

## ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ОСЛАБЛЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН ПРОНИЦАЕМЫМИ ПРЕГРАДАМИ

Для гашения ударных волн (УВ) в импульсных газодинамических лазерных системах используют проницаемые экраны в виде проволочных решеток или перфорированных перегородок [1]. Обзор методов расчета ослабляющего действия таких экранов на УВ приведен в [2]. В данной работе предложен полуэмпирический метод расчета ослабления УВ проницаемыми преградами, основанный на идее [3].

**1. Ослабление УВ одной проницаемой преградой.** Рассмотрим эволюцию плоской УВ ступенчатого профиля после входа в неподвижный проницаемый экран, расположенный на участке  $(x_1, x_2)$ . Не детализируя диаграмму волнового поля при взаимодействии УВ с преградой, предположим, что на прошедшей в экран УВ выполняется условие, справедливое для догоняющей характеристики:

$$(1.1) \quad (u + a) dp/dx + ap(u + a) du/dx = [(\gamma - 1)u - a] f(\rho u^2/2),$$

где  $u$  — скорость газа;  $a$  — скорость звука;  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность;  $\gamma$  — отношение теплоемкостей;  $x_1 \leq x \leq x_2$  — расстояние, пройденное УВ;  $f$  — параметр (постоянный при больших числах Рейнольдса), характеризующий аэродинамическое сопротивление единицы длины экрана. Подставив в (1.1) соотношения на скачке уплотнения, выраженные через число Маха  $M$  прошедшей волны, получим

$$(1.2) \quad \varphi(M, \gamma) dM/dx = -f/2$$

при  $M(x_1) = M_0$  ( $M_0$  — число Маха исходной УВ). Решение уравнения (1.2) для интенсивности УВ на выходе из экрана  $M(x_2) = M_1$  имеет вид

$$(1.3) \quad G(M_0, \gamma) - G(M_1, \gamma) = f(x_2 - x_1)/2$$

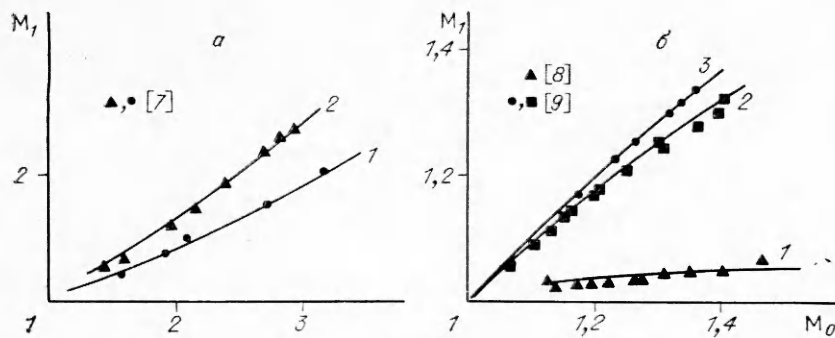
$$G(M_0, \gamma) - G(M_1, \gamma) = \int_{M_1}^{M_0} \varphi(M, \gamma) dM.$$

Вычисление интеграла весьма трудоемко, и его искали численно методом Симисона. Для удобства расчетов получена аппроксимация функции  $G(M)$  при  $\gamma = 1,4$

$$(1.4) \quad G(M) = 4 \frac{0,4M - 1}{M^2 - 1} + 4 \ln(M^2 - 1) + 0,8 \ln \frac{M + 1}{M - 1}.$$

Отклонение зависимости (1.4) от истинных значений не более 5 % при  $M = 1,01 \div 4$ .

Пусть при переходе к пределу  $x_2 \rightarrow x_1$  величина  $f(x_2 - x_1)/2$  в (1.3) стремится к постоянному значению  $\eta$ , характеризующему ослабление УВ изолированной проницаемой преградой. Для пространственной проволочной решетки с удельной проницаемостью  $\Omega$  (отношение площади свободного сечения одного слоя решетки к общей фронтальной площади поперечного сечения) и шагом решетки  $s$  в продольном направлении  $f = C_D(1 - \Omega)/s$  ( $C_D$  — коэффициент аэродинамического сопротивления структурного элемента слоя решетки). При  $x_2 - x_1 = (n - 1)s \rightarrow 0$  ( $n$  — число слоев)  $\eta \rightarrow C_D(1 - \Omega)$ . Как видно,  $\eta$  определяется геометрическими характеристиками преграды: проницаемостью  $\Omega$  и формой структурных элементов  $C_D$ . Поскольку коэффициенты  $C_D$  плохо обтекаемых тел в свободном потоке при больших числах Рейнольдса близки по величине [4], а толщина перегородок влияет незначительно на эффективность гашения УВ [5], следует ожидать, что все перегородки в основном характеризуются лишь  $\Omega$ .



Р и с. 1

Для проверки допустимости упрощающих предположений воспользуемся экспериментами из [1, 5—11] по гашению УВ перфорированными перегородками или сетками. На рис. 1 для примера нанесены экспериментальные данные [7—9] для перегородок с разной проницаемостью. Экспериментальные точки обработаны по (1.3), (1.4) методом наименьших квадратов, что позволило определить  $\eta$  для перегородки с заданной проницаемостью. Вдоль каждой кривой параметр  $\eta$  постоянен (рис. 1, а: 1 —  $\Omega = 0,113$ ,  $\eta = 4,5$  [7], 2 —  $0,347$ ;  $2,2$  [7]; рис. 1, б: 1 —  $\Omega = 0,0385$ ,  $\eta = 40$  [8], 2 —  $0,55$ ;  $1,6$  [9], 3 —  $0,7$ ;  $0,58$  [9]). Таким образом, подтверждается гипотеза о независимости  $\eta$  от  $M_0$ . Аналогичные вычисления выполнены по данным [1, 5, 6, 10, 11]. На рис. 2 построена итоговая зависимость  $\eta$  от  $\Omega$ . Все точки группируются возле кривой, описываемой уравнением

$$(1.5) \quad \eta = 26(\Omega^{-0,1} - 1).$$

В отличие от [1, 6—9, 11] в [5, 10] исследовалось ослабление УВ треугольного профиля, причем в [10] УВ генерировались взрывами зарядов ВВ. По-видимому, профиль волны несуществен для конечного результата вследствие относительно малой по сравнению с длиной волны толщиной использованных преград. Измерения в [1, 5, 7, 11] проведены при  $p_0 = 0,1$  МПа, а в [6] — при  $p_0 = 5 \cdot 10^{-4}$  МПа ( $p_0$  — начальное давление). Тот факт, что данные разных авторов группируются возле общей кривой независимо от конфигурации перфорированных преград и сеток, свидетельствует в пользу справедливости идеи [3], по которой ударный фронт, распространяясь через загроможденное пространство, практически не испытывает влияния спутного течения.

**2. Ослабление УВ каскадом проницаемых преград.** Эффективность ослабления УВ изменяется при установке в канале нескольких проницаемых преград. При малых расстояниях между преградами с проницаемостью  $\Omega_i$  эффективность ослабления УВ на второй, третьей,  $i$ -й и т. д. преградах меньше, чем  $\eta_2(\Omega_2)$ ,  $\eta_3(\Omega_3)$ ,  $\eta_i(\Omega_i)$  и т. д. [9]. При больших расстояниях плоский ударный фронт, сформировавшийся после прохождения предыдущей преграды, можно рассматривать как исходное возмущение для последующей. В этом случае интенсивность УВ, прошедшей через  $n$  проницаемых перегородок, найдем из условий

$$(2.1) \quad \begin{aligned} G(M_1) &= G(M_0) - \eta_1, \\ G(M_2) &= G(M_1) - \eta_2, \\ &\dots \dots \dots \\ G(M_n) &= G(M_{n-1}) - \eta_n, \end{aligned}$$

где  $M_i$  и  $\eta_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) — соответственно число Маха УВ, прошедшей через  $i$ -ю перегородку, и ее параметр ослабления. Из (2.1) легко видеть, что  $G(M_n) = G(M_0) - \sum_{i=1}^n \eta_i$ , т. е. суммарный параметр ослабления

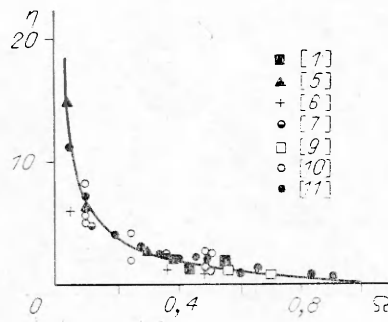


Рис. 2

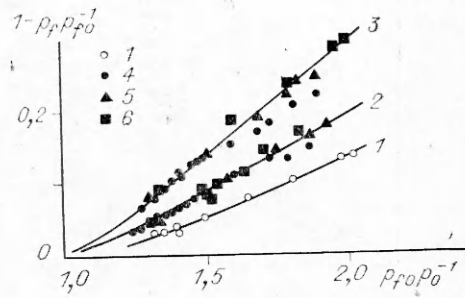


Рис. 3

$$\eta_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \eta_i. \quad \text{Для одинаковых перегородок} \\ (2.2) \quad \eta_{\Sigma} = n\eta.$$

На рис. 3 проведено сравнение расчетной зависимости (2.2) с экспериментальными данными [9] по ослаблению воздушной УВ одной кольцевой вставкой (1), каскадом из двух (2) и четырех (3) кольцевых вставок с  $\Omega = 0,55$  ( $\eta \approx 1,6$ ). Расстояние между вставками  $s = 100$  (4), 200 (5) и 400 мм (6). По оси абсцисс отложено отношение давлений  $p_{f0}/p_0$  на падающей УВ, а по оси ординат — параметр, характеризующий ослабление УВ ( $p_f$  — давление в УВ, прошедшей через экран). Из рис. 3 видно, что (2.2) дает удовлетворительный прогноз. При этом с ростом шага между перегородками  $s$  точность соотношения (2.2) возрастает. Для  $s = 100$  мм экспериментальные точки ложатся ниже расчетной кривой, что свидетельствует о наличии взаимного влияния перегородок.

В [12] для ослабляющего действия  $n$  пронизываемых преград на УВ предложена не имеющая теоретического обоснования зависимость

$$(2.3) \quad \beta_{\Sigma} = \beta^n$$

( $\beta$  — коэффициент ослабления избыточного давления в УВ при прохождении через одну преграду,  $\beta_{\Sigma}$  — суммарный коэффициент). В [12] указано, что (2.3) справедливо только для практически изолированных, т. е. далеко отстоящих друг от друга, перегородок. Найдем связь между  $\eta$  и  $\beta$ . При  $M - 1 \ll 1$  уравнение (1.2) имеет решение [13]

$$\eta = \frac{\gamma + 1}{2} \left( \frac{1}{M_1 - 1} - \frac{1}{M_0 - 1} \right).$$

Поскольку  $\beta = \Delta p_f / \Delta p_{f0}$  ( $\Delta p$  — избыточное давление на фронте УВ), то

$$(2.4) \quad \beta = \left[ 1 + \frac{2}{\gamma + 1} (M_0 - 1) \eta \right]^{-1}.$$

Для  $n$  одинаковых перегородок по (2.3)  $\beta_{\Sigma} = \beta^n \approx \left[ 1 + \frac{2}{\gamma + 1} (M_0 - 1) n\eta \right]^{-n}$ , т. е.

$$(2.5) \quad \beta_{\Sigma} = \beta(n\eta),$$

и условия (2.2) и (2.3) при  $M_0 \approx 1$  тождественны. В отличие от  $\eta$  коэф-

Таблица 1

$M_0$	$\beta$
1,1	0,896
1,2	0,838
1,3	0,797
1,4	0,773
1,5	0,742
2	0,680
3	0,656

Таблица 2

$M_0$	$\beta(2\eta)$	$\beta^2$	$\Delta$
1,1	0,818	0,803	0,018
1,2	0,717	0,702	0,021
1,3	0,659	0,635	0,036
1,4	0,603	0,598	0,008
1,5	0,569	0,551	0,032
2	0,478	0,463	0,030
3	0,439	0,430	0,020

коэффициент  $\beta$  по (2.4) зависит от интенсивности падающей волны. Это делает неудобным его использование в практических расчетах. Когда линейное приближение неправомерно, соотношение между  $\beta$ ,  $M_0$  и  $\eta$  имеет более сложный характер, чем (2.4). В табл. 1 для иллюстрации зависимости  $\beta$  от  $M_0$  приведены значения  $\beta$  для перегородки с  $\Omega = 0,55$  ( $\eta \approx 1,6$ ). Из табл. 1 следует, что и при  $M_0 > 1$   $\beta$  существенно зависит от  $M_0$ . Данные табл. 2 показывают степень справедливости соотношения (2.3) для каскада из двух «независимых» перегородок с одинаковой  $\Omega = 0,55$ . Величина  $\Delta$  характеризует относительное отклонение (2.3) от (2.5), являющегося следствием (2.2). Из табл. 2 видно, что в широком диапазоне чисел  $M_0$  (2.3) дает достаточно точный прогноз.

Один из наиболее важных вопросов в рассматриваемой проблеме — вопрос о наименьшем расстоянии между перегородками, при котором их можно считать «независимыми». Для его решения привлечем сведения о затухании УВ в протяженных проницаемых экранах. Естественно ожидать, что каскад кольцевых перегородок, каждая из которых определяется параметром ослабления  $\eta(\Omega)$ , будет работать как шероховатый участок трубы, характеризуемый некоторым значением коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$ . Как показано в [14], правая часть (1.3) в случае шероховатой трубы с кольцевыми вставками  $f(x_2 - x_1)/2 \cong \lambda(x_2 - x_1)/r$  ( $r$  — радиус трубы). Тогда для двух соседних «независимых» преград в таком экране должно выполняться условие

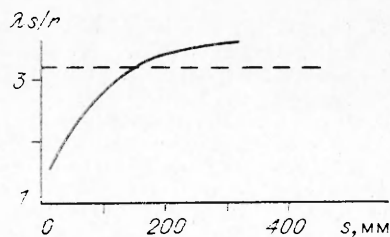
$$(2.6) \quad \lambda(s)s/r = 2\eta,$$

где  $s$  — искомое расстояние между преградами. Проверим справедливость (2.6), воспользовавшись данными [9] и результатами измерений гидравлического сопротивления труб с кольцевыми вставками в [15]. На рис. 4 построена зависимость  $\lambda sr$  от расстояния  $s$  между одинаковыми преградами с  $\Omega = 0,55$  ( $\eta = 1,6$ ), использованными в опытах [9]. Видно, что с ростом  $s$  параметр  $\lambda sr$  возрастает, достигая значения  $2\eta$  (штриховая линия) на расстоянии  $s \approx 150$  мм. Этот результат удовлетворительно согласуется с опытными данными [9] (см. рис. 3). То, что  $\lambda sr^{-1}$  при  $s > 150$  мм несколько выше, чем  $2\eta$ , можно объяснить возрастанием вклада сопротивления гладкого участка трубы между преградами. В этом случае увеличение  $s$  будет приводить к большему ослаблению УВ, чем при учете только сопротивления формы препятствий.

Таким образом, соотношения (1.3)—(1.5) позволяют рассчитывать ослабление УВ одной проницаемой преградой, а (1.3)—(1.5), (2.2)—каскадом преград.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Tong K.-O., Knight C. G., Srivastava B. N. Interaction of weak shock waves with screens and honeycombs // AIAA J.— 1980.— V. 18, N 11.
2. Жигалко Е. Ф. Динамика ударных волн.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1987.
3. Whitham G. B. Linear and nonlinear waves.— N. Y.: Wiley, 1974. Рус. пер.: Уинзем Дж. Линейные и нелинейные волны.— М.: Мир, 1977.
4. Богомолов А. И., Боровков В. С., Майрановский Ф. Г. Высокоскоростные потоки со свободной поверхностью.— М.: Стройиздат, 1979.
5. Gelfand B. E., Medvedev S. P., Polenov A. N. et al. Interaction of nonstationary pressure waves with perforated partitions // Arch. Combustionis.— 1987.— V. 7, N 1—2.
6. Бондаренко А. В., Ибрагим М. А. Измерение скорости ударной волны, установившейся после взаимодействия с препятствием в виде каналов-диафрагм // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1967.— № 3.
7. Костюк Ю. П. Взаимодействие ударных волн с проницаемой поверхностью // Тр./Том. гос. ун-т, НИИ ПММ.— 1974.— Т. 5.



Р и с. 4

8. Dain C. G., Hodson J. P. Generation of weak shock waves in a shock tube // *Aeronaut. Quart.* — 1974. — V. 25, N 2.
9. Mori Y., Hijikata K., Shimizu T. Attenuation of shock wave by multi-orifice/Proc. Xth symp. (Intern.) on shock tubes and waves, Kyoto, 1975.
10. Минеев В. Н., Клаповский В. Е., Мацевич Б. В. и др. Ослабление действия воздушной ударной волны перфорированными перегородками // Vth symp. (Intern.) explosive working of metals, Gottwaldov, 1982.
11. Шевцов В. Д. Взаимодействие ударных волн с проникаемыми преградами. — М., 1982. — Деп. в ВИНТИ 16.03.82, № 1192—82.
12. Baker W. E., Cox P. A., Westine P. S. et al. Explosion hazards and evaluation. — Amsterdam e. a.: Elsevier, 1983. Рус. пер.: Взрывные явления // Бейкер У., Кокс П., Уэстайн П. и др. — М.: Мир, 1986. — Кн. 1.
13. Zloch N. Shock attenuation in beds of granular solids // *Arch. mech. stosow.* — 1976. — V. 28, N 5—6.
14. Гельфанд Б. Е., Фролов С. М., Медведев С. П. и др. Гашение ударных волн в каналах. Шероховатые трубы. — Черногоровка, 1989. — (Препр./АН СССР, ОИХФ; № 120).
15. Koch R. Druckverlust und Wärmeübergang bei verwirbelter Strömung // *VDI-Forschungsheft.* — 1958. — N 469.

г. Москва

Поступила 7/III 1989 г.

УДК 536.421.4

Ю. А. Бувич, Л. Ю. Исакова, В. В. Мансуров

## К ТЕОРИИ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ БИНАРНЫХ РАСПЛАВОВ С РАВНОВЕСНОЙ ДВУХФАЗНОЙ ЗОНОЙ

Описание процессов направленной кристаллизации проводится обычно на основе представлений о существовании выраженного фронта фазового перехода и сводится к решению разных вариантов задачи Стефана [1—3]. Если затвердевающая жидкость многокомпонентна, то движение фронта сопровождается перераспределением состава фаз, и необходимо рассматривать наряду с уравнениями теплопроводности также уравнения диффузии и зависимость температуры фазового перехода от состава расплава или раствора вблизи фронта. При определенных условиях эффективная температура ликвидуса перед фронтом оказывается выше температуры жидкой фазы, т. е. образуется метастабильная переохлажденная зона [4]. То же имеет место и при затвердевании переохлажденных одно- и многокомпонентных жидкостей.

В области метастабильности обеспечиваются условия для роста зародышей твердой фазы, возникающих спонтанно или на примесных ядрах кристаллизации. Кроме того, фронт становится морфологически неустойчивым, что может привести к развитию системы дендритов. Оба механизма способствуют появлению перед фронтом переходной двухфазной зоны, в которой жидкая и твердая фазы сосуществуют, и частичному снятию переохлаждения. В общем случае эта зона термодинамически неравновесна, причем ее характеристики определяются соотношением между кинетиками процессов образования и роста элементов твердой фазы и скоростью перемещения фронта. В экспериментах зафиксированы переохлаждения от самых малых до нескольких десятков градусов [5—8].

Традиционная фронтальная постановка приблизительно описывает ситуации, когда двухфазная зона практически отсутствует, что характерно для чистых жидкостей в условиях, в которых морфологическая неустойчивость стимулирует развитие ячеистых структур, но не дендритов (большинство полупроводниковых и некоторые металлургические расплавы). В противоположном предельном случае (расплавы с ядрами или катализаторами кристаллизации, жидкие стали, реальные водные растворы) допустимо использовать приближение равновесной двухфазной зоны с полностью снятым переохлаждением [9—12]. Заметим в этой связи, что в литературе встречаются излишне категоричные крайние утверждения либо о существенности концентрационного переохлаждения во всех случаях, когда оно должно появляться согласно фронтальной теории [13], либо о физической неадекватности моделей, в любой форме допускающих это переохлаждение [14, 15]. Для таких утверждений нет оснований хотя бы потому, что они противоречат опытным фактам (см., например, [5—8]).

Процессы затвердевания с двухфазной зоной приводят к весьма сложным задачам, и потому в большинстве исследований использовали трудоемкие численные методы. Последние ведут к плохо обзримым результатам, что затрудняет обобщение и получение ясного представления о характере влияния физических и режимных параметров (см., например, обзор в [12]). Немногочисленные попытки аналитического анализа структуры двухфазной зоны основаны обычно на сильных и весьма спорных допущениях [11, 16, 17]. Так, в [11] пренебрегается диффузией в этой зоне, что приводит к выводам, плохо согласующимся с экспериментами [18].

© 1990 Бувич Ю. А., Исакова Л. Ю., Мансуров В. В.