

**КАПИЛЛЯРНОЕ ДАВЛЕНИЕ, ГРАВИТАЦИОННОЕ
И ДИНАМИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗ
В СИСТЕМЕ ВОДА — НЕФТЬ — ГАЗ — ПОРОДА**

УДК 532.546

В. И. Пеньковский

**Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090 Новосибирск**

Концепция четырехфазной системы вода — нефть — газ — порода как совокупности четырех взаимопроникающих, но не смешивающихся в физико-химическом смысле континуумов предполагает, что в каждой «точке» пространства, занимаемого этой системой, на границах раздела фаз давления претерпевают скачки.

Пусть s_0, s, s_1 — насыщенности порового пространства породы газом, нефтью и водой соответственно ($s_0 + s + s_1 = 1$). В состоянии равновесия между давлениями p_0, p, p_1 в фазах должны быть выполнены два определяющих соотношения: $p = p_0 + F(s, s_1)$, $p_1 = p_0 - F_1(s, s_1)$. Здесь функции F, F_1 считаются заданными во внутренней области треугольной диаграммы (рис. 1), они зависят, по меньшей мере, от структуры порового пространства, физико-химических свойств жидкостей и породы, характеризуемых набором некоторых параметров, и от насыщенностей.

Проблема задания определяющих соотношений достаточно сложна и мало изучена в экспериментальном и теоретическом плане. Однако ситуация значительно упрощается, если какая-либо из переменных фаз обращается в нуль, что соответствует границам треугольной диаграммы. Для этих предельных случаев на основе экспериментальных данных в широком диапазоне пористых сред, насыщенных различными комбинациями пар жидкостей типа раствор электролита (или вода) — керосин — воздух, Левереттом было установлено [1], что

$$s = 0: \quad p_1 = p_0 - p_c^1 \varphi(s_0) = p_0 - p_c^1 \varphi(1 - s_1); \quad (1)$$

$$s_1 = 0: \quad p = p_0 - p_c^0 \varphi(s_0) = p_0 - p_c^0 \varphi(1 - s); \quad (2)$$

$$s_0 = 0: \quad p = p_1 + p_c^{01} \varphi(s) = p_1 + p_c^{01} \varphi(1 - s_1). \quad (3)$$

Определяемые, как правило, в условиях равновесия параметры p_c^0, p_c^1, p_c^{01} указывают на степень смачиваемости скелета среды соответствующими жидкостями и пропорциональны попарным разностям удельных работ когезии и адгезии частиц этих жидкостей. Если пренебречь работой сил когезии (адгезии) частиц газа, то можно принять приближенно $p_c^{01} = p_c^1 - p_c^0$. При $p_c^{01} > 0$ пористая среда считается гидрофильной, при $p_c^{01} < 0$ и соответствующей замене переменной s на s_1 — гидрофобной. Заметим, однако, что в условиях смены направления движения жидкостей знак p_c^{01} может меняться [2].

Моноotonно возрастающая функция $\varphi(s)$, совпадающая с точностью до множителя с известной функцией Леверетта, характеризует геометрию порового пространства и определяется параметрами распределения условных радиусов пор по их размерам.

Будем предполагать, что насыщенности нормированы таким образом, что $\varphi(0) = 0$, $\varphi(1) = 1$. При этом параметры p_c^0, p_c^1, p_c^{01} одновременно представляют собой максимально

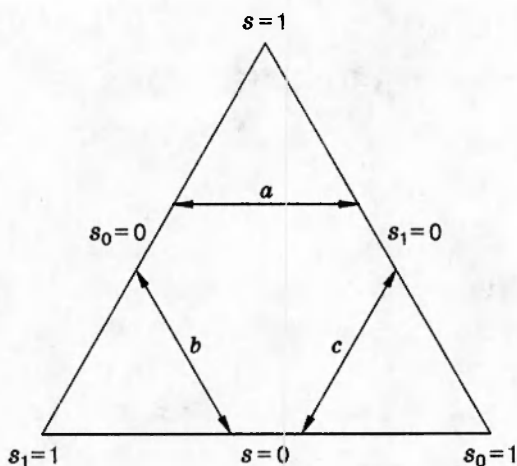


Рис. 1

возможные капиллярные давления.

Определяющие соотношения. Пусть при некотором фиксированном s на левой границе диаграммы, где $s_0 = 0$, $s_1 = 1 - s$ и имеет место формула (3), происходит смещение внутрь треугольной области в направлении правой границы, на которой $s_1 = 0$ и $s_0 = 1 - s$. При таком смещении насыщенность водой s_1 убывает, а кривизна водных менисков возрастает, что приводит к росту капиллярного скачка на границе нефть — вода. Этот скачок можно, с одной стороны, приближенно оценить тем же соотношением (3), увеличив нефтенасыщенность s на возросшую в результате смещения газонасыщенность s_0 . Другими словами, поскольку внутри области $1 - s_1 = s + s_0$, то положим $p = p^1 = p_1 + p_c^{01} \varphi(1 - s_1) = p_1 + p_c^{01} \varphi(s + s_0)$.

С другой стороны, при небольших смещениях от правой границы диаграммы к левой формула (2) позволяет выписать приближение $p = p^2 = p_0 - p_c^0 \varphi(1 - s) = p_0 \varphi(s_0 + s_1)$.

Рассматривая произвольную внутреннюю точку диаграммы как результат смещения от обеих границ (назовем эти смещения переходами a), для вычисления давления p в нефти примем средневзвешенную величину $p = p^1 s_1 / (s_1 + s_0) + p^2 s_0 / (s_1 + s_0)$ или в развернутом виде

$$p = [p_1 + p_c^{01} \varphi(s + s_0)] \frac{s_1}{s_1 + s_0} + [p_0 - p_c^0 \varphi(s_0 + s_1)] \frac{s_0}{s_1 + s_0}. \quad (4)$$

Из построения ясно, что на упоминавшихся выше границах диаграммы формула (4) переходит в «точные» формулы (3) и (2) соответственно.

Аналогичными рассуждениями для переходов b от левой границы к основанию и наоборот получим

$$p_1 = [p_0 - p_c^1 \varphi(s + s_0)] \frac{s_0}{s + s_0} + [p - p_c^{01} \varphi(s + s_0)] \frac{s}{s + s_0}. \quad (5)$$

Переходы c между правой границей диаграммы и основанием приводят к соотношению

$$p_0 = [p_1 + p_c^1 \varphi(s_0 + s)] \frac{s_1}{s_1 + s} + [p + p_c^0 \varphi(s_0 + s_1)] \frac{s}{s_1 + s},$$

которое не противоречит формулам (4) и (5), а, как легко проверить, является их следствием.

Разрешая формулы (4) и (5) относительно величин p и p_1 , после преобразований определяющие соотношения запишем в виде

$$\begin{aligned} p &= p_0 - p_c^0(1 - s_1)\varphi(1 - s) - (p_c^1 - p_c^{01})s_1\varphi(1 - s_1), \\ p_1 &= p_0 - p_c^0s\varphi(1 - s) - [(1 - s)p_c^1 + sp_c^{01}]\varphi(1 - s_1). \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим поведение полученных соотношений в окрестности особых точек-вершин треугольной диаграммы, соответствующих предельным насыщенностям какой-либо из фаз:

1) на стороне треугольника $s_0 = 0$ ($s_1 = 1 - s$) из формул (6) формально получим выражения

$$\begin{aligned} p &= p_0 - p_c^0s\varphi(1 - s) - (p_c^1 - p_c^{01})(1 - s)\varphi(s), \\ p_1 &= p^0 - p_c^0s\varphi(1 - s) - [(1 - s)p_c^1 - sp_c^{01}]\varphi(s), \end{aligned}$$

из которых в результате исключения давления p_0 в исчезнувшей газовой фазе следует «точная» формула (3). Кроме того, при $s \rightarrow 0$ из этих выражений находим $p \rightarrow p_0$, $p_1 \rightarrow p_0$, тем самым $p \rightarrow p_1$, а при $s_1 \rightarrow 0$ имеем $p \rightarrow p_0$, $p_1 \rightarrow p_0 - p_c^{01}$, т. е. $p - p_1 = p_c^{01}$;

2) при $s \rightarrow 0$ ($s_1 \rightarrow 1 - s$) из соотношений (6) вытекает прежде всего формула (1), и, кроме того, для давления p в «исчезающей» нефтяной фазе получим выражение $p = p_0 - p_c^0s_0 - (p_c^1 - p_c^{01})(1 - s_0)\varphi(s_0)$, из которого следует $p \rightarrow p_0$ при $s_0 \rightarrow 0$ и $p \rightarrow p_0 - p_c^0$ при $s_1 \rightarrow 0$;

3) при $s_1 \rightarrow 0$ ($s \rightarrow 1 - s_0$) из первой формулы соотношений (6) вытекает «точная» формула (2), а для давления p_1 в «исчезающей» водной фазе найдем $p_1 = p_0 - p_c^0(1 - s_0)\varphi(s_0) - s_0(p_c^1 - p_c^{01}) - p_c^{01}$, откуда $p_1 \rightarrow p_0 - p_c^1$ при $s \rightarrow 0$ и $p_1 \rightarrow p_0 - p_c^{01}$ при $s_0 \rightarrow 0$.

Результаты рассмотренных предельных переходов представляются естественными, физически не противоречивыми.

Гравитационное распределение фаз. В качестве первого тривиального примера применения соотношений (6) рассмотрим стационарное гравитационное распределение фаз по вертикали в окруженном водой нефтегазовом месторождении или отдельном углеводородном включении в зоне аэрации ($s_0 \geq 0$) почвогрунтов, загрязненных нефтепродуктами. Аналогичные задачи рассматривались в работах [3–5], где приведены результаты лабораторных экспериментов и некоторые расчеты по упрощенным математическим моделям. В частности, в [3] предполагалось, что насыщенность водой s_1 определяется только капиллярным давлением между нефтью и водой, а общая насыщенность жидкими фазами ($s + s_1$) является функцией капиллярного давления между нефтью и газом.

Пусть ось y направлена вертикально вверх и ее начало $y = 0$ соответствует положениям нижних границ углеводородного включения (месторождения) или зоны аэрации почвогрунтов, на которых $s_0 = 0$, $s_1 = 1$ и давление в воде $p_1 = 0$. Поскольку плотность газа (воздуха) сравнительно невелика, то можно принять, что давление в нем не зависит от высоты, т. е. $p_0 \equiv \text{const}$. В состоянии покоя давления в жидкостях должны быть гидростатическими:

$$p_1 = -\gamma_1 y, \quad p = p^0 - \gamma y.$$

Здесь γ_1 , γ — удельные веса соответствующих жидкостей; p^0 — давление в нефти на уровне $y = 0$.

Для определенности предположим, что при $y = 0$ давления во всех фазах одинаковы

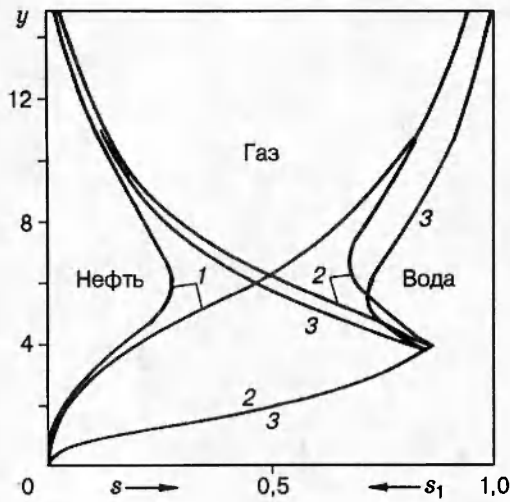


Рис. 2

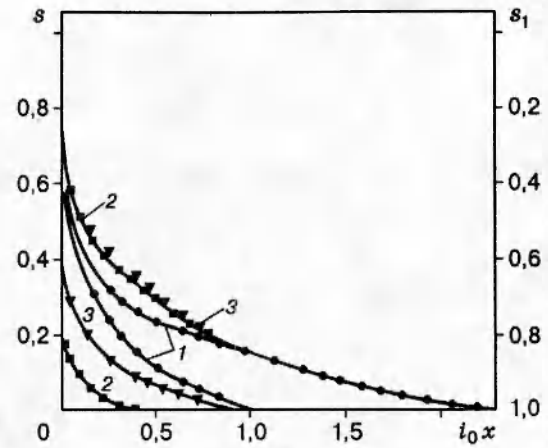


Рис. 3

и равны нулю ($p^0 = p_0 = 0$). Подставляя значения p_0, p, p_1 в формулы (6), для каждого фиксированного y получим систему нелинейных алгебраических уравнений, из которых определяются значения насыщенности водой s_1 и нефтью s :

$$s_1 = 1 - \varphi^{-1} \left[\frac{y - h_c^0 s \varphi(1-s)}{(1-s)h_c^1 + s h_c^{01}} \right], \quad s = 1 - \varphi^{-1} \left[\frac{\delta y - (h_c^1 - h_c^{01}) s_1 \varphi(1-s_1)}{h_c^0 (1-s_1)} \right]. \quad (7)$$

Здесь $h_c^i = p_c^i / \gamma_1$ ($i = 0; 1; 01$); $\delta = \gamma / \gamma_1$; φ^{-1} — функция, обратная функции φ .

На рис. 2 приведены графики решений системы уравнений (7) гравитационного распределения фаз для функции капиллярного давления $\varphi(s) = (0,1s/(1,1-s))^{1/2}$ и $h_c^0 = 15$. Кривые 1–3 соответствуют $h_c^1 = 20, h_c^{01} = 5$; $h_c^1 = 20, h_c^{01} = 1$; $h_c^1 = 16, h_c^{01} = 1$.

Видно, что соотношение капиллярных давлений h_c^0, h_c^1, h_c^{01} существенно влияет на характер распределения фаз. В частности, для примерно равносмачивающих скелет породы несмешивающихся жидкостей в нижней части включения образуется зона, свободная от газа (кривые 2, 3).

Внутреннее капиллярное запираение двух фаз при квазитрехфазной фильтрации. В качестве второго примера применения соотношений (6), замыкающих систему уравнений движения и законов сохранения масс при трехфазной фильтрации, рассмотрим задачу о предельном равновесии нефтегазового включения с потоком воды, протекающим сквозь это включение. Аналогично случаю квазидвухфазной фильтрации [6] предположим, что газ и нефть находятся в неподвижном капиллярно-запертом состоянии.

Из уравнений движения в этом случае следует, что давления (напоры) в неподвижных фазах постоянны ($h \equiv h^0, h_0 \equiv h_0^0$). Ограничиваясь рассмотрением одномерного движения, выберем направление оси x противоположно вектору скорости набегающего потока воды, а начало $x = 0$ — соответствующим выходному сечению включения, расположенного в некоторой области $0 \leq x \leq a$.

В указанной области процесс фильтрации воды подчиняется обобщенному закону Дарси и уравнению неразрывности

$$v_1 = -k_1 f_1(s_1) \frac{\partial h_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

Пусть вне включения имеется однородный фильтрационный поток воды, движущейся под действием гидравлического уклона i_0 . Тогда из второго уравнения системы (8) и условия сопряжения потоков имеем $v_1 = -i_0 k_1$.

Под термином предельное равновесие будем понимать такое состояние углеводородного включения, при котором в выходном его сечении насыщенность водой равна нулю ($s_1 = 0$). Увеличение гидравлического уклона набегающего фильтрационного потока приводит к разрушению включения, находившегося ранее в состоянии предельного равновесия [6].

Заметим, что в точке $x = 0$ выхода воды из нефтегазового включения ни одна из капиллярно-запертых фаз не может достигать предельных значений $s(0) = 1$ или $s(0) = 0$ ($s_0(0) = 1$), поскольку, как нетрудно убедиться, эти значения соответствуют случаям капиллярного запираания только нефтяного или только газового включения. Это накладывает определенное ограничение на задание разности констант $h^0 - h_c^0$. Выбирая точку отсчета напоров так, чтобы давление в газе равнялось нулю: $h_g^0 = 0$ ($p_0 \equiv 0$), легко видеть, что это ограничение сводится к неравенству $h^0 \geq -h_c^0$.

Введем безразмерный параметр задачи d ($0 \leq d \leq 1$), полагая $h^0 = -dh_c^0$. Тогда, определив функцию $z(s_1) = [d - d_c s_1 \varphi(1 - s_1)] / (1 - s_1)$ ($d_c = (h_c^1 - h_c^{01}) / h_c^0$), из первого уравнения соотношений (6) найдем

$$s(s_1) = 1 - \varphi^{-1}(z(s_1)). \quad (9)$$

Таким образом, согласно формуле (9), нефтенасыщенность на выходе $s(0)$ целиком определяется заданием параметра d , поскольку $s(0) = 1 - \varphi^{-1}(d)$. Предельные значения параметра d ($d = 0$ и 1) соответствуют отмеченным выше вырожденным случаям запираания одной из фаз.

Для $d_c \leq 1$ и $d \in (0, 1)$ найдется такое значение водонасыщенности $s_1 = s_1^0$, что $z(s_1^0) = 1$ ($s(s_1^0) = 0$). Пусть оно достигается в точке $x = x^0$ включения. Это означает, что при $x > x^0$ в капиллярно-запертом состоянии может находиться только газ и $s \equiv 0$. Из монотонности функции φ следует, что s_1^0 в указанном диапазоне изменения параметров d и d_c находится однозначно как корень трансцендентного уравнения $s_1^0 = (1 - d) / (1 - d_c \varphi(1 - s_1^0))$. Распределение насыщенностей $s(x)$, $s_1(x)$ и $s_0(x) = 1 - (s + s_1)$ получим путем интегрирования уравнения (8) с учетом соотношений (6), (9) и краевого условия $s_1(0) = 0$ в виде

$$i_0 x = I(s_1) - f_1(s_1)g(s_1, s), \quad (10)$$

где

$$g(s_1, s) = h_c^0 s z(s_1) + [(1 - s)h_c^1 + s h_c^{01}] \varphi(1 - s_1); \quad I(s_1) = \int_0^{s_1} g(s_1, s) f_1'(s_1) ds_1.$$

Для $s_1^0 < s_1 < 1$ ($x^0 < x \leq a$) в выражении (10) следует положить $s \equiv 0$, $g(s_1, 0) = g_0(s_1) = h_c^1 \varphi(1 - s_1)$. В частности, для максимального размера a нефтегазового включения имеем формулу

$$a = [I(s_1^0) + \int_{s_1^0}^1 g_0(s_1) f_1' ds_1] / i_0.$$

На рис. 3 представлены графики распределения насыщенностей в нефтегазовом

включении с внутренним капиллярным запираением нефтяной и газовой фаз в условиях предельного равновесия с потоком воды, движущейся под действием градиента напора на бесконечности i_0 . Кривые 1 соответствуют $h_c^0 = 10$, $h_c^1 = 20$, $h_c^{01} = 10$, $d = 0,3$; 2 — $h_c^0 = 10$, $h_c^1 = 20$, $h_c^{01} = 10$, $d = 0,5$; 3 — $h_c^0 = 15$, $h_c^1 = 20$, $h_c^{01} = 15$, $d = 0,3$. Относительная фазовая проницаемость f_1 для водной фазы в расчетах принята в виде степенной функции $f_1(s_1) = s_1^{3,5}$.

В заключение сформулируем основные результаты.

1. Путем дробно-линейной интерполяции от границ внутрь треугольной фазовой диаграммы получены соотношения между скачками давлений в фазах и насыщенностями для системы типа вода — нефть — газ — порода. При построениях необходимо знание функции Леверетта, характеризующей поровое пространство среды, и характерных капиллярных давлений для каждой пары насыщающих среду флюидов. Эти соотношения являются определяющими в уравнениях, описывающих процесс трехфазной фильтрации с учетом действия капиллярных сил.

2. На базе построенных соотношений решены две модельные задачи: о статическом равновесии фаз в поле силы тяжести при загрязнении зоны аэрации водоносного горизонта нефтепродуктами и о внутреннем капиллярном запираении нефтегазового включения, находящегося в однородном фильтрационном потоке воды.

3. Как показывают многовариантные расчеты, картина распределения фаз в области включений существенно зависит от соотношения характерных величин капиллярных давлений в обеих задачах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964.
2. Доманский А. В., Пеньковский В. И. Двухфазная фильтрация в смешанно-смачиваемых пористых средах // ПМТФ. 1988. № 3. С. 123–129.
3. Eckberg D. K., Sunada D. K. Nonsteady three-phase immiscible fluid distribution in porous media // Water Resour. Res. 1984. V. 20, N 12. P. 1891–1897.
4. Essaid H. I., Herkelrath W. N., Hess K. M. Simulation of fluid distribution observed at a crude oil spill site incorporating hysteresis, oil entrapment, and spatial variability of hydraulic properties // Water Resour. Res. 1993. V. 29, N 6. P. 1753–1770.
5. Lenhard R. J., Parker J. C. Experimental validation of the theory of extending two-phase saturation-pressure relations to three-fluid phasesystems for monotonic drainage paths // Water Resour. Res. 1988. V. 24, N 3. P. 373–380.
6. Антонцев С. Н., Доманский А. В., Пеньковский В. И. Фильтрация в прискважинной зоне пласта и проблемы интенсификации притока. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1989.

Поступила в редакцию 31/VIII 1995 г.