

ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ СВАРНОГО СОЕДИНЕНИЯ С ТОНКИМ ПОДАТЛИВЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ НЕБОЛЬШОГО РАЗМЕРА

А. Б. Боринцев, И. Ю. Девингталь, Ю. А. Необердин,
А. В. Швецов

(Ленинград)

1. Прочность сварного соединения зависит от свойств зоны сплавления, которая может иметь вид тонкой прослойки с пониженными прочностными и деформационными свойствами с технологическими дефектами, в том числе типа включений (см., например, [1, 2]). Объект исследования данной работы — плоская модель сварного соединения (рис. 1), которая представляет собой две соединенные через тонкую прослойку толщиной $2h$ полуплоскости с модулями упругости E_+ , E_- и коэффициентами Пуассона ν_+ , ν_- ; E и ν материала прослойки, очевидно, либо совпадают с соответствующими упругими постоянными одного из сваренных материалов, либо являются промежуточными между ними (например, средними). На некотором участке прослойка прерывается инородным, относительно податливым тонким включением с модулем упругости E_0 . В показанной на рис. 1 системе координат Oxy включение занимает область $|x| \leq a$, $|y| \leq h_0 g(x)$, где a — половина длины включения, h_0 — половина средней толщины включения ($h_0 \ll a$), а $g(x)$ — безразмерная функция формы включения, среднее значение которой на отрезке от $-a$ до $+a$ равно единице, т. е. $[g(x)]_a = 1$.

Нагружение в рассматриваемой модели осуществляется на бесконечности напряжением $\sigma_y^\infty = pf(x)$, где p — среднее на участке от $-a$ до $+a$ оси x напряжение, а $f(x)$ — функция неоднородности распределения напряжений такая, что $[f(x)]_a = 1$.

Под относительно податливым понимается включение, которое приводит к положительной концентрации упругих напряжений в тонкой прослойке у его концов. Тонкая прослойка имитирует зону сплавления с пониженными (по сравнению со свариваемыми материалами) механическими свойствами. Поэтому очагами начала разрушения гипотетически полагаются части прослойки, прилегающие к концам включения, где имеет место неблагоприятное сочетание высокого уровня упругих напряжений с низким уровнем прочностных и деформационных свойств металла прослойки.

Цель данной работы — определение критического значения внешней нагрузки p для включений небольшого размера, которые часто встречаются в инженерной практике и оценка влияния которых на снижение прочности сварного соединения представляет собой малоизученную задачу.

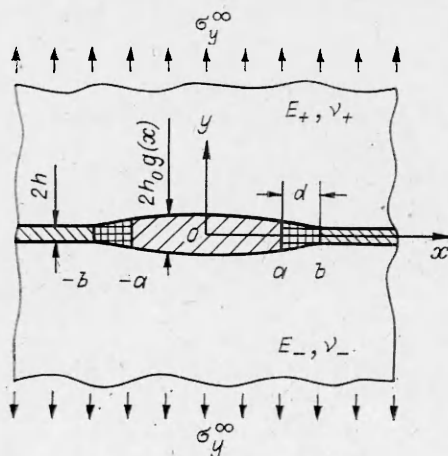


Рис. 1

2. Тонкие податливые включения в однородном материале исследовались в рамках плоской задачи линейной теории упругости в ряде работ (см., например, [3—6]). В этих работах использован метод, заключающийся в сведении граничных условий с границ включения на ось x и в сведении исходной задачи о включении к соответствующей задаче о трещине, противоположные берега которой нагружены нормальными напряжениями $q(x)$, связанными с расхождением (раскрытием) берегов трещины $\delta(x) = v^+(x) - v^-(x)$ линейной зависимостью, которая для упругого включения на рис. 1

имеет вид

$$(2.1) \quad q(x) = \sigma_0 \varphi(x) + E_0 \delta(x) / 2h_0 g(x), \quad |x| < a,$$

где $\sigma_0 \varphi(x)$ — начальные напряжения во включении, представленные в виде произведения их среднего значения σ_0 на безразмерную функцию $\varphi(x)$, удовлетворяющую условию $[\varphi(x)]_a = 1$ (начальными напряжениями могут быть, например, технологические напряжения, которые появляются из-за разности коэффициентов линейного расширения включения и металлической матрицы).

Указанный способ замены включения трещиной позволяет определить коэффициенты интенсивности напряжений K_I у концов включения и далее воспользоваться линейной механикой разрушения для оценки критических значений внешней нагрузки p . С другой стороны, этот же подход позволяет перейти при заданных радиусах закругления концов включения ρ от коэффициентов интенсивности напряжений к коэффициентам концентрации $K_t = 1 + 2K_I/\rho \sqrt{\pi r}$ и далее воспользоваться классической теорией прочности для оценки критических значений того же p . Однако нетрудно показать, что оба эти подхода применительно к включениям с малыми характерными размерами не дают корректных результатов. Например, из [4] для эллиптического включения с функцией формы $g(x) = (4/\pi) \sqrt{1 - x^2/a^2}$ ($|x| \leq a$) следует, что линейная механика разрушения работает только при $a > K_{Ic}^2 / \pi \sigma_n^2 (1 - k)^2$, где K_{Ic} , σ_n — вязкость разрушения и прочность материала вблизи конца включения, причем эффективная жесткость этого включения $k = (\pi/4)(1 - \nu^2)(a/h_0)(E_0/E)$ должна быть меньше единицы, а вычисленный по K_I коэффициент концентрации $K_t = 1 + (\pi/4)(1 - k)(a/h_0)$ не зависит от размеров включения a и h_0 при пропорциональном их изменении и не позволяет учесть масштабный фактор.

Отмеченные затруднения аналогичны тем, которые встречаются в теории трещин, где с целью их преодоления предложен ряд подходов, основанных на учете нелинейных эффектов в поведении материала у кончиков трещины, в частности модели трещины с тонкими зонами необратимых деформаций. При этом вместо исходной трещины длиной $2a$ изучается мнимая трещина увеличенной длины $2b$, в которой сопротивление убранного материала заменяется действием напряжений $q(x)$, приложенных к ее противоположным берегам. В подходе Леонова — Панасюка [7] напряжение $q(x)$ считается постоянным и определяется прочностью тонкой зоны. Локальным критерием разрушения в [7] принято достижение раскрытием трещины в точках $x = \pm a$ некоторого критического значения δ_c , которое считается постоянной материала. К сожалению, этот подход не может полностью устранить ограничения на длину трещины, поскольку для его корректности необходимо, чтобы $2a$ было, по крайней мере, не меньше δ_c . Применительно к более мелким дефектам надо, очевидно, отказаться от предположения, что δ_c — постоянная материала, и считать его зависящим от размера дефекта.

Наименьшее усложнение подхода Леонова — Панасюка — это предположение о наличии линейной связи между напряжением $q(x)$ и расхождением $\delta(x)$ берегов мнимой трещины на дополнительных участках. В случае, если предполагается уменьшение $q(x)$ с увеличением $\delta(x)$, например, по формуле

$$(2.2) \quad q(x) = \sigma_n - M\delta(x)/2h_0,$$

где σ_n , M — предел прочности и модуль разупрочнения материала тонкой зоны, то, как впервые показано применительно к большим трещинам в [8], получают качественно новые результаты, проявляющиеся в отсутствии необходимости задавать изначально какой-либо критерий разрушения. Некоторые дополнительные сведения по такому подходу даны в [9]. Возможность использования указанного подхода для трещин малого размера продемонстрирована в [10].

В настоящей работе зависимость (2.2) используется для описания поведения участков зоны сплавления, прилегающих к концам тонкого включения, что предполагает два момента. Во-первых, в окрестности концов включения изначально существует такая плотность микродефектов, что их дальнейшее развитие при деформации снижает прочность зоны сплавления в большей степени, чем она может повыситься из-за упрочнения сплошного (неповрежденного) материала между микродефектами. Во-вторых, в процессе деформирования при специальных условиях нагружения развитие микродефектов может происходить устойчиво вплоть до полного разделения материала по зоне сплавления, что соответствует плавному снижению сопротивляемости этого материала от исходного предела прочности σ_{π} вплоть до нулевого значения, т. е. его деформационному разупрочнению. Экспериментальное исследование эффекта деформационного разупрочнения зоны сплавления возможно, но только при очень жестких условиях нагружения с контролем за перемещениями δ ее границ (см., например, [11]). В реальных условиях нагружения стандартных образцов на типовых испытательных машинах участок разупрочнения на диаграмме деформирования прослойки из-за избытка подводимой к ней энергии (по сравнению с той, которую она может поглотить) не может полностью устойчиво реализоваться и обрывается прежде, чем ее сопротивление $q(x)$ снизится до нуля. Тем не менее все же надо исходить из полной диаграммы деформирования, как потенциально возможной, что соответствует увеличению δ в (2.2) вплоть до предельного значения $\delta_p = 2h\sigma_{\pi}/M$, при котором происходит обращение напряжения q в нуль. Степень фактической реализации этого участка диаграммы деформирования может быть найдена в ходе решения задачи на основе исследования условий существования и единственности ее решения по методу [8, 9]. Трудности экспериментального изучения участка разупрочнения и его модуля M можно обойти с помощью известного подхода (см., например, [12, 13]), когда площадь под полной диаграммой деформирования равна энергии 2γ , затраченной на образование двух новых поверхностей разрыва, которая, в свою очередь, связана с вязкостью разрушения K_{Ic} . Для (2.2) такой подход дает оценку

$$(2.3) \quad h/M = (1 - \nu^2)(K_{Ic}/\sigma_{\pi})^2/E,$$

где K_{Ic} — вязкость разрушения по зоне сплавления сварного соединения.

3. Для решения рассматриваемой задачи реальное включение длиной $2a$ вместе с зонами разупрочнения прослойки заменяется мнимой трещиной длиной $2b = 2a + 2d$ с приложенными к ее берегам нагрузками $S(x) = -pf(x) - q(x)$. Задача предполагается симметричной относительно оси y , что позволяет ограничиться рассмотрением одной полуплоскости $x \geq 0$. Напряжения $q(x)$ находятся в соответствии с (2.1) при $0 \leq x \leq a$ и с (2.2) при $a \leq x \leq b$. Из решения задачи для трещины на границе раздела двух упругих сред известно, что наличие разницы в упругих свойствах составной плоскости приводит к физически некорректному явлению осцилляции напряжений и перемещений у концов трещины [14, 15]. Однако эти явления сосредоточены в очень малой окрестности вершин трещины, и для получения физически корректного решения ими можно пренебречь (см., например, [12]). В этом случае выражение для расхождения берегов трещины относительно безразмерной переменной $\xi = x/b$ получим из результатов [15] в виде

$$(3.4) \quad \delta(\xi) = \frac{4m_1 b}{\pi E_1} \int_0^1 S(t) K(\xi, t) dt, \quad 0 \leq \xi \leq 1,$$

где $K(\xi, t) = \ln | (\sqrt{1 - \xi^2} + \sqrt{1 - t^2}) / (\sqrt{1 - \xi^2} - \sqrt{1 - t^2}) |$;

$$\frac{2m_1}{E_1} = \frac{m_+ (1 + \nu_-)}{E_- (1 + \nu_+)} + \frac{m_- (1 + \nu_+)}{E_+ (1 + \nu_-)};$$

$m_{\pm} = 1 - \nu_{\pm}^2$ при плоской деформации и $m_{\pm} = 1$ при обобщенном плоском напряженном состоянии.

Подстановка в (3.1) соотношений (2.1) и (2.2) с учетом (2.3) позволяет получить интегральное уравнение относительно безразмерных перемещений $w(\xi) = \delta(\xi)(\pi E_1/4m_1\sigma_{II}a)$:

$$(3.2) \quad w(\xi) + \frac{b}{a} \left[k_0 \int_0^{a/b} w(t) \frac{K(\xi, t)}{g(t)} dt - a_0 \int_{a/b}^1 w(t) K(\xi, t) dt \right] = \\ = -F_0(\xi) + (p/\sigma_{II}) F_1(\xi) - (\sigma_0/\sigma_{II}) F_2(\xi), \quad 0 \leq \xi \leq 1,$$

где $F_0(\xi) = \frac{b}{a} \int_{a/b}^1 K(\xi, t) dt; F_1(\xi) = \frac{b}{a} \int_0^1 f(t) K(\xi, t) dt;$

$$F_2(\xi) = \frac{b}{a} \int_0^{a/b} \varphi(t) K(\xi, t) dt;$$

$k_0 = 2m_1 E_0 a / \pi E_1 h_0$ — эффективная жесткость включения; $a_0 = 2a / \pi I_c$ — эффективный размер включения; $I_c = (1 - \nu^2) E_1 K_{Ic}^2 / m_1 E_0 \sigma_{II}^2$ — относительная трещиностойкость прослойки.

Для установления соответствия между неизвестным размером $d = b - a$ зоны разупрочнения и нагрузкой p уравнение (3.2) необходимо дополнить условием плавности смыкания берегов мнимой трещины, а именно $d\delta(x)/dx = 0$ при $x = b$, которое с учетом (2.1) — (2.3) и (3.1) относительно $w(\xi)$ записывается как

$$(3.3) \quad k_0 \int_0^{a/b} \frac{w(t) dt}{g(t) \sqrt{1-t^2}} - a_0 \int_{a/b}^1 \frac{w(t) dt}{\sqrt{1-t^2}} = - \int_{a/b}^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} + \\ + \frac{p}{\sigma_{II}} \int_0^1 \frac{f(t) dt}{\sqrt{1-t^2}} - \frac{\sigma_0}{\sigma_{II}} \int_0^{a/b} \frac{\varphi(t) dt}{\sqrt{1-t^2}}.$$

Напряжения $q(\xi)$ в прослойке при $x \geq b$ ($\xi \geq 1$) в рассматриваемой постановке задачи выражаются по формуле

$$(3.4) \quad q(\xi)/\sigma_{II} = \frac{p}{\sigma_{II}} f(\xi) + \frac{2}{\pi} \xi \sqrt{\xi^2 - 1} \left\{ - \int_{a/b}^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}(\xi^2 - t^2)} + \right. \\ + \frac{p}{\sigma_{II}} \int_0^1 \frac{f(t) dt}{\sqrt{1-t^2}(\xi^2 - t^2)} - \frac{\sigma_0}{\sigma_{II}} \int_0^{a/b} \frac{\varphi(t) dt}{\sqrt{1-t^2}(\xi^2 - t^2)} - \\ \left. - k_0 \int_0^{a/b} \frac{w(t) dt}{g(t) \sqrt{1-t^2}(\xi^2 - t^2)} + a_0 \int_{a/b}^1 \frac{w(t) dt}{\sqrt{1-t^2}(\xi^2 - t^2)} \right\}.$$

Решение (3.2) при произвольной правой части существует не всегда. Выявление условий его существования связано с нахождением нетривиальных решений соответствующего однородного интегрального уравнения. Эти условия зависят от трех безразмерных параметров: k_0 , a_0 и b/a . Функция $K(\xi, t)$ переменных ξ, t ($0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq t \leq 1$) положительно определенная. Поэтому при $b/a = 1, k_0 > 0, g(t) > 0$ решение интегрального уравнения (3.2) существует и соответствует упругому решению. Увеличение отношения b/a при фиксированных $k_0 > 0$ и $a_0 > 0$ приводит к уменьшению вклада первого интеграла в левой части (3.2) и увеличению вклада второго интеграла со знаком минус. В конце концов отношение b/a обязательно достигнет некоторого значения λ_1 , имеющего смысл наименьшего положительного характеристического числа, при котором появляются не-

тривиальные решения однородного интегрального уравнения и не существует решения исходного неоднородного интегрального уравнения (3.2) при его произвольной правой части. В дальнейшем достижение отношением b/a значения λ_1 трактуется по [8, 9] как наступление критического состояния, соответствующего началу процесса быстрого разрушения.

Решение неоднородного интегрального уравнения (3.2) при $b/a \neq \lambda_1$ можно осуществить численно с использованием ЭВМ. Для этого необходимо все интегралы аппроксимировать конечными суммами по той или иной квадратурной формуле, а само уравнение (3.2) аппроксимировать системой линейных алгебраических уравнений. При этом достижение отношением b/a значения λ_1 фиксируется обращением определителя аппроксимирующей системы в нуль. Удобен следующий порядок расчетов. Задаются интересующие значения параметров k_0 , a_0 , а отношение b/a полагается вначале равным единице. Решение аппроксимирующей (3.2) системы линейных алгебраических уравнений осуществляется по методу Гаусса, что позволяет вычислять ее определитель и одновременно получать три решения $w_0(\xi)$, $w_1(\xi)$ и $w_2(\xi)$ отдельно для каждого слагаемого правой части $F_0(\xi)$, $F_1(\xi)$ и $F_2(\xi)$. Из этих решений образуется линейная комбинация $w(\xi) = w_0(\xi) + (p/\sigma_{\text{п}})w_1(\xi) + (\sigma_0/\sigma_{\text{п}})w_2(\xi)$, подстановка которой в условие (3.3) позволяет получить выражение для $p/\sigma_{\text{п}}$. При заданных значениях k_0 , a_0 , b/a и $\sigma_0/\sigma_{\text{п}}$ можно вычислить параметр $p/\sigma_{\text{п}}$, после чего решение $w(\xi)$ становится полностью известным. Напряжения $q(\xi)$ из него вычисляются по формуле (3.4) при $\xi \geq 1$ и по (2.1) и (2.2) при $0 \leq \xi \leq 1$, которые можно переписать в виде

$$(3.5) \quad q(\xi)/\sigma_{\text{п}} = (\sigma_0/\sigma_{\text{п}})\varphi(\xi) + k_0 w(\xi)/g(\xi), \quad 0 \leq \xi < a/b;$$

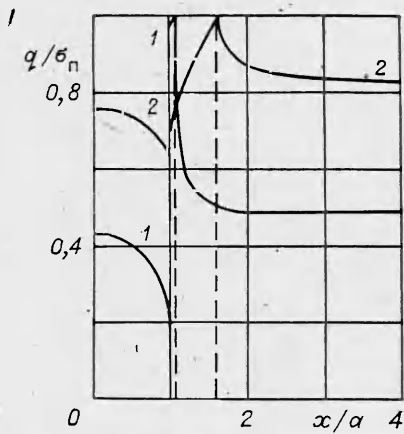
$$(3.6) \quad q(\xi)/\sigma_{\text{п}} = 1 - a_0 w(\xi), \quad a/b < \xi \leq 1.$$

На этом первый шаг вычислений завершается. Затем шаг за шагом задаются все большие значения отношения b/a и вычисления каждый раз повторяются вновь до тех пор, пока определитель аппроксимирующей системы не сменит знак. Соответствующие этому моменту $q(\xi)/\sigma_{\text{п}}$ и $p/\sigma_{\text{п}}$ считаются критическими, приводящими к быстрому разрушению сварного соединения.

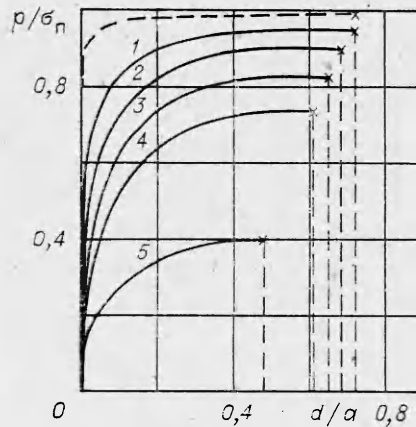
4. В данной работе конкретные расчеты производились для случая $f(x) \equiv 1$, $\sigma_0/\sigma_{\text{п}} = 0$, $g(x) \equiv 1$. Безразмерный интервал интегрирования от нуля до единицы разбивался на 40 равных отрезков, на каждом из которых искомая функция $w(\xi)$ считалась постоянной и интегралы брались в замкнутом виде. Отношение a/b уменьшалось с шагом 0,025, что соответствовало увеличению b/a с возрастающим шагом. Для расчетов выбраны два значения эффективного размера включения ($a_0 = 1$ и 2) и пять значений эффективного коэффициента жесткости ($k_0 = 0,1,2,4,8$).

На рис. 2 показаны кривые распределения относительных напряжений $q(x/a)/\sigma_{\text{п}}$ в случае $a_0 = 1$ и $k_0 = 2$ (1 отвечают $p = 0,48 \sigma_{\text{п}}$ (при $b/a = 1,2$), а 2 — $p = 0,83 \sigma_{\text{п}}$ (при $b/a = 1,6$)). Видно, что напряжения q максимальны и равны $\sigma_{\text{п}}$ в конце зоны разупрочнения на некотором удалении $d = b - a$ от края включения. При $x > b$ они быстро убывают, стремясь к значению приложенной нагрузки p . При приближении к краю включения из-за деформационного разупрочнения материала они также убывают. В то же время q во включении максимальны в его центре, где все же не превосходят значения $\sigma_{\text{п}}$. При приближении к краю включения они также убывают. При $x = a$ напряжения q терпят разрыв, причем со стороны включения они меньше, чем со стороны прослойки. Величина разрыва зависит от p и уменьшается с ее увеличением. При других значениях факторов k_0 и a_0 картина распределения q качественно остается той же, что на рис. 2, изменяясь только количественно.

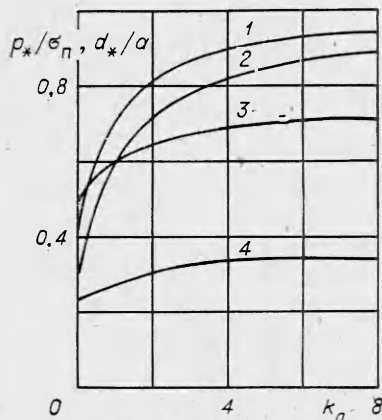
Связь $p/\sigma_{\text{п}}$ с размером зоны разупрочнения $d/a = b/a - 1$ проиллюстрирована на рис. 3 при $a_0 = 1$ и $k_0 = 8; 4; 2; 1; 0$ (линии 1—5). Отмеченные крестиками конечные точки на приведенных кривых соответствуют обращению определителя аппроксимирующей системы в нуль, что



Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

k_0	a_0	w_*	Δq_*
0	1,0	0,876	0,124
	2,0	0,498	0,004
1,0	0,1	0,824	0,094
	1,0	0,487	0,026
	2,0	0,333	0,001
8,0	1,0	0,110	0,009
	8,0	0,100	0

характеризует наступление критического состояния. Видно, что, несмотря на локальное разупрочнение прослойки вблизи концов включения, глобальные кривые $p - d$ на рис. 3, описывающие поведение сварного соединения с включением как всей системы в целом, имеют только возрастающую ветвь. Это связано с тем, что в (3.2) параметр p входит в правую часть и потому считается заданным, т. е. по сути дела предполагаются условия идеально мягкого нагружения на бесконечности. Для условий идеально жесткого нагружения на бесконечности вместо p в правой части (3.2) нужно было бы подставить ее выражение из (3.3) и перенести полученные члены относительно $w(\xi)$ в левую часть (3.2), исключив тем самым возможность контролировать нагрузку. В результате получилось бы интегральное уравнение с другим ядром и определитель соответствующей аппроксимирующей системы менял знак несколько позже, т. е. кривые на рис. 3 имели бы продолжение за точки, отмеченные крестиками. Такой случай нагружения фактически, хотя и без специального акцента, обсуждался в [10] применительно к малым трещинам. Из результатов этой работы следует, что потери устойчивости решения в таких условиях нагружения не происходит по крайней мере до тех пор, пока материал в окрестности трещины полностью не разупрочнится. При этом нагрузка p после прохождения максимума постепенно снижается. Поскольку такой случай нагружения более безопасный, то он здесь детально не рассматривается.

Конечный результат проведенных исследований — критические значения p_*/σ_n и отвечающие им критические значения d_*/a размера зоны разупрочнения, зависимости которых от k_0 представлены на рис. 4, где кривые 1, 2 — зависимости p_* от k_0 для $a_0 = 1$ и 2, а 3, 4 — зависимости

d_* от k_0 при тех же значениях a_0 . Из приведенных графиков видно, что критические значения p_* и d_* минимальны для трещины ($k_0 = 0$) и постепенно увеличиваются с повышением жесткости включения. Скорость нарастания критических значений максимальна при малых k_0 , а потом постепенно замедляется. Критические нагрузки p_* в рассматриваемом диапазоне значений k_0 нигде не превосходят предела прочности σ_n прослойки в отсутствие включения, хотя и приближаются к нему снизу с увеличением k_0 . Отметим еще, что k_0 в большей степени оказывает влияние на p_* , нежели на \hat{a}_* . a_0 , наоборот, в большей степени влияет на \hat{a}_* , чем на p_* .

5. В данной работе для расчетов выбран случай $q(x) \equiv 1$, соответствующий, строго говоря, включению постоянной толщины. Однако, как нетрудно понять, такой подход качественно остается тем же самым и для включений с изменяющейся толщиной $2h_0g(x)$, где $g(x)$ — ограниченная, положительная, слабо изменяющаяся по длине включения функция. Более того, случай $g(x) \equiv 1$ можно рассматривать как первое приближение для тонкого включения произвольной формы. При этом (3.2) при любых значениях k_0 и a_0 всегда имеет вполне определенный диапазон возможного изменения отношения b/a от 1 до $\hat{\lambda}_1$, в котором его решение существует и оно единственно, а соответствующая $\hat{\lambda}_1$ критическая нагрузка p_* меньше σ_n и зависит как от жесткости, так и размеров включения. Все это говорит о преимуществах указанного подхода по сравнению с известными методами теории упругости и линейной механики разрушения.

Безразмерное расхождение берегов мнимой трещины в точке $x = a$ в критическом состоянии, которое обозначается через w_* , приведено для некоторых значений k_0 и a_0 в таблице. Из (3.5) и (3.6) при $w = w_*$ можно вычислить разрыв напряжений Δq_* между прослойкой и включением в точке $x = a$. Расчеты, также приведенные в таблице, показывают, что $\Delta q_* > 0$, т. е. напряжения со стороны прослойки в критическом состоянии больше, чем со стороны включения. Поскольку в самом включении напряжения больше нуля, то это означает, что соотношение (2.2) до конца (т. е. до $\delta = \delta_p$, когда $q = 0$) никогда не реализуется. Критическое состояние наступает прежде, чем материал прослойки полностью разрушится. Неравенство $\Delta q_* > 0$ равносильно неравенству $w_* \leq 1/(a_0 + k_0)$. Переходя к размерным величинам, получим $\delta_* \leq 2m_1(\sigma_n/E_1)I_c/[1 + m_1(E_0/E_1)I_c/h_0]$. Отсюда видно, что с уменьшением размера включения h_0 критическое раскрытие δ_* уменьшается, стремясь к нулю. Поскольку Δq_* с уменьшением a_0 быстро нарастает, то фактическое уменьшение δ_* происходит еще скорее. Таким образом, указанное в п. 2 ограничение на размер дефекта из-за δ_c в данной модели устраняется за счет уменьшения δ_* .

Полученные в данной работе результаты распространяются и на более общий случай $0 < \sigma_0 < \sigma_n$, $\varphi(t) \equiv 1$, который можно трактовать как линейное упрочнение включения от предела текучести σ_0 с модулем упрочнения E_0 . Это никак не сказывается на \hat{a}_* , поскольку σ_0 входит только в правую часть (3.2). Поэтому кривые 3, 4 на рис. 4 сохраняют свою силу при произвольном отношении $\sigma_0/\sigma_n < 1$. Что касается q и p , то, как нетрудно понять из правой части (3.2), они линейно зависят от σ_0/σ_n :

$$q = \sigma_0 + (1 - \sigma_0/\sigma_n)q_0, \quad p = \sigma_0 + (1 - \sigma_0/\sigma_n)p_0,$$

где q_0, p_0 — значения q и p при $\sigma_0 = 0$. Отсюда следует, что с увеличением отношения σ_0/σ_n происходит выравнивание нормированных на σ_n усилий и напряжений, которые стремятся к всюду постоянному значению, равному σ_0/σ_n , при σ_0/σ_n стремящемся к единице. В качестве примера на рис. 3 дана зависимость p от d при $a_0 = 1, k_0 = 8$ и $\sigma_0/\sigma_n = 0,8$. Видно, что зона разупрочнения появляется с момента достижения усилием p значения σ_0 и, когда σ_0 близко к σ_n , зона разупрочнения не возникает вплоть до критического состояния ($p_* \approx \sigma_n$). Случай $\sigma_0 > \sigma_n$ противоречит рассматриваемой здесь постановке задачи. Таким образом, учет $\sigma_0 \neq 0$

приводит к повышению критических нагрузок p_* при сохранении d_* , и при консервативном подходе можно положить $\sigma_0 = 0$.

Для удобства приложений полученные в данной работе результаты по критическим нагрузкам можно описать с погрешностью не более 1% зависимостью

$$p_*/\sigma_{II} = \sigma_0/\sigma_{II} + (1 - \sigma_0/\sigma_{II}) / \sqrt{1 + (\pi^2/2) a_0 / [1 + (\pi^2/2) k_0]},$$

в частном случае ($k_0 = 0$, $\sigma_0/\sigma_{II} = 0$) совпадающей с известной зависимостью теории трещин (см., например, [16]), получаемой из энергетического вариационного принципа в предположении пропорциональности раскрытия трещины и приложенной нагрузки. При $a_0 \ll 1$ из предложенной зависимости следует $p_* \approx \sigma_{II}$. В случае бесконечно тонких включений $a/h_0 \gg 1$ с $k_0 \gg 1$ получается, что критическая нагрузка перестает зависеть от длины включения и определяется по геометрии только его толщиной.

В заключение отметим, что на реальной диаграмме деформирования могут иметь существенное значение участки текучести и упрочнения, предшествующие участку разупрочнения. Однако, очевидно, что при одной и той же площади под диаграммой деформирования увеличение в ней доли участков текучести и упрочнения должно приводить к повышению критической нагрузки. Поэтому при отсутствии экспериментальной записи полной диаграммы $q - \delta$, но при наличии характеристики прочности σ_{II} и вязкости разрушения K_{IC} сварного соединения для получения более консервативной оценки критической нагрузки проще исходить из рассмотренной в данной работе идеализированной диаграммы с одним участком разупрочнения, описываемым соотношением (2.2) с привлечением (2.3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Земзин В. Н., Шрон Р. З. Термическая обработка и свойства сварных соединений. — Л.: Машиностроение, 1978.
2. Чудновский А. Д. Биметаллические материалы для энергомашиностроения. — М.: НИИинформэнергомаш, 1983.
3. Перлин П. И. К решению плоских задач теории упругости для тел с тонкостенными включениями. — Изв. АН СССР. МТТ, 1973, № 5.
4. Соткилава О. В., Черепанов Г. П. Некоторые задачи неоднородной теории упругости. — ПММ, 1974, т. 38, № 3.
5. Попов Г. Я. Об одном способе решения задач механики для областей с разрезами или тонкими включениями. — ПММ, 1978, т. 42, № 1.
6. Сулим Г. Т. Влияние формы тонкостенного включения на концентрацию напряжений в пластине. — Физ.-хим. механика материалов, 1981, № 3.
7. Леонов М. Я., Панасюк В. В. Развитие найдрібніших тріщин в твердому тілі. — ПМ, 1959, т. 5, № 4.
8. Anderson H., Bergkvist H. Analysis of a non-linear crack model. — J. Mech. and Phys. Solids, 1970, v. 18, N 1.
9. Petukhov I. M., Linkov A. M. The theory of postfailure deformations and the problem of stability in rock mechanics. — Int. J. Rock Mech. and Mining Sci. and Geomech. Abstr., 1979, v. 16, N 2.
10. Stahle P. On the small crack fracture mechanics. — Int. J. of Fracture, 1983, v. 22, N 3.
11. Волков С. Д., Гуськов Ю. П. и др. Экспериментальные функции сопротивления легированной стали при растяжении и кручении. — Пробл. прочности, 1979, № 1.
12. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. — М.: Наука, 1974.
13. Райс Дж. Математические методы в механике разрушения. — В кн.: Разрушение. М.: Мир, 1975, т. 2.
14. Williams M. L. The stresses around a fault for crack in dissimilar media. — Bull. Seismol. Soc. Amer., 1959, v. 49, N 2.
15. Черепанов Г. П. О напряженном состоянии в неоднородной пластине с разрезами. — Изв. АН СССР. ОН. Мех. и машиностроение, 1962, № 1.
16. Паргон В. З., Морозов Е. М. Механика упругопластического разрушения. — М.: Наука, 1974.

Поступила 4/VI 1984 г.