

ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С ПОЛУСФЕРИЧЕСКИМ КОНТУРОМ ПИТАНИЯ

С. Н. Багир-заде, Г. П. Гусейнов, А. Г. Керимов

(Баку)

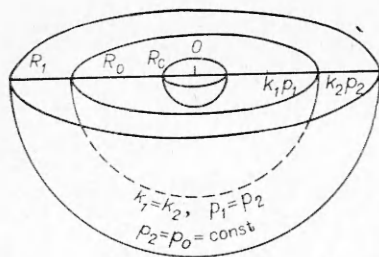
Исследуется движение однородной жидкости в скважине с полусферическим забоем при нестационарной сферически-радиальной фильтрации в трещиновато-пористых средах, состоящих из вложенных одна в другую полусферических областей с различными значениями проницаемостей системы трещин и обладающих на внешней полусферической области контуром питания.

С помощью интегрального преобразования Лапласа по временному переменной проинтегрированы при нулевом начальном и соответствующих граничных условиях системы дифференциальных уравнений, описывающие фильтрацию жидкости в указанных средах. Найдены точные решения задачи о понижении пластового давления в зависимости от времени и расстояния и задачи об изменении дебита скважины, продуцирующей при заданном забойном давлении. На основе численных расчетов установлено влияние параметров трещиновато-пористых пластов и радиуса поверхности с контуром питания на изменение показателей процесса их разработки.

1. Формулировка задачи. Анализ существующей литературы по бурению и работе скважин на нефтяных месторождениях с трещиновато-пористыми типами коллекторов показывает существование в них каверн, зон дробленых пород и тектонических нарушений, не позволяющих вскрыть большую часть их мощности. К тому же мощности пластов меняются от десятков до сотен метров [1, 2], что позволяет считать в ряде случаев отношение вскрытой части к общей его мощности малой величиной, а поток жидкости к скважине — центрально-симметричным. При этом целесообразно предположить, что забой скважины имеет полусферическую форму радиуса R_c (фиг. 1).

Аналогичные гидродинамические задачи для гранулярного пласта решены в приближенной постановке [3], в точной постановке для однородного пласта [4], а в усложненном виде ряд точных решений получен в [5-7].

Для решения соответствующих гидродинамических задач для трещиновато-пористого пласта предположим (фиг. 1), что вокруг скважины с полусферическим забоем имеется полусферическая область $R_c \leq R \leq R_0$ с коэффициентом проницаемости k_1 . Вне этой зоны, когда $R_0 \leq R \leq R_1$, проницаемость системы трещин среды имеет величину k_2 . В отличие от работы [8] примем, что на поверхности полусферы $R=R_1$ удерживается



Фиг. 1

постоянное давление p_0 в течение всего процесса разработки. Требуется определить процесс понижения давления в произвольной точке составного по проницаемости системы трещин трещиновато-пористого пласта в любой момент времени разработки. Вышеописанная постановка задачи позволяет на основе численных расчетов выявить роль скин-эффекта призабойной зоны скважины на изменение показателей процесса разработки пласта (име-

ется в виду вынос песка, процесс заиливания и другие повреждения забоя скважин).

В соответствии с теорией фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористых средах [9, 10] применительно к центрально-симметричному потоку [8] следует проинтегрировать нижеследующие системы дифференциальных уравнений:

$$(1.1) \quad \frac{\partial^2 \psi_i^{(2)}}{\partial \xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{\partial \psi_i^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{1 - \omega}{k_i} \frac{\partial \psi_i^{(1)}}{\partial \tau} = \frac{\omega}{k_i} \frac{\partial \psi_i^{(2)}}{\partial \tau};$$

$$\frac{\partial \psi_i^{(1)}}{\partial \tau} + \Lambda \psi_i^{(1)} = \Lambda \psi_i^{(2)}, \quad i = 1, 2$$

при следующих начальных

$$(1.2) \quad \psi_i^{(1)}(\xi, 0) = \psi_i^{(2)}(\xi, 0) = 0, \quad i = 1, 2$$

и граничных условиях

$$(1.3) \quad \psi_2^{(2)}(\xi_1, \tau) = 0;$$

$$(1.4) \quad \psi_1^{(2)}(\xi_0, \tau) = \psi_2^{(2)}(\xi_0, \tau); \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \psi_1^{(2)}(\xi_0, \tau) = k_0 \frac{\partial}{\partial \xi} \psi_2^{(2)}(\xi_0, \tau).$$

Здесь введены обозначения

$$\xi_v = R_v/R_c; \quad \tau = \frac{k_1^2 t}{\mu R_c^2 B}; \quad \Lambda = \lambda(1 - \omega)^{-1};$$

$$\lambda = \alpha R_c^2 k_i^{(1)}/k_i^{(2)}; \quad \omega = \frac{1}{B} m_i^{(2)} \beta_i^{(2)};$$

$$1 - \omega = \frac{1}{B} m_i^{(1)} \beta_i^{(1)}; \quad B = m_i^{(1)} \beta_i^{(1)} + m_i^{(2)} \beta_i^{(2)};$$

$$\psi_i^{(j)}(\xi, \tau) = \frac{1}{p_0} [p_0 - p_i^{(j)}(\xi, \tau)];$$

$$k_i = \begin{cases} 1, & i = 1 \\ k_0 = k_2^{(2)}/k_1^{(2)}, & i = 2, j = 1, 2, \end{cases}$$

где α — параметр трещиновато-пористой среды, характеризующий обмен жидкости между системами низкопроницаемых блоков и высокопроницаемых трещин; p_0 и $p(\xi, \tau)$ — начальное и текущее давления соответственно; k — коэффициент проницаемости; μ — коэффициент динамической вязкости фильтрующейся жидкости; m — пористость; β — коэффициент сжимаемости среды; R — радиальная координата; t — время. Верхние индексы 1 и 2 в функциях давлений и параметров пласта относятся соответственно к системам блоков (матриц) и трещин среды, а нижние — к полусферическим областям пласта.

Условия (1.4) означают равенство между собой величин понижения давлений и скорости потока в системе трещин на полусфере $R=R_0$, являющейся границей различной степени проницаемости. Аналогичные условия для систем блоков среды не задаются ввиду того, что проводниками жидкости к скважине служат трещины среды, а низкопроницаемые блоки породы питают их жидкостью по мере снижения давления.

Условия (1.2) — (1.4) следует дополнить заданием величины давления или дебита на полусферической поверхности скважины. Ниже приведены решения задач для различных режимов работ скважин.

2. Поле давления трещиновато-пористого пласта при заданном дебите скважины, равном $q(\tau)$. Условие задания дебита скважины с полу-сферическим забоем при сферически-радиальной фильтрации, согласно закону фильтрации Дарси, запишется в виде

$$(2.1) \quad \left[\xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \Psi_1^{(2)}(\xi, \tau) \right]_{\xi=1} = -q(\tau);$$

$$(2.2) \quad \Psi_i^{(j)}(\xi, \tau) = 2\pi k_1^{(2)} R_c (\mu q_0)^{-1} [p_0 - p_i^{(j)}(\xi, \tau)], \quad i, j = 1, 2.$$

Применив к системам (1.1) преобразование Лапласа по переменной времени (с параметром преобразования s) и исключив затем функции $\Psi_i^{(1)}(\xi, \tau)$ из преобразованных систем, можно получить (индекс 2 далее опускается)

$$(2.3) \quad \frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left[\xi^2 \frac{d}{d\xi} \Psi_i(\xi, s) \right] - \frac{S(s)}{k_i} \Psi_i(\xi, s) = 0, \quad i = 1, 2;$$

$$S(s) = s(\omega s + \Lambda)(s + \Lambda)^{-1}.$$

Граничные условия (1.3), (1.4) после применения к ним преобразования Лапласа сохранят свой вид относительно функций $\Psi_i(\xi, s)$, а условие (2.1) примет вид

$$\left[\xi^2 \frac{d}{d\xi} \Psi_1(\xi, s) \right]_{\xi=1} = -q(s).$$

Решение системы уравнений (2.3) при указанных граничных условиях имеет вид [11]

$$(2.4) \quad \Psi_i(\xi, s) = \frac{q(s)}{\xi} \frac{U_i[\xi, S(s)]}{V[\xi_0, \xi_1, S(s)]}, \quad i = 1, 2;$$

$$U_1(\xi, x) = (1 + \sqrt{k_0}) \operatorname{sh}(X_1 - \xi) \sqrt{x} + (1 - \sqrt{k_0}) \operatorname{sh}(X_2 + \xi) \times$$

$$\times \sqrt{x} + \frac{1 - k_0}{\xi_0} \frac{1}{\sqrt{x}} [\operatorname{ch}(X_2 + \xi) \sqrt{x} - \operatorname{ch}(X_1 - \xi) \sqrt{x}];$$

$$U_2(\xi, x) = 2 \operatorname{sh}(\xi_1 - \xi) \sqrt{x/k_0};$$

$$V(\xi_0, \xi_1, x) = \left(1 - \sqrt{k_0} + \frac{1 - k_0}{\xi_0} \right) \operatorname{sh}(X_2 + 1) \sqrt{x} +$$

$$+ \left[(\sqrt{k_0} - 1) \sqrt{x} + \frac{1 - k_0}{\xi_0} \frac{1}{\sqrt{x}} \right] \operatorname{ch}(X_2 + 1) \sqrt{x} + \left(1 + \sqrt{k_0} - \right.$$

$$\left. - \frac{1 - k_0}{\xi_0} \right) \operatorname{sh}(X_1 - 1) \sqrt{x} + \left[(1 + \sqrt{k_0}) \sqrt{x} - \right.$$

$$\left. - \frac{1 - k_0}{\xi_0} \frac{1}{\sqrt{x}} \right] \operatorname{ch}(X_1 - 1) \sqrt{x};$$

$$(2.5) \quad X_{1,2} = \frac{\xi_1 - \xi_0}{\sqrt{k_0}} \pm \xi_0.$$

Для осуществления перехода от изображений (2.4) к их оригиналам следует задаться аналитическим выражением изменения дебита скважины. Пусть дебит скважины затухает по закону

$$(2.6) \quad q(\tau) = q_0 \exp(-v\tau) \doteq q_0(s+v)^{-1},$$

где q_0 — постоянный дебит скважины до начала затухания притока; $v \geq 0$ — безразмерный параметр, определяющий темп затухания.

Из выражений (2.5), (2.6) видно, что функции $\psi_i(\xi, s)$, ($i=1, 2$) являются мероморфными с простыми полюсами относительно аргумента $S(s)$, поэтому их можно разложить в бесконечный ряд по корням $-p_m^2$ уравнения

$$(2.7) \quad V[\xi_0, \xi_1, S(s)] = 0.$$

Переходя затем к оригиналу по второй теореме разложения [12], можно получить

$$(2.8) \quad \psi_i(\xi, \tau) = \frac{\Lambda - \nu}{\xi} \exp(-\nu\tau) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{U_i(\xi, p_m)}{W_1(\xi_0, \xi_1, p_m)} [\Lambda p_m^2 + \\ + (\nu\omega - \Lambda - p_m^2)\nu]^{-1} + \frac{1}{\xi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{U_i(\xi, p_m)}{\delta_m W_1(\xi_0, \xi_1, p_m)} \times \\ \times \left[\frac{\Lambda - s_{1m}}{\nu - s_{1m}} \exp(-s_{1m}\tau) - \frac{\Lambda - s_{2m}}{\nu - s_{2m}} \exp(-s_{2m}\tau) \right], \quad i = 1, 2;$$

$$(2.9) \quad W_1(\xi_0, \xi_1, x) = \left[\left(\sqrt{k_0} - 1 + \frac{1 - k_0}{\xi_0} \right) (X_2 - 1) + (1 - k_0) \times \right. \\ \times \left. \left(1 - \frac{1}{\xi_0 x} \right) \right] \frac{\cos(X_2 + 1)x}{2x} + \frac{X_2 - 1}{2x^2} \left[(1 - \sqrt{k_0})x^2 + \right. \\ \left. + \frac{1 - k_0}{\xi_0} \right] \sin(X_2 + 1)x + \left[\frac{1 - k_0}{\xi_0 x^2} - 1 - \sqrt{k_0} - (1 + \sqrt{k_0} - \right. \\ \left. - \frac{1 - k_0}{\xi_0}) (X_1 - 1) \right] \frac{\cos(X_1 - 1)x}{2x} + \frac{X_1 - 1}{2x^2} \left[(1 - \sqrt{k_0})x^2 + \right. \\ \left. + \frac{1 - k_0}{\xi_0} \right] \sin(X_1 - 1)x; \\ s_{(1,2)m} = \frac{\Lambda + p_m^2 \mp \delta_m}{2\omega}; \\ \delta_m = [(\Lambda + p_m^2)^2 - 4\Lambda\omega p_m^2]^{1/2}.$$

Полученная формула (2.8) является точным решением поставленной задачи и описывает процесс изменения давления в произвольных точках составного по проницаемости системы трещин трещиновато-пористого пласта в любой момент времени разработки, когда дебит скважины меняется по закону (2.6). В частности, полагая $\nu=0$, формулу процесса понижения давления из (2.8) для случая $q=q_0=\text{const}$ можно представить в виде

$$(2.10) \quad [\psi_i(\xi, \tau)]_{\nu=0} = \frac{1}{\xi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{U_i(\xi, p_m)}{p_m^2 W_1(\xi_0, \xi_1, p_m)} \left[1 - \omega s_{2m} \frac{\Lambda - s_{1m}}{\Lambda \delta_m} \times \right. \\ \left. \times \exp(-s_{1m}\tau) + \omega s_{1m} \frac{\Lambda - s_{2m}}{\Lambda \delta_m} \exp(-s_{2m}\tau) \right], \quad i = 1, 2.$$

Ввиду линейности преобразования Лапласа разность правых частей (2.10), (2.8) будет соответствовать закону изменения дебита скважины в виде

$$q(\tau) = q_0 [1 - \exp(-\nu\tau)].$$

Для нахождения выражения забойного давления в формулах (2.8), (2.10) следует принять $i=1$, $\xi=1$. При этом вид этих формул останется тем же, только функция $\bar{U}_1(\xi, p_m)$ перейдет в $U_1(1, p_m)$.

Можно показать, что при $\omega=1$, $\lambda \rightarrow \infty$ формула (2.10) переходит в известное решение соответствующей задачи для гранулярной среды [4]

$$(2.11) \quad [\psi_1(\xi, \tau)]_{k_0=1} = [\psi_2(\xi, \tau)]_{k_0=1} = \frac{\xi_1 - \xi}{\xi_1 \xi} + \\ + \frac{2}{\xi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{p_m} \frac{\sin(\xi_1 - \xi) p_m \exp(-p_m^2 \tau)}{[\xi_1 - (\xi_1 - 1) p_m^2] \cos(\xi_1 - 1) p_m},$$

где p_m — корни уравнения

$$[V(\xi_0, \xi_1, x)]_{k_0=1} = 0 \text{ или } x^{-1} \operatorname{tg} x = (1 - \xi_1)^{-1}.$$

3. Определение дебита скважины, разрабатывающей трещиновато-пористый пласт при заданном забойном давлении $p_c = \text{const}$.

В отличие от условия (2.1) для нормированного понижения давления

$$\psi_i(\xi, \tau) = [p_0 - p_i(\xi, \tau)](p_0 - p_c)^{-1}, \quad i=1, 2$$

следует задаться условием вида

$$(3.1) \quad \psi_1(1, \tau) = 1.$$

Совокупность условий (1.3), (1.4) и (3.1) позволяет найти решение задачи в трансформанте Лапласа в виде

$$(3.2) \quad \Psi_i(\xi, s) = \frac{1}{\xi s} U_i[\xi, S(s)]/U_1[\xi, S(s)], \quad i = 1, 2.$$

Разложив правую часть (3.2) в бесконечный ряд по корням $-p_m^2$ уравнения

$$(3.3) \quad U_1[\xi, S(s)] = 0,$$

окончательное решение задачи получим в виде

$$(3.4) \quad \psi_i(\xi, \tau) = \frac{\omega}{\Lambda \xi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{U_i(\xi, p_m)}{\delta_m p_m^2 W_2(\xi_0, \xi_1, p_m)} \frac{\Lambda \delta_m}{\omega} - s_{2m} (\Lambda - s_{1m}) \times \\ \times \exp(-s_{1m} \tau) + s_{1m} (\Lambda - s_{2m}) \exp(-s_{2m} \tau), \quad i = 1, 2; \\ W_2(\xi_0, \xi_1, x) = \frac{k_0 - 1}{2x} \left(\frac{1}{\xi_0 x} + X_2 + 1 \right) \cos(\bar{X}_2 + 1)x - \\ - \frac{1}{2x} \left[\frac{k_0 - 1}{\xi_0 x} + (1 + \sqrt{k_0})(X_1 - 1) \right] \cos(X_1 - 1)x + \\ + \frac{k_0 - 1}{2\xi_0 x^2} [(X_2 + 1) \sin(X_2 + 1)x - (X_1 - 1) \sin(\bar{X}_1 - 1)x].$$

Полагая в формуле (3.4) $k_0=1$, получим для однородного трещиновато-пористого пласта уравнение

$$[\psi_1(\xi, \tau)]_{k_0=1} = [\psi_2(\xi, \tau)]_{k_0=1} = \frac{1}{\xi} \frac{\xi_1 - \xi}{\xi_1 - 1} + \\ + \frac{2\omega}{\pi \Lambda \xi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m \delta_m} [s_{1m} (\Lambda - s_{2m}) \exp(-s_{2m} \tau) - \\ - s_{2m} (\Lambda - s_{1m}) \exp(-s_{1m} \tau)] \sin \frac{\xi_1 - \xi}{\xi_1 - 1} m \pi,$$

при выводе которого было использовано соотношение 1.441.3 из [13].
Пользуясь соотношением из операционного исчисления

$$\int_0^{\infty} a_0 \exp(-s\tau) d\tau = \frac{a_0}{s}$$

и полагая, что a_0 — независимый от τ (свободный) член в разложении функции $\psi_i(\xi, \tau)$ по времени, формуле (3.4) можно придать удобный для вычисления вид

$$(3.5) \quad \psi_i(\xi, \tau) = \frac{1}{\xi} \frac{\xi_1 - \xi \sqrt{k_0}}{\xi_1 - \sqrt{k_0}} + \frac{\omega}{\Lambda \xi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{U_i(\xi, p_m)}{\delta_m p_m^2 W_2(\xi_0, \xi_1, p_m)} \times \\ \times [s_{1m}(\Lambda - s_{2m}) \exp(-s_{2m}\tau) - s_{2m}(\Lambda - s_{1m}) \exp(-s_{1m}\tau)], \\ i = 1, 2.$$

Пользуясь выражением для $\psi_i(\xi, \tau)$ из (3.5), дебит скважины, согласно линейному закону фильтрации Дарси, можно определить в виде

$$(3.6) \quad Q(\tau) = \frac{u q(\tau)}{2\pi k_1^{(2)} R_c (p_0 - p_c)} = \frac{\xi_1}{\xi_1 - \sqrt{k_0}} + \frac{\omega}{\Lambda} \times \\ \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{U_3(1, p_m)}{\delta_m p_m^2 W_2(\xi_0, \xi_1, p_m)} [s_{1m}(\Lambda - s_{2m}) \exp(-s_{2m}\tau) - \\ - s_{2m}(\Lambda - s_{1m}) \exp(-s_{1m}\tau)]; \\ U_3(1, p_m) = \left(\frac{1 - k_0}{\xi_0 p_m} - 1 + \sqrt{k_0} \right) \cos(X_2 + 1) p_m + \left(1 - \sqrt{k_0} - \right. \\ \left. - \frac{1 - k_0}{\xi_0} \right) \sin(X_2 + 1) p_m - \left(\frac{1 - k_0}{\xi_0 p_m} - 1 - \sqrt{k_0} \right) \cdot \cos(X_1 - 1) p_m + \\ + \left(1 + \sqrt{k_0} - \frac{1 - k_0}{\xi_0} \sin(X_1 - 1) p_m \right).$$

Отсюда, как частный случай при $\omega = k_0 = 1$, можно получить соответствующее решение для гранулярной среды [4]

$$(3.7) \quad Q(\tau) = \frac{\xi_1}{\xi_1 - 1} + \frac{2}{\xi_1 - 1} \sum_{m=1}^{\infty} \exp[-m^2 \pi^2 (\xi_1 - 1)^{-2} \tau],$$

где p_m являются корнями уравнения (3.3) при $k_0 = 1$, т. е.

$$p_m = m\pi(\xi_1 - 1)^{-1}.$$

4. Численные расчеты. Для проведения численных расчетов по полученным в предыдущих параграфах формулам показателей процесса разработки трещиновато-пористых пластов необходимо иметь значения s_{1m} и s_{2m} в зависимости от корней $-p_m^2$ уравнений (2.7), (3.3). Поэтому вычисленные первые 6 корней уравнения (2.7) и 8 — уравнения (3.3) для гипотетической залежи с $\xi_1 = 11$ и $k_0 = 1$ сведены в приводимую таблицу и на их основе вычислены значения s_{1m} и s_{2m} по (2.9) для различных значений параметров трещиновато-пористого пласта ω и λ .

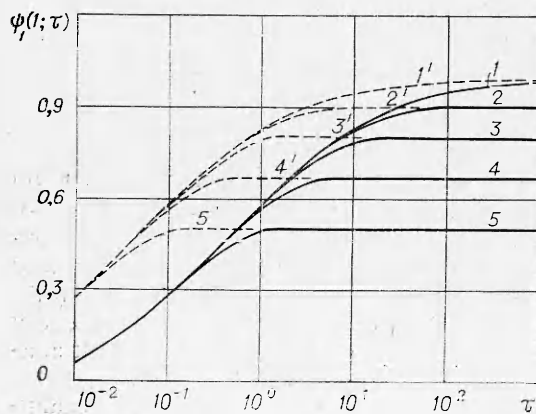
Для удобства проведения расчетов по (2.10) целесообразно независимую от времени сумму в ней заменить вычетом функции (2.4) при $s=0$,
10*

m	10 ⁴ p _m по (2.7) k ₀ =1	λ=0.005		λ=1			
		ω=0,1		ω=0,1		ω=0,5	
		10 ⁶ s _{1m}	10 ³ s _{2m}	10 ⁴ s _{1m}	10 ³ s _{2m}	10 ⁴ s _{1m}	10 ³ s _{2m}
1	2 863	5 234	870	768	11 853	803	4083
2	5 761	5 472	3 368	2602	14 167	3 045	4359
3	8 708	5 519	7 633	4631	18 232	6 194	4897
4	1 1703	5 536	13745	6894	24 177	9 456	5793
5	1 4734	5 543	21758	7522	32 066	12 192	7122
6	1 7791	5 547	31703	8386	41 923	14 211	8909
m	по (3.3) k ₀ =1						
1	3 141	5250	1 037	913	12 006	962	4 101
2	6 283	5485	3 998	2971	14 761	3 592	4 433
3	9 425	5520	8 932	5064	19 487	6 999	5 077
4	12 566	5545	15 841	6688	26 234	10 309	6 127
5	15 708	5546	24 724	7832	35 002	12 912	7 643
6	18 850	5547	35 580	8223	45 779	14 758	9 630
7	21 991	5548	48 411	9177	58 554	16 028	12 069
8	25 133	5549	62 146	9704	72 123	16 909	14 942

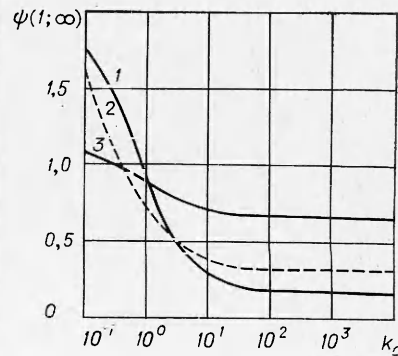
что было выше уже обосновано. Тогда формула (2.10) преобразуется к виду

$$(4.1) \quad \psi_i(\xi, \tau) = \frac{\xi_1 + (k_0 - 1)\xi_0 - \xi k_0}{\xi_1 + (k_0 - 1)\left(\xi_0 + \frac{\xi_1 - \xi_0}{\xi}\right)} + \\ + \frac{\omega}{\Lambda \xi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{U_i(\xi, p_m)}{\delta_m p_m^2 W_1(\xi_0, \xi_1, p_m)} [s_{1m}(\Lambda - s_{2m}) \exp(-s_{2m}\tau) - \\ - s_{2m}(\Lambda - s_{1m}) \exp(s_{1m}\tau)], \quad i = 1, 2.$$

Результаты расчетов, произведенных по формуле (4.1) при $k_0=1$ для забойного давления ($\xi=1$), представлены кривыми (фиг. 2). Штриховые кривые 1' - 5' соответствуют трещиновато-пористым пластам с радиусами контура питания $\xi_1=100, 10, 5, 3, 2$ и параметрами $\omega=0,1; \lambda=0,005$. Сплошные кривые соответствуют гранулярным пластам ($\omega=1, \lambda \rightarrow \infty$) с теми же значениями радиуса контура питания ξ_1 и построены по данным



Фиг. 2



Фиг. 3

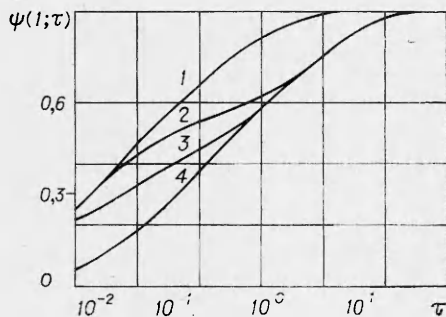
(2.11) работы [4]. Анализ кривых фиг. 2 показывает, что процесс стабилизации понижения забойного давления скважины в однородном по проницаемости системе трещин трещиновато-пористом пласте ($k_0=1$) происходит значительно раньше таковой в гранулярном пласте при равных расстояниях полусферической поверхности контура питания от полусферической поверхности скважины. Причем нормированная величина стабилизации $\psi_1(\xi, \tau)$, определяемая выражением (2.2), зависит от радиуса поверхности контура питания. Аналогичные выводы будут справедливы и для трещиновато-пористых пластов с неоднородными проницаемостями системы трещин ($k_0 \neq 1$). Однако, как следует из формулы (4.1), величина стабилизации в случае $k_0 \neq 1$ будет зависеть от отношения проницаемостей вложенных одна в другую полусферических областей k_0 , о чем свидетельствуют номограммные кривые фиг. 3. Сплошные линии этой фигуры соответствуют значению $\xi_0=2$, а штриховая — $\xi_0=5$. Кривые 1, 3 построены при $\xi_1=10$, 4, а 2 при $\xi_1=10$.

Для выявления роли параметров ω и λ в процессе стабилизации давления у забоя скважины в трещиновато-пористом пласте с $\xi_1=11$ построены кривые фиг. 4 при следующих данных кривых: 1 — $\omega=0,1$, $\lambda=0,005$; 2 — $\omega=0,1$, $\lambda=1$; 3 — $\omega=0,5$, $\lambda=1$; 4 — $\omega=1$, $\lambda=\infty$. Из анализа этих кривых следует, что с приближением величины параметра трещинной емкости ω к единице, а также с ростом значения λ кривые 1 — 3 изменения забойного давления скважины в трещиновато-пористом пласте приближаются к соответствующим кривым для гранулярного пласта. Это объясняется тем, что и сами системы уравнений (1.1) при $\omega=1$, $\lambda \rightarrow \infty$ переходят в обычные системы уравнений пьезопроводности.

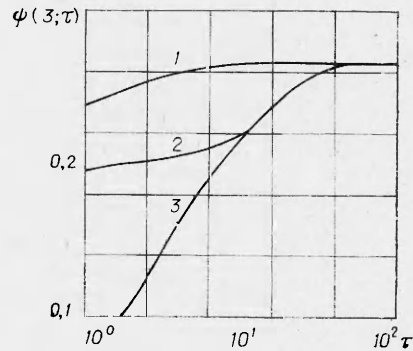
Кривые фиг. 5 выражают зависимость процесса понижения давления во времени на поверхности полусферы $\xi=3$ в однородном ($k_0=1$) трещиновато-пористом (1, 2) и гранулярном (3) пластах, разрабатываемых при постоянном забойном давлении и контуре питания на полусфере $\xi_1=11$. Расчеты произведены по формуле (3.5) при исходных данных: 1 — $\omega=0,1$, $\lambda=1$; 2 — $\omega=0,5$, $\lambda=1$. Кривая 3 построена по данным работы [4] по формуле, получаемой из (3.5) при $\omega=1$, $k_0=1$,

$$\psi(\xi, \tau) = (\xi_1 - \xi) \xi^{-1} (\xi_1 - 1)^{-1} + \frac{2}{\pi \xi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m} \times \\ \times \sin \frac{\xi_1 - \xi}{\xi_1 - 1} m \pi \exp [-m^2 \pi^2 (\xi_1 - 1)^{-2} \tau].$$

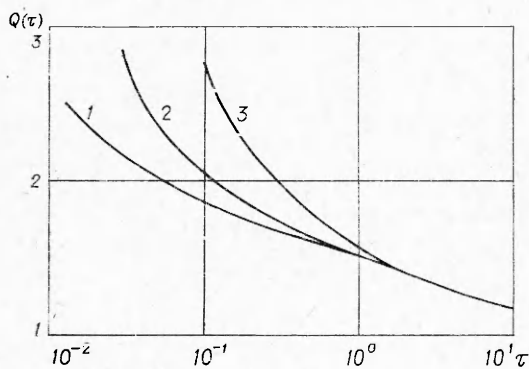
Из кривых фиг. 5 следует, что влияние параметров ω и λ на процесс стабилизации давления аналогично случаю задания постоянного дебита



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

во времени в трещиновато-пористых пластах не зависит от геометрии фильтрационного потока.

На фиг. 6 приведены кривые изменения дебита скважины в зависимости от времени, рассчитанные по формулам (3.6) при $k_0=1$ и (3.7) для пластов с поверхностью контура питания $\xi_1=11$. Кривые построены при исходных данных: 1— $\omega=0,1$, $\lambda=1$; 2— $\omega=0,5$, $\lambda=1$; 3— $\omega=1$, $\lambda \rightarrow \infty$. Анализ кривых показывает, что дебит скважины в трещиновато-пористых пластах в основном зависит от упругоэластичности системы трещин при существовании в них полусферического контура питания.

Поступила 10 IX 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Минчева Р. М. Особенности и общие закономерности разработки нефтяных месторождений с трещиноватыми коллекторами. — В кн.: Теория и практика разработки нефтяных месторождений. М., «Недра», 1967.
2. Лысенков П. П. Роль трещиноватости в определении коллекторских свойств верхнемеловых пород. — «Труды СевКавНИИ», 1970, вып. 8.
3. Василенко А. Ю. Автореф. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Киев, 1956.
4. Chatas A. T. Unsteady Spherical Flow in petroleum reservoirs. — «Soc. Petr. Engrs Journ.», June, 1966.
5. Гусейнов А. И. Автореф. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Баку, 1971.
6. Гусейнов Г. П., Гусейнов А. И. Неустановившееся сферически-радиальное движение жидкости к скважине в упругом неоднородном пласте. — «Азерб. нефт. хоз-во», 1969, № 1.
7. Стклянин Ю. И. Потенциал несовершенной скважины в двухслойном радиальном пласте. — «Труды МИНХиГП», вып. 42, Гостоптехиздат, 1963.
8. Багир-заде С. Н., Гусейнов Г. П. Нестационарная фильтрация жидкости в трещиновато-пористом пласте к скважине с полусферическим забоем. — ПМТФ, 1973, № 6.
9. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. — ПММ, 1960, т. 25, вып. 5.
10. Warren J. E., Root P. J. The Behaviors of naturally fractured reservoirs. — «Soc. Petr. Engrs Journ.», 1963, vol. 3, N 3.
11. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. М., Физматгиз, 1958.
12. Лаурентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., «Наука», 1973.
13. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.

14. Гусейнов Г. П., Багир-заде С. Н. Приток жидкости к скважине, частично вскрышей неоднородный трещиновато-пористый пласт, при неустановившемся режиме фильтрации.— «Азерб. нефт. хоз-во», 1971, № 8.
15. Гусейнов Г. П., Багир-заде С. Н. Одномерная фильтрация жидкости в трещиновато-пористой среде.— «Труды АЗНИПИнефть», Баку, 1972, вып. XXIV.
16. Гусейнов Г. П., Багир-заде С. Н., Керимов А. Г. Приток жидкости из трещиновато-пористого пласта к скважине с постоянным забойным давлением.— В кн.: Вопросы разработки нефтяных и газовых месторождений Азербайджана. Баку, 1974.
17. Багир-заде С. Н., Гусейнов Г. И. Исследование движения жидкости в трещиновато-пористом пласте при нестационарной фильтрации.— ПМТФ, 1972, № 6.
18. Багир-заде С. Н., Насруллаев И. А. Нестационарная фильтрация жидкости к прямойлинейной галерее в двухслойном трещиновато-пористом пласте.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 2.
19. Багир-заде С. Н. Приток однородной жидкости к галерее в трещиновато-пористом пласте.— «Азерб. нефт. хоз-во», 1972, № 7.
20. Багир-заде С. Н. Неустановившееся движение однородной жидкости к галерее в трещиновато-пористом пласте.— «Труды АЗНИПИнефть», Баку, 1973, вып. XXVIII.

УДК 622.276.038:532.5

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОМ ПЛАСТЕ ПРИ НАГНЕТАНИИ ГОРЯЧЕЙ ЖИДКОСТИ

Г. А. Гамидов, К. И. Кулиев, И. А. Насруллаев

(Баку)

Рассматривается распределение температуры в кусочно-однородном конечном пласте при воздействии горячей жидкости. Изучается влияние неоднородности проницаемости и теплофизических свойств отдельных зон пласта на характер перераспределения полей температур при плоскопараллельном и осесимметричном течениях нагнетаемой горячей жидкости. Дифференциальные уравнения, описывающие процесс распределения температуры, согласно схеме [1], решаются при переменных начальных и граничных условиях. Получены точные аналитические формулы, позволяющие произвести практические расчеты.

Рассматриваемая задача связана с важными для инженерной практики вопросами гидрологии, геотермии, а также разработки нефтяных и газовых месторождений [2—4, 5].

Известно, что нефтяные пласты по своим гидродинамическим и теплофизическим свойствам неоднородны. Изучению тепловых процессов в таких пластах посвящены работы [3, 4, 6] и др., причем некоторые из них носят приближенный характер. В работах [4, 6] рассматривается распространение температуры в полубесконечном пласте, состоящем из двух зон с различными постоянными гидродинамическими и теплофизическими параметрами при нагнетании в него горячей жидкости в случае плоскопараллельного течения.

Отметим, что в работе [6] найдены формулы для определения распределения температуры в пласте при малых и больших значениях времени.

В связи с практической важностью указанная в [4, 6] задача решается в данной работе, когда нагнетаемая горячая жидкость фильтруется в ко-