

результатов, а также П. М. Рыбину и Ю. Н. Урбановичу за помощь при проведении экспериментальных исследований.

Поступила в редакцию
10/VII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Г. Черный. *Astronautica Acta*, 1968, 13, 5.
2. A technique for studying supersonic combustion in the vicinity of a hypersonic missile, *Nat. Bur. Stand. techn. news bull.*, v. 44, 1960.
3. H. Behrens, W. Struth, F. Wecken. Tenth Symposium (International) on Combustion, 1965.
4. R. L. Alpert, T. — Y. Toog. *Astronautica Acta*, 1972, 17, 4.
5. H. F. Lehr. *Astronautica Acta*, 1972, 17, 4.
6. И. Вагнер. В сб. «Основные результаты экспериментов на ударных трубах». М., 1963.

УДК 536.46

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА, ОБДУВАЕМОГО ПОТОКОМ ГАЗА

А. Г. Истратов, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе
(Москва)

Анализ погашенных зарядов пороха [1] показывает, что его поверхность покрыта неровностями, имеющими более или менее выраженную периодичность. В связи с этим в работе [2] были построены приближенным методом волновые решения задачи, в которой учитывался снос продуктов газификации пороха газовым потоком, обтекающим горящую поверхность. При этом, однако, не было принято во внимание изменение структуры зоны газового пламени под воздействием искривлений поверхности и за счет течения газа вдоль нее. Кроме того, остался открытым вопрос об области параметров, в которой эти решения могут быть осуществимы. Отметим, что волновые решения малой амплитуды естественно возникают также при исследовании устойчивости горения пороха по отношению к двумерным возмущениям его поверхности, если в окрестности границы устойчивости характеристическая частота системы является комплексной; связь же параметров на границе устойчивости определяет область существования волновых решений.

Приводившиеся ранее исследования устойчивости [3—6] касались, главным образом, одномерных возмущений в отсутствие потока вдоль поверхности горения. Между тем, искривления поверхности пороха и газовый поток существенно влияют на структуру зоны газового пламени над поверхностью пороха и, таким образом, на границу устойчивого горения.

В настоящей работе анализируется устойчивость горения пороха к двумерным возмущениям при наличии потока газов, омывающего горящую поверхность. Исследование проводилось для конкретной модели стационарного горения порохов и взрывчатых веществ, предложенной А. Ф. Беляевым и Я. Б. Зельдовичем [3, 7], в которой над поверхностью пороха имелось газовое пламя с узкой зоной химической

реакции. Показано, что в потоке газов возникают новые области неустойчивого горения. Определяются условия, при которых вдоль горящей поверхности пороха распространяется слабо меняющаяся по амплитуде периодическая волна. Результаты сопоставляются с работами по исследованию одномерной устойчивости и с приближенным определением волновых решений, приведенным в [2].

1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВНЕШНЕГО ПОТОКА С ГАЗОВОЙ ЗОНОЙ ГОРЕНИЯ ПОРОХА

В теории нестационарного горения пороха, берущей начало от работы [3], широко используется то обстоятельство, что процессы тепловой релаксации в газовой зоне горения протекают намного быстрее, чем в твердом веществе. При плоскопараллельном горении можно связать скорость горения с пространственной производной температуры у поверхности горения и температурой поверхности [6]. Этот эффективный прием позволил получить решение целого ряда нестационарных задач, в том числе и задачи устойчивости. В случае, когда поверхность пороха не является плоской, использовать его нельзя, несмотря на то, что газовая зона остается квазистационарной; на зависимость скорости горения от состояния приповерхностного слоя пороха влияют искривления поверхности пороха. При наличии газового потока, омывающего поверхность пороха, эта зависимость должна включать также параметры, характеризующие и его влияние.

Чтобы получить зависимость скорости горения от производной температуры у поверхности пороха, температуры поверхности и параметров, учитывающих наличие газового потока и кривизну горящей поверхности, рассмотрим структуру газовой зоны горения, исходя из следующих представлений относительно зоны горения в газе. Будем предполагать, что, благодаря резкой зависимости скорости химической реакции от температуры, реакция происходит в узком слое, тогда в газовой зоне можно выделить зоны подогрева и химической реакции. Эта модель горения использовалась ранее в работах [3, 4].

Структура зоны горения представлена на рис. 1. В области 1 вещество пороха подогревается от начальной температуры T_0 до температуры поверхности T_s , при которой происходит разложение пороха в газообразное вещество. Продукты газификации, смешиваясь с диффундирующими к поверхности пороха продуктами горения, движутся по области 2 и нагреваются до температуры T_b теплом, поступающим из зоны химической реакции, расположенной на границе областей 2 и 3. Область 3 заполнена только продуктами горения. Поверхность

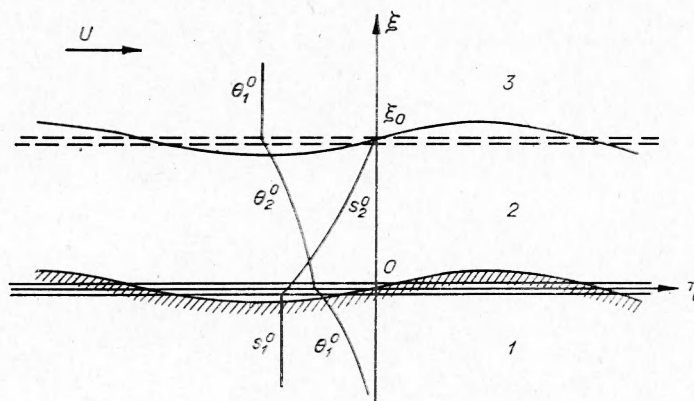


Рис. 1. Схема горения пороха.

пороха обтекается ламинарным потоком газа с характерной массовой скоростью U .

В рамках такой модели задача исследования структуры газовой зоны над искривленной поверхностью пороха сводится к совместному решению стационарных уравнений неразрывности, движения вязкой жидкости, диффузии и теплопроводности, причем сами решения зависят от времени параметрически через граничные условия.

Запишем в безразмерном виде линеаризованные уравнения неразрывности диффузии и теплопроводности в областях 2 и 3 (рассматриваются малые искривления поверхности пороха)

$$\frac{\partial \theta'_2}{\partial \xi} + v'_\xi \frac{d\theta_2^0}{d\xi} + v'_\eta \frac{\partial \theta'_2}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 \theta'_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta'_2}{\partial \eta^2}, \quad (\text{I.1})$$

$$\frac{\partial s'_2}{\partial \xi} + v'_\xi \frac{ds_2^0}{d\xi} + v'_\eta \frac{\partial s'_2}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 s'_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 s'_2}{\partial \eta^2}, \quad (\text{I.2})$$

$$\frac{\partial v'_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial v'_\eta}{\partial \eta} = 0, \quad (\text{I.3})$$

$$\frac{\partial \theta'_3}{\partial \xi} + v'_\eta \frac{\partial \theta'_3}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta'_3}{\partial \eta^2}, \quad (\text{I.4})$$

$$\left(\theta = \frac{T - T_0}{T - T_b}, \quad \xi = \frac{U_n}{\kappa} x, \quad \eta = \frac{U_n}{\kappa} y, \quad \tau = \frac{U_n^2}{\kappa} t, \quad v_\xi = \frac{j_x}{\rho U_n}, \right. \\ \left. v_\eta = \frac{j_y}{\rho U_n} \right).$$

Здесь (x, y) — система координат, связанная с невозмущенной поверхностью пороха (см. рис. 1), t — время, ρ и κ — плотность и температуропроводность пороха, U_n — линейная стационарная скорость газификации, T — температура, s — концентрация, j_x и j_y — компоненты массовой скорости газового потока по осям координат. Индексы 1, 2, 3 относятся к соответствующим областям, штрих означает возмущение, верхний индекс 0 относится к стационарным величинам. Коэффициенты температуропроводности и диффузии в газе предполагаются равными между собой и коэффициенту κ . Плотность газа является функцией только температуры. Стационарные распределения температуры, концентрации и касательной компоненты массовой скорости газового потока имеют вид:

$$\theta_0^0 = \Delta + (1 - \Delta) \exp(\xi - \xi_0), \quad s_2^0 = 1 - \exp(\xi - \xi_0), \quad \theta_3^0 = 1, \quad (\text{I.5})$$

$$v_\xi^0 = 1, \quad v_\eta^0 = Vf(\xi), \quad (f(\infty) = 1), \quad (\text{I.6})$$

$$\Delta = \frac{q_1}{c(T_b - T_0)}, \quad \xi_0 = \ln \frac{1 - \Delta}{\theta_s^0 - \Delta}, \quad \theta_s^0 = \frac{T_s - T_0}{T_b - T_0}, \quad V = \frac{U}{\rho U_n}.$$

Здесь q_1 — теплота реакции в зоне газификации, c — теплоемкость пороха, ξ_0 — расстояние от поверхности пороха до зоны реакции в газе. Стационарный профиль касательной компоненты массовой скорости газа $v_\eta^0(\xi)$ может быть найден из уравнений движения и предполагается известным.

Будем искать решения уравнений (I.1) — (I.4), зависящие от времени и координаты η как $\exp(\Omega\tau + iK\eta)$ (Ω — частота возмущения, K — волновое число). При произвольной длине волны возмущения получить совместное решение уравнений гидродинамики и тепло- и массопереноса в области 2 даже в линеаризованной постановке не удастся из-за взаимодействия концентрационных и температурных полей и поля течения. Поэтому, чтобы упростить исследование, будем в рамках

линейной задачи рассматривать только длинноволновые возмущения поверхности горения (длина волны много больше толщины прогретого слоя), что позволяет исключить из рассмотрения уравнения движения. Заметим, что случай длинноволновых возмущений как раз и представляет наибольший практический интерес. Предположение о том, что длина волны возмущения намного больше толщины прогретого слоя ($K \ll 1$) позволяет пренебречь в уравнениях (I.1) — (I.4) членами $\partial v'_\eta / \partial \eta$, $\partial^2 \theta'_2 / \partial \eta^2$, $\partial^2 s'_2 / \partial \eta^2$, т. е. пренебречь продольным кондуктивным переносом тепла и вещества. В этом приближении система уравнений (I.1) — (I.3) становится замкнутой, и из уравнения неразрывности (I.3) следует, что амплитуда возмущения поперечной составляющей массовой скорости газа как и в случае одномерных возмущений постоянна по всей зоне прогрева и решение для v'_ξ имеет вид:

$$v'_\xi = \beta \exp(\Omega \tau + iK\eta). \quad (I.7)$$

Отметим, что уравнение движения при таком подходе служит только для определения распределения давления, что не представляет для нас существенного интереса.

Несмотря на предположение о малости K , члены, содержащие произведение VK , будем удерживать, считая, что скорость внешнего потока достаточно велика и существенным является конвективный перенос тепла и вещества в двумерном температурном и концентрационном полях.

Подставляя выражения для возмущений температуры и концентрации

$$\theta'_2 = h(\xi) \exp(\Omega \tau + iK\eta), \quad s'_2 = g(\xi) \exp(\Omega \tau + iK\eta)$$

в (I.1), (I.2) и используя (I.5) — (I.7), получим уравнения для определения амплитуд этих возмущений

$$h'' - h' - iKVf(\xi)h = \beta(\theta_s^0 - \Delta) \exp \xi, \quad (I.8)$$

$$g'' - g' - iKVf(\xi)g = -\beta(\theta_s^0 - \Delta) \exp \xi. \quad (I.9)$$

При произвольной функции $f(\xi)$, описывающей зависимость продольной составляющей массовой скорости газового потока от координаты ξ , получить решение уравнений (I.8), (I.9) не удастся. Рассмотрим случай $f(\xi) \equiv 1$, т. е. постоянной по зоне прогрева массовой скорости газового потока. Поскольку плотность газа зависит от температуры, касательная к поверхности пороха составляющая линейной скорости газового потока резко меняется в области 2 от своего значения в зоне реакции в газе, равного величине характерной линейной скорости обтекания, до значительно меньшей величины на поверхности пороха. Для такого профиля скорости можно получить решения уравнений (I.8), (I.9) и выявить основные эффекты влияния внешнего потока и кривизны поверхности на процесс горения пороха. Учитывая, что истинное распределение скорости газового потока в настоящее время мало изучено и сама структура горения пороха, принятая в исследовании, является весьма приближенной, это упрощающее предположение следует считать оправданным.

Решение уравнений (I.8), (I.9) при $f(\xi) \equiv 1$ имеет вид:

$$h = b_1 e^{(1-\alpha)\xi} + b_2 e^{\alpha\xi} - \beta \frac{\theta_s^0 - \Delta}{\alpha(\alpha-1)} e^\xi, \quad (I.10)$$

$$g = c_1 e^{(1-\alpha)\xi} + c_2 e^{\alpha\xi} + \beta \frac{\theta_s^0 - \Delta}{\alpha(\alpha-1)} e^\xi, \quad (I.11)$$

$$\alpha = 1/2(1 + \sqrt{1 + i4VK}).$$

В зоне 3 решение уравнения (I.4), ограниченное на бесконечности, имеет вид:

$$\theta'_3 = d \exp[(1 - \alpha)\xi + \Omega\tau + iK\eta]. \quad (\text{I.12})$$

Для определения констант, входящих в решения, необходимо удовлетворить граничным условиям на зонах реакций. На поверхности пороха ($\xi = \xi_1$) должны быть заданы:

температура поверхности

$$\theta'_s = \frac{d\theta_2^0}{d\xi} \xi'_1 + \theta'_2, \quad (\text{I.13})$$

поток тепла, поступающий в к-фазу,

$$\varphi' = \frac{d^2\theta_2^0}{d\xi^2} \xi'_1 + \frac{\partial\theta'_2}{\partial\xi} - \Delta \frac{\partial\xi'_1}{\partial\tau}, \quad (\text{I.14})$$

количество вещества, поступающее в газ,

$$-s_2^0 \cdot \frac{\partial\xi'_1}{\partial\tau} + \frac{ds_2^0}{d\xi} \xi'_1 + s'_2 - \frac{d^2s_2^0}{d\xi^2} \xi'_1 - \frac{\partial s'_2}{\partial\xi} = -\frac{\partial\xi'_1}{\partial\tau}, \quad (\text{I.15})$$

условия непрерывности потока массы и полного потребления реагирующего вещества

$$-\frac{d\xi'_1}{\partial\tau} = v'_\xi, \quad -\frac{\partial\xi'_1}{\partial\tau} = w'_1. \quad (\text{I.16})$$

Здесь θ'_s , φ' , w'_1 , ξ'_1 — возмущения температуры поверхности, пространственной производной температуры у поверхности к-фазы, массовой скорости газификации и формы поверхности, амплитуды которых обозначим θ_s , Φ , W , F соответственно (зависимость всех возмущений от времени и координаты описывается множителем $\exp(\Omega\tau + iK\eta)$).

На поверхности зоны реакции в газе ($\xi = \xi_0 + \xi'_2$) надо учесть: непрерывность температуры

$$\frac{d\theta_2^0}{d\xi} \xi'_2 + \theta'_2 = \theta'_3, \quad (\text{I.17})$$

непрерывность концентрации

$$\frac{ds_2^0}{d\xi} \xi'_2 + s'_2 = 0, \quad (\text{I.18})$$

сохранение потока тепла

$$\frac{d^2\theta_2^0}{d\xi^2} \xi'_2 + \frac{\partial\theta'_2}{\partial\xi} - \frac{\partial\theta'_2}{\partial\xi} = (1 - \Delta) w'_2. \quad (\text{I.19})$$

Еще одно граничное условие, связывающее возмущение массовой скорости горения в газе w'_2 с пульсациями температуры горения и потока тепла в область 3, можно получить, рассматривая в приближении Зельдовича — Франк-Каменецкого [8] структуру зоны химической реакции (напомним, что в силу равенства всех коэффициентов переноса в газе имеется подобие полей концентрации и температуры). Это рассмотрение приводит к следующему уравнению:

$$\xi = \xi_0, \quad w'_2 = \frac{1}{1 - \Delta} \cdot \frac{\partial\theta'_2}{\partial\xi}, \quad (\text{I.20})$$

$$k = (T_s - T_0) \frac{d \ln(\rho U_n)}{dT_0}.$$

Подобное исследование структуры зоны газификации пороха было осуществлено в [5].

Подставляя в условия (I.13) — (I.20) решения (I.5), (I.7), (I.10), (I.11) и выражения для возмущений, найдем связь пульсаций скорости горения, производной температуры в к-фазе и температуры газификации в виде

$$\begin{aligned} \Phi [k(1-\Delta)^2 \cdot (2\alpha-1) + \theta_s^0(\alpha-1)^2 \cdot (1-\Delta) + \alpha(\alpha-1) \cdot \theta_s^0 \cdot (\Delta - \theta_s^0) \times \\ \times \exp 2\alpha\xi_0] + \psi_s [k(1-\Delta)^2 \cdot (1-2\alpha) - (\alpha-1) \cdot (\alpha^2 + \alpha - 1) \cdot \theta_s^0 \times \\ \times (1-\Delta) - \alpha(\alpha-1)^2 \cdot \theta_s^0(\Delta - \theta_s^0) \exp 2\alpha\xi_0] + W \{ k(1-\Delta)^2 \cdot (1-2\alpha) + \\ + (\alpha-1)(\theta_s^0 - \alpha\Delta)(1-\Delta) - \frac{1}{\Omega} \alpha^2(\alpha-1) \cdot (\theta_s^0 - \Delta) \cdot (1-\Delta) + \\ + (\Delta - \theta_s^0) \alpha \left[\alpha\Delta - \theta_s^0 - \frac{1}{\Omega} \alpha(\alpha-1) \cdot (\theta_s^0 - \Delta) \right] \exp 2\alpha\xi_0 \} = 0. \quad (I.21) \end{aligned}$$

В получившемся соотношении можно исключить величину ψ_s . Для этого следует рассмотреть структуру зоны газификации. Далее ограничимся рассмотрением модели горения пороха с постоянной температурой поверхности, т. е. положим $\psi_s = 0$. Формула (I.21) заменяет использовавшееся в работе [2], посвященной исследованию распространения волн малой амплитуды по поверхности горящего в потоке пороха, соотношение

$$We^{i\psi} - \frac{k}{k+r-1} \Phi = 0. \quad (I.22)$$

В работе [2] величина ψ рассчитывалась из чисто геометрических соображений, учитывающих только снос продуктов газификации газовым потоком. При этом оказалось, что ψ является действительной величиной. Расчет, проведенный выше с учетом распределения температуры в газовой фазе, показывает, что величина ψ является, вообще говоря, комплексной и зависит помимо параметров θ_s^0 , Δ , VK еще и от k и Ω . Действительной величиной ψ становится только при определенном соотношении параметров k , θ_s^0 , Δ , VK , таком, что $\text{Im}\psi = 0$. Заметим, что в зоне газификации возникают возмущения поперечной составляющей массовой скорости газового потока в соответствии с граничным условием, выражаемым первым уравнением в (I.16). Это обстоятельство не принималось во внимание в работе [2].

II. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА В ПОТОКЕ ГАЗА

Чтобы провести анализ устойчивости, следует рассмотреть уравнение теплопроводности в к-фазе, которое дает второе соотношение, связывающее величины W и Φ . Решая линеаризованное уравнение теплопроводности в области I

$$\frac{\partial \theta_1'}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta_1'}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta_1'}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta_1'}{\partial \eta^2} \quad (II.1)$$

с учетом предположения $K \ll 1$ и условия затухания возмущения при $\xi \rightarrow -\infty$, получим

$$\theta_1' = a \exp(p\xi + \Omega\tau + iK\eta), \quad p = 1/2(1 + \sqrt{1 + 4\Omega}). \quad (II.2)$$

Используя условие непрерывности температуры

$$\xi = 0, \quad \frac{d\theta_1^0}{d\xi} \xi_1' + \theta_2' = 0 \quad (II.3)$$

и равенство вычисляемого с помощью (II.2) потока тепла в к-фазу заданному (см. (I.14))

$$\xi = 0, \quad \varphi' = \frac{d^2\theta_1^0}{d\xi^2} \xi_1 + \frac{\partial\theta_1^0}{\partial\xi}, \quad (\text{II.4})$$

получим

$$\Phi - \frac{1}{p} W = 0. \quad (\text{II.5})$$

Приравнявая определитель систем уравнений (I.21), (II.5) нулю, получим характеристическое уравнение для Ω и $z = \sqrt{1+4\Omega}$:

$$a_3^2 \Omega^2 - [a_1(a_1 + a_3) - 2a_3(a_2 + a_4)] \Omega + (a_2 + a_4) \cdot (a_2 + a_4 - a_1) = 0, \quad (\text{II.6})$$

$$a_3 z^2 + 2a_1 z + 4a_2 + 4a_4 - 2a_1 - a_3 = 0. \quad (\text{II.7})$$

Здесь

$$a_1 = k(1 - \Delta)^2 \cdot (2\alpha - 1) + \theta_s^0(1 - \Delta) \cdot (\alpha - 1)^2 - \theta_s^0 \cdot (\Delta - \theta_s^0) \alpha (\alpha - 1) \times \\ \times \exp 2\alpha \xi_0,$$

$$a_2 = k(1 - \Delta)^2 \cdot (1 - 2\alpha) - \theta_s^0(1 - \Delta) \cdot (\alpha - 1) \cdot (\alpha^2 + \alpha - 1) + \\ + \theta_s^0(\theta_s^0 - \Delta) \cdot \alpha^2(\alpha - 1)^2 \exp 2\alpha \xi_0,$$

$$a_3 = k(1 - \Delta)^2 \cdot (1 - 2\alpha) + (1 - \Delta) \cdot (\theta_s^0 - \alpha\Delta) \cdot (\alpha - 1) + \\ + (\theta_s^0 - \Delta) \cdot (\Delta\alpha - \theta_s^0) \alpha \exp 2\alpha \xi_0,$$

$$a_4 = k(1 - \Delta)^2(2\alpha - 1) + (1 - \Delta) \cdot (\alpha - 1) \cdot (\alpha\theta_s^0 + \alpha^2\Delta - \theta_s^0) + \\ + (\Delta - \theta_s^0) \cdot (\Delta\alpha - \theta_s^0) \alpha (\alpha - 1) \exp 2\alpha \xi_0.$$

Область неустойчивого горения определяется условиями $\text{Re}\Omega > 0$, $\text{Re}z > 0$. Построение границ устойчивости производилось численно в силу громоздкости коэффициентов уравнений (II.6), (II.7).

Результаты анализа представлены на рис. 2. Область неустойчивости состоит из двух частей, одна из которых расположена между осью координат и кривой, исходящей из точки (0,1), а вторая расположена справа от кривой, пересекающейся осью абсцисс. Область устойчивого горения заключена между указанными кривыми. Наличие неустойчивого горения при больших VK можно доказать аналитически. Действительно, при $VK \gg 1$ коэффициенты a_i в (II.6), (II.7) можно записать в виде:

$$a_2 = \alpha_1 a_1, \quad a_3 = -a_1 \Delta / \theta_s^0, \quad a_4 = -a_1 \Delta \alpha / \theta_s^0, \\ \left[\alpha \cong \sqrt{\frac{VK}{2}} (1 + i) \right] \quad (\text{II.8})$$

и один из корней (II.6)

$$\Omega_1 = \frac{\theta_s^0 - \Delta}{\Delta} \sqrt{\frac{VK}{2}} (1 + i), \quad \text{Re}z_1 > 0. \quad (\text{II.9})$$

Интересно отметить, что наличие внешнего газового потока с не слишком большими значениями VK оказывает стабилизирующее влияние на горение пороха. Как следует из рис. 2, местоположение правой границы устойчивости очень чувствительно к величинам θ_s^0 и Δ ; при увеличении теплового эффекта реакции газификации (или уменьшении теплоты реакции в газовом пламени) область неустойчивости расширяется. Такое же влияние оказывает уменьшение температуры поверхности.

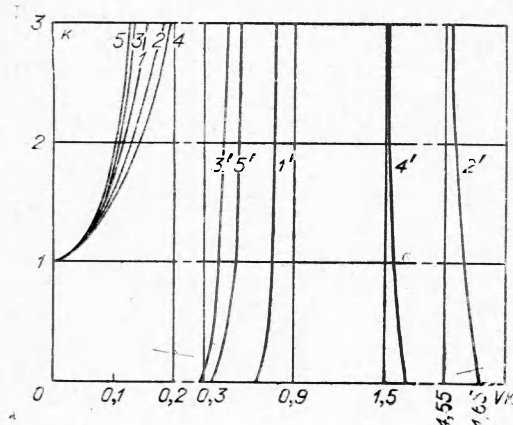


Рис. 2. Нейтральные кривые устойчивости на плоскости параметров KV, k .

1, 1' — $\theta_s^0 = 0,15$, $\Delta = 0,1$; 2, 2' — $\theta_s^0 = 0,15$, $\Delta = 0,05$; 3, 3' — $\theta_s^0 = 0,15$, $\Delta = 0,125$; 4, 4' — $\theta_s^0 = 0,2$, $\Delta = 0,1$; 5, 5' — $\theta_s^0 = 0,125$, $\Delta = 0,1$.

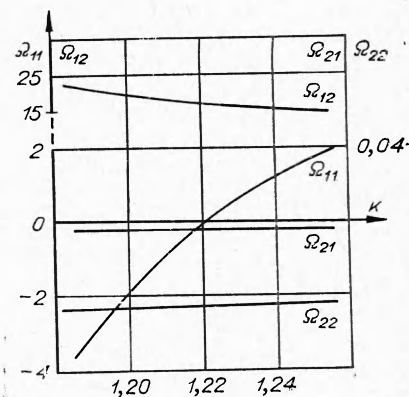


Рис. 3. Построение решения $\Omega_1 = \Omega_{11} + i\Omega_{12}$.

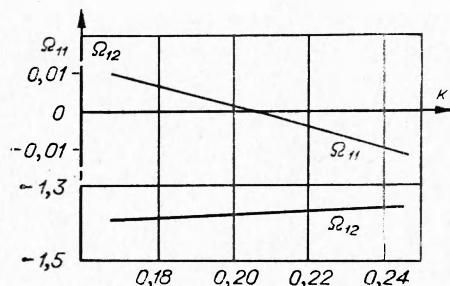


Рис. 4. Построение решения $\Omega_2 = \Omega_{21} + i\Omega_{22}$.

На рис. 3 и 4 произведено построение решений $\Omega_1 = \Omega_{11} + i\Omega_{12}$, $\Omega_2 = \Omega_{21} + i\Omega_{22}$ уравнения (II.6) в зависимости от параметра k вблизи обеих нейтральных кривых ($\theta_s^0 = 0,15$; $\Delta = 0,1$; $VK = 0,05$; $0,71$). Видно, что на границах устойчивости действительная часть одного из корней обращается в нуль, при этом его мнимая часть отлична от нуля. Это означает, что по поверхности горящего пороха распространяется волна постоянной амплитуды, движущаяся со скоростью, равной отношению мнимой части корня к волновому числу. Действительно, малое искривление поверхности пороха можно переписать в виде:

$$\xi_j' = F \exp(\Omega\tau + iK\eta) = F \exp\left[\Omega_{j1}\tau + iK\left(\eta + \frac{\Omega_{j2}}{K}\tau\right)\right], \quad j = 1, 2. \quad (\text{II.10})$$

На границе устойчивости $\Omega_{j1} = 0$ и амплитуда волны (II.10) постоянна. Поскольку на границе устойчивости действительная часть частоты обращается в нуль, то решение, описывающее слабо меняющуюся по амплитуде волну, существует также и в некоторой окрестности границы устойчивости. Периодические волны малой амплитуды могут быть причиной появления неровностей на поверхности пороха, горящего в газовом потоке.

На левой границе устойчивости (см. рис. 3) существуют оба корня, причем один из них (Ω_1) описывает волну постоянной амплитуды, распространяющуюся навстречу потоку газа, а второй (Ω_2) — слабо затухающую волну, движущуюся с гораздо меньшей скоростью и в противоположном направлении. Для второй волны удастся получить простое выражение для скорости распространения

$$v = U_n V \frac{1 - \theta_s^0}{1 - \Delta}. \quad (\text{II.11})$$

Декремент затухания этой волны порядка $V^2 K^2$. На правой границе устойчивости существует только один корень, второй является постоянным.

III. ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА К ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ДЛИННОВОЛНОВЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

В работе [6] проведен анализ одномерной устойчивости горения пороха с использованием общих зависимостей скорости горения и температуры поверхности от градиента температуры у поверхности конденсированной фазы, которые при линеаризации дают следующие два соотношения

$$\begin{aligned} W - \frac{k}{k+r-1} \Phi &= 0 \\ \vartheta_s - \frac{r}{k+r-1} \Phi &= 0 \end{aligned} \quad \left(r = \frac{dT_s}{dT_0} \right). \quad (\text{III.1})$$

Как уже отмечалось выше, связи (III.1) не выполняются в случае искривленной поверхности пороха; в (III.1) должны быть включены параметры, характеризующие влияние кривизны поверхности на структуру зон горения. Получение этих связей через рассмотрение конкретной структуры газовой зоны вызывает значительные математические трудности. (Заметим, что при исследовании двумерной устойчивости горения пороха в потоке газов (п. II) эти трудности устраняются введением предположения о достаточно большой скорости газового потока, такой что $V \gg K$.) Однако не исключен и другой подход, аналогичный разработанному для газовых ламинарных пламен феноменологическому подходу Маркштейна [9], в котором используется введение связи между скоростью распространения пламени и кривизной его фронта. Тогда, рассматривая длинноволновые возмущения и предполагая в рамках линейной теории, что скорость горения и температура поверхности связаны линейными соотношениями с кривизной фронта пламени, вместо (III.1) будем иметь

$$\begin{aligned} W - \frac{k}{k+r-1} \Phi + l_1 K^2 F &= 0 \\ \vartheta_s - \frac{r}{k+r-1} \Phi + l_2 K^2 F &= 0 \end{aligned} \quad F = -\frac{W}{\Omega}. \quad (\text{III.2})$$

Константы l_1 и l_2 могут быть определены из теоретического рассмотрения структуры зон горения или опытным путем при горении зарядов определенной геометрии.

Присоединим к уравнениям (III.2) связь между амплитудами возмущений W , Φ и ϑ_s , которую можно получить, подставив решение уравнения теплопроводности в конденсированной фазе (II.1) в граничные условия на поверхности пороха

$$\Phi - p_1 \vartheta_s + \frac{1}{\Omega} (p_1 - 1) W = 0, \quad p_1 = 1/2 (1 + \sqrt{1 + 4\Omega + 4K^2}). \quad (\text{III.3})$$

Условие разрешимости системы (III.2) — (III.3) определяет границу устойчивости

$$r = \frac{(k-1)^2}{k+1} - \frac{1}{k+1} \cdot K^2 [r^2 (l_1 - l_1 k - l_2 k - k) + r(1 - 2l_1) + 2kl_2] \quad (\text{III.4})$$

и характеристическую частоту на границе устойчивости

$$\begin{aligned} \Omega = \pm i \frac{\sqrt{k}}{r} \left\{ 1 + \frac{1}{2k} K^2 [k^2 (2l_1 + 3l_2) + k(rl_2 + 2r - 4l_1 - l_2) + \right. \\ \left. + 2l_1(1-r)] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Из (III.4) и (III.5) следует, что характеристическая частота на нейтральной кривой и сама граница устойчивости получают поправку порядка K^2 ; при этом частота на границе устойчивости остается чисто мнимой. Таким образом, при горении пороха в отсутствие газового потока по его поверхности может распространяться волна малой амплитуды.

Поступила в редакцию
3/V 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. О. И. Лейпунский. Докт. дисс., М., 1945.
2. В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
3. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12, 11, 12.
4. А. Г. Истратов, В. Б. Либрович. ПМТФ, 1964, 5.
5. С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев. ПМТФ, 1965, 1.
6. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1965, 4.
7. А. Ф. Беляев. Докл. АН СССР, 1939, 24, 3.
8. Я. Б. Зельдович. ЖФХ, 1948, 11.
9. Дж. Г. Маркштейн. Нестационарное распространение пламени. М., «Мир», 1968.

УДК 533.2.6

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ АБЛЯЦИОННОГО РАЗРУШЕНИЯ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ ПОКРЫТИЙ НА ОСНОВЕ ВЫСОКОПОЛИМЕРОВ

В. А. Шваб, В. А. Лошкарёв
(Томск)

Для тепловой защиты от действия больших тепловых потоков используются системы, состоящие из аблирующего материала на основе высокополимерных соединений. Физические особенности абляционного разрушения защитных покрытий в основном исследовались в зависимости от скоростных, температурных и физико-химических характеристик набегающего потока, по которым определяются абляционная стойкость и унос массы [1, 2]. Основные вопросы структурных изменений в слое такого рода покрытий, имеющих место в обугленной зоне и области пиролиза, существенно влияющие на стойкость и тепломассообмен абляционных покрытий, еще мало исследованы.

В предлагаемой работе приводятся результаты исследования абляционного разрушения теплозащитного покрытия (ТЗП) из материалов, полученных на основе высокополимерных соединений. Проведенные эксперименты позволили, в частности, установить влияние на унос массы и теплозащитной характеристики аблирующего слоя структурных особенностей выгорающего слоя, давления газов в микропорах обугленного слоя и характера вероятных химических реакций.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследования проводились на двух экспериментальных стендах: 1 — при нормальных и несколько повышенных давлениях в высокотемпературных газовых потоках ($T_{\max}=3500^\circ\text{K}$, $V_{\max}=100\text{ м/с}$); 2 — при