perp}$  векторного поля  $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$  будем называть *усредненными дифракционными лучами*, а лучевую трубку, построенную по таким лучам, дифракционно-лучевой трубкой.

Учитывая рассматриваемый в данной работе частный случай аксиальной симметрии для поля  $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$  в точке  $\mathbf{r}_{\perp} \equiv \mathbf{e}_r |r_{\perp}|$ , после интегрирования по частям несложно найти с учетом начального ( $z = 0$ ) гауссова распределения интенсивности по времени

$$\bar{\mathbf{s}}_{\perp} = \langle \mathbf{s}_{\perp} \rangle_t - \sqrt{2} \mathbf{e}_r \int_0^{r_{\perp}/\sqrt{2}} dx \int_{-\infty}^{\infty} (s_{x,t} \nabla_{x,t}) (I/\omega) \frac{dt}{\sqrt{\pi}}, \quad (\text{П.2.9})$$

где введен среднеинтенсивный по времени вектор

$$\langle \mathbf{s}_{\perp} \rangle_t \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{s}_{\perp} \frac{dt}{\sqrt{\pi}} / \omega.$$

Откуда для координаты  $\bar{\mathbf{R}}_{\perp}$  получим

$$\frac{d\bar{\mathbf{s}}_{\perp}}{dz} = \frac{d^2 \bar{\mathbf{R}}_{\perp}}{dz^2} = \bar{\mathbf{f}} = \bar{\mathbf{f}}_d + \bar{\mathbf{f}}_{ref} + \bar{\mathbf{f}}_{\alpha}, \quad (\text{П.2.10})$$

где  $\bar{\mathbf{f}}$  – усредненные с учетом нестационарности силы дифракции (П.2.2), рефракции и «трения» [14] (в рассматриваемом нами случае сила «трения» несущественно влияет на динамику дифракционных лучей). Выражения для рефракционных сил имеют следующий вид:

$$\mathbf{f}_{ref} = \mathbf{f}_{ker} + \mathbf{f}_{pl},$$

сила самофокусировки, обусловленная керровской нелинейностью

$$\mathbf{f}_{ker} = \nabla_{\perp} \tilde{n}_2, \quad (\text{П.2.11a})$$

сила дефокусировки, возникшая за счет плазменной рефракционной нелинейности

$$\mathbf{f}_{pl} = \nabla_{\perp} n_p. \quad (\text{П.2.11b})$$

Явные выражения для усредненных сил имеют довольно громоздкий вид и представлены в работе [14]. Важно отметить, что выражения  $\bar{\mathbf{f}}$  отличаются от среднеинтенсивных сил [14]

$\langle \mathbf{f} \rangle \equiv \left[ \int_{-\infty}^{\infty} I(t) dt \right]^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} I(t) \mathbf{f}(t) dt$ , это аналогично отличию  $\bar{\mathbf{s}}_{\perp}$  от  $\langle \mathbf{s}_{\perp} \rangle_t$  (П.2.9).

### Вывод уравнений для эффективных радиусов дифракционно-лучевых трубок в среде керровского типа

В среде керровского типа уравнение НУШ примет вид (см. Приложение 1):

$$\frac{\partial}{\partial z} U(\mathbf{r}_{\perp}, z) = \frac{i}{2} \nabla_{\perp}^2 U + i n_2 |U|^2 U, \quad (\text{П.3.1})$$

где  $n_{NL}(I) = k_0 L_d \tilde{\epsilon}_2 I \equiv n_2 I$ . В этом случае условие сохранения мощности в лучевой трубке

$P_i = 2\pi \int_0^{r_i(z)} I r dr$ , ограниченной дифракционным лучом  $r_i$ , примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} P_i &= 2\pi \frac{d}{dz} \int_0^{r_i(z)} I r dr = \\ &= 2\pi \frac{d}{dz} r_i(z) (I r) \Big|_{r=r_i} + 2\pi \int_0^{r_i(z)} \left( \frac{\partial}{\partial z} I \right) r dr = 0. \end{aligned} \quad (\text{П.3.2})$$

Выразим последнее слагаемое в (П.3.2) через поперечный вектор Умова–Пойнтинга  $\mathbf{S}_{\perp}$ , воспользовавшись уравнением для интенсивности, следующим из НУШ [14]:

$$\frac{\partial}{\partial z} I = -\nabla_{\perp} \mathbf{S}_{\perp}. \quad (\text{П.3.3})$$

Получим в радиальных координатах

$$\frac{d}{dz} r_i(z) (I r) \Big|_{r=r_i} = S_r \Big|_{r=r_i} r_i. \quad (\text{П.3.4})$$

Далее продифференцируем по  $z$  эффективный радиус лучевой трубки  $R_i^2 \equiv 2\pi \int_0^{r_i(z)} I r^3 dr / P_i$ :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} R_i^2 &= 2\pi \left( \frac{d}{dz} r_i(z) (I r^3) \Big|_{r=r_i} + \int_0^{r_i(z)} \left( \frac{\partial}{\partial z} I \right) r^3 dr \right) / P_i. \end{aligned}$$

Подставив в эту формулу соотношения (П.3.3) и (П.3.4), получим

$$\frac{d}{dz} R_i^2 = 4\pi \int_0^{r_i(z)} (S_r r) r dr / P_i. \quad (\text{П.3.5})$$

Далее выпишем уравнение для поперечного вектора Умова–Пойнтинга, следующее из НУШ:

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{S}_{\perp} = -\nabla_{\perp} h, \quad (\text{П.3.6})$$

где  $h$  соответствует потенциалу [19], который представим в виде комбинации кинетической и потенциальной частей:  $h \equiv h_0 - h_{ker}$ ;  $h_0 \equiv |\nabla_{\perp} U|^2$  – «кинетическая» часть;  $h_{ker} \equiv n_2 I^2$  – «потенциальная» часть. Продифференцируем еще раз по  $z$  соотношение (П.3.5) и воспользуемся (П.3.6):

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} R_i^2 &= 4\pi \frac{d}{dz} \int_0^{r_i(z)} (S_r r) r dr / P_i = \\ &= 4\pi \left( \left( \frac{d}{dz} r \right)_i (S_r r^2)_{r=r_i} - \int_0^{r_i(z)} \left( \frac{\partial}{\partial r} h_r \right) r dr \right) / P_i = \\ &= 4\pi r_i^2 (S^2 / I - h) \Big|_{r=r_i} / P_i + 2H_i / P_i. \quad (\text{П.3.7}) \end{aligned}$$

Здесь при выводе учтено определение дифракционных лучей как интегральных кривых векторного поля:  $dr_i/dz \equiv S_r(r_i)/I$ , а также введен гамильтониан лучевой трубки

$$H_i = 2\pi \int_0^{r_i} h r dr.$$

Заметим далее, что «кинетическая» часть  $h_0$  представима в виде  $h_0 = |\nabla\phi|^2 I + (\nabla A)^2 \equiv S^2 / I + (\nabla A)^2$ , где первое слагаемое механической кинетической энергии – эйкональная часть, а второе слагаемое ответственно за дифракцию  $h_{diff} \equiv (\nabla A)^2$ . Тогда окончательно получим следующее уравнение для эффективного радиуса лучевой трубки в кубичной среде:

$$\frac{d^2}{dz^2} R_i^2 = 4\pi r_i^2 (h_{ker} - h_{diff}) \Big|_{r=r_i} / P_i + 2H_i / P_i. \quad (\text{П.3.8})$$

Из последнего соотношения следует, что в среде керровского типа для изолированной системы, т.е. когда граничным слагаемым можно пренебречь и  $H_i = \text{const}$ , эффективный радиус лучевой трубки эволюционирует по квадратичному закону [2].

1. Аскаръян Г.А. Воздействие градиента поля интенсивного электромагнитного луча на электроны и атомы // Ж. эксперим. и теор. физ. 1962. Т. 42, вып. 6. С. 1567.
2. Захаров В.Е., Кузнецов Е.А. Солитоны и коллапсы: два сценария нелинейных волновых систем // Успехи физ. наук. 2012. Т. 182, № 6. С. 569–592.
3. Маненков А.А. Самофокусировка лазерных пучков: современное состояние и перспективы исследований // Успехи физ. наук. 2011. V. 181, № 1. С. 107–112.
4. Boyd R.W., Lukishova S.G., Shen Y.R. Self-focusing: Past and Present // Springer Science, Business Media: LLC, 2009. 605 p.
5. Пилипецкий Н.Ф., Рустамов А.Р. Наблюдение самофокусировки света в жидкостях // Письма в ЖЭТФ. 1965. Т. 2, вып. 2. С. 88–90.

6. Braun A., Korn G., Liu X., Du D., Squier J., Mourou G. Self-channeling of high-peak-power femtosecond laser pulses in air // Opt. Lett. 1995. V. 20, iss. 1. P. 73–75.
7. Kasparian J., Wolf J.-P. Physics and applications of atmospheric nonlinear optics and filamentation // Opt. Express. 2008. V. 16, N 1. P. 466–493.
8. Mechain G., Couairon A., Andre Y.-B., D'Amico C., Franco M., Prade B., Tzortzakis S., Mysyrowicz A., Sauerbrey R. Long-range self-channeling of infrared laser pulses in air: a new propagation regime without ionization // Appl. Phys. B. 2004. V. 79. P. 379–382.
9. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Кабанов А.М., Матвиенко Г.Г. Нелинейная фемтосекундная оптика атмосферы / Под общей ред. проф. А.А. Землянова. Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2010. 212 с.
10. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде // Успехи физ. наук. 1967. Т. 93, вып. 1. С. 19–69.
11. Кандидов В.П., Шленов С.А., Силава Е.П., Дергачев А.А. Филаментация мощного фемтосекундного лазерного излучения в воздухе и ее приложения в атмосферной оптике // Оптика атмосфер. и океана. 2010. Т. 23, № 10. С. 873–884.
12. Liu W., Gravel J.-F., Th  berge F., Becker A., Chin S.L. Background reservoir: its crucial role for long-distance propagation of femtosecond laser pulses in air // Appl. Phys. B. 2005. V. 80, N 7. P. 857–860.
13. Розанов Н.Н. Диссипативные оптические солитоны от микро- к нано- и атто-. М.: Физматлит, 2011. 536 с.
14. Землянов А.А., Булыгин А.Д., Гейнц Ю.Э. Дифракционная оптика светового филамента, образованного при самофокусировке фемтосекундного лазерного импульса в воздухе // Оптика атмосфер. и океана. 2011. Т. 24, № 10. С. 839–847.
15. Grow T.D., Ishaaya A.A., Vuong L.T., Gaeta A., Gavish N., Fibich G. Collapse dynamics of super-gaussian beams // Opt. Express. 2006. V. 14. P. 5468–5475.
16. Tatarinova L.L., Garcia M.E. Exact solutions of the eikonal equations describing self-focusing in highly nonlinear geometrical optics // Phys. Rev. A. 2008. V. 78. 021806.
17. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 856 с.
18. Раутиан С.Г. Квазилучевые трубки // Оптика и спектроскопия. 1999. Т. 87, № 3. С. 494–498.
19. Шен И.Р. Принципы нелинейной оптики. М.: Наука, 1989. 560 с.
20. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Филаментация мощного ультракороткого лазерного излучения. Фактор размера пучка // Оптика атмосфер. и океана. 2013. Т. 26, № 1. С. 11–17.
21. Zuoqiang Hao, Jie Zhang, Xin Lu, Tingting Xi, Zhe Zhang, Zhaohua Wang. Energy interchange between large-scale free propagating filaments and its background reservoir // Opt. Soc. Amer. B. 2009. V. 26, N 3. P. 499–502.
22. Chin S.L. Femtosecond Laser Filamentation // Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics. 2010. V. 551. 130 p.
23. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Каустики, катастрофы и волновые поля // Успехи физ. наук. 1983. Т. 141, № 4. С. 591–627.
24. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Кабанов А.М., Матвиенко Г.Г., Степанов А.Н. Формирование филамента фемтосекундного лазерного импульса в воздухе после

- фокуса оптической системы // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 9. С. 745–752.
25. Булыгин А.Д., Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Эволюция эффективного радиуса лазерного пучка фемтосекундной длительности после его глобальной самофокусировки в воздухе // Оптика атмосф. и океана. 2007. Т. 20, № 11. С. 973–979.
26. Couairon A. Filamentation length of powerful laser pulses // Appl. Phys. B. 2003. V. 76, N 7. P. 789–792.
27. Popruzhenko S.V., Mur V.D., Popov V.S., Bauer D. Strong field ionization rate for arbitrary laser frequencies // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101. P. 193003.
28. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 832 с.

*A.A. Zemlyanov, A.D. Bulygin, Yu.E. Geints. Energy light structures during femtosecond laser radiation filamentation in air. To the 50th anniversary of the first publication of light self-focusing.*

A class of energy light structures in nonlinear wave physics, so called diffraction-beam tubes in a self-focusing dissipative medium, is established. It is shown that their interaction along a propagation distance of high-power femtosecond laser radiation forms areas of light energy localization, stable in the sense of the physical characteristics, i.e., filament and post-filamentation channel, as well as conservative periphery. Stabilization of boundaries of the mentioned areas is provided by additional contraction of diffractive nature from the side of periphery. The dependences of filamentation length of a laser pulse on power and beam radius and the fact of high intensity conservation in the post-filamentation light channel are interpreted using this concept.