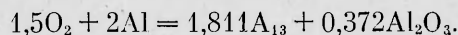


Скорость детонации  $D = D(\eta_0)$ , определяемая (18) как функция массовой доли, имеет максимум при  $0 < \eta_0 \leq k$ , а при  $\eta_0 > k$  функция  $D(\eta_0)$  монотонно убывает. Это можно объяснить тем, что тепловыделение от реакции горения  $k\xi q$  есть кусочно-линейная функция с максимумом в точке стехиометрии  $\eta_0 = k$ , скорость же звука  $a_T(1)$  — монотонно убывающая функция  $\eta_0$ .

На рис. 3 приведены экспериментальные данные [9] и результаты расчета по формуле (15) для скорости детонации алюминия в кислороде (1 — расчет [9] по равновесному состоянию продуктов детонации, 2 — по формуле (15), точки — эксперимент [9]). Принималось, что реакция горения алюминия описывается уравнением [10]



Начальные данные:  $p_0 = 10^5 \text{ Н/м}^2$ ,  $T_0 = 300 \text{ К}$ ; термодинамические данные брались из [11, 12]. Предполагалось, что алюминий сгорает на 90% ( $\xi = 0,9$ ). (Как указано в [10], полнота сгорания алюминиевого порошка в кислороде составляет 86—90,6%.) Максимум скорости детонации на рис. 3 достигается в точке стехиометрии при  $\eta_0 = k = 0,529$ .

Итак, в работе предложена модель реагирующей газозвеси газ — металлешеские частицы. В модели учитывается процесс окисления и горения частиц, наличие газообразного и конденсированного окислов. В односкоростном и однотемпературном приближении исследуется распространение ударной волны с зоной химической реакции за ней. Выписаны условия, при которых в смеси реализуется режим нормальной и пересжатой детонации. Получена зависимость для определения скорости детонации в газозвеси. Проведено сравнение экспериментальных данных с результатами расчетов.

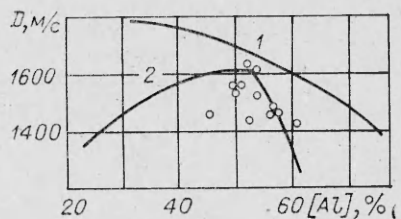


Рис. 3.

Поступила в редакцию 10/XII 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Яценко, Р. И. Солоухин, А. Н. Папырин и др. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980.
2. А. Е. Медведев, А. В. Федоров, В. М. Фомин. ФГВ, 1982, 18, 3.
3. А. И. Ивацдаев, А. Г. Кутушев, Р. И. Нигматуллин. — В кн.: Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. Т. 16. М.: ВИНИТИ, 1981.
4. П. Б. Вайштейн, Р. И. Нигматуллин. ПМТФ, 1971, 4.
5. А. Г. Мержанов. РТК, 1975, 13, 2.
6. М. Е. Деревяга, Л. И. Стесик, Э. А. Федорин. ФГВ, 1978, 14, 5.
7. А. Ф. Баум, Л. П. Орленко и др. Физика взрыва/Под ред. К. П. Станюковича. М.: Наука, 1975.
8. Л. Н. Стесик. ФГВ, 1971, 7, 1.
9. В. А. Страусс. РТК, 1968, 6, 9.
10. В. М. Мальцев, М. И. Мальцев, Л. Я. Каншиоров. Основные характеристики горения. М.: Химия, 1977.
11. Свойства элементов/Под ред. Г. В. Самойлова. Т. 1, 2. М.: Металлургия, 1976.
12. Физико-химические свойства окислов/Под ред. Г. В. Самойлова. М.: Металлургия, 1978.

#### К ТЕОРИИ СЛОЕВОГО ГОРЕНИЯ

Г. С. Сухов, Л. П. Ярин  
(Ленинград)

Развитие и практическое освоение метода самораспространяющегося высокотемпературного синтеза стимулировали в последние годы проведение многочисленных исследований, в частности расчетно-теоретических,

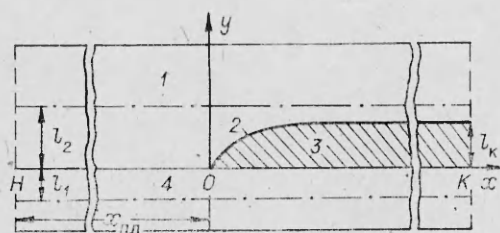


Рис. 1. Схема развития горения в модельной среде.

1 — твердый реагент; 2 — фронт горения; 3 — пленка окисла; 4 — газообразный окислитель.

направленных на изучение закономерностей горения пористых веществ в атмосфере химически активных газов [1—3]. В этих работах процессы тепло- и массопереноса в гетерогенной среде рассмотрены в рамках квазигомогенной модели, согласно которой, с одной стороны, химически активные фазы представляются в виде взаимопроницающих континуумов, а с другой — учитываются факторы, присущие реальным гетерогенным системам, такие как фильтрация окислителя к горящим частицам и межфазное взаимодействие. Интенсивность последнего определяется феноменологическим макрокинетическим законом вида

$$W = zp^{\nu} f(\eta) \exp(-E_a/RT), \quad (1)$$

где  $p$ ,  $T$  — давление и температура;  $\eta$  — полнота превращения твердого реагента;  $f(\eta) = (\eta_0 + \eta)^{-n}$  при  $\eta < 1$ ;  $f(1) = 0$  — функция выгорания;  $E_a$  — энергия активации;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $z$ ,  $\nu$ ,  $n$ ,  $\eta_0$  — кинетические коэффициенты.

Выполненные исследования позволили выявить ряд специфических закономерностей, присущих данному явлению, в частности послонный устойчивый и автоколебательный режимы, горение при полном и неполном превращении твердого реагента, волны догорания и др., существование которых впоследствии экспериментально подтверждено [4, 5].

Для горения пористых сред характерна многостадийность процесса подвода окислителя к зоне реакции, включающая наряду с фильтрацией сорбционную стадию, т. е. адсорбцию окислителя поверхностью твердой фазы и его диффузию через нарастающую пленку продукта. Во многих практически важных случаях (горение крупнодисперсных частиц с образованием пленок конденсированного продукта) диффузионная стадия играет определяющую роль в механизме теплового распространения пламени. Эта роль, однако, не может быть раскрыта в рамках квазигомогенной постановки, оперирующей набором эмпирических констант в макрокинетическом законе (1), не связанных явно с сорбционными характеристиками среды и отражающих лишь совокупное влияние адсорбции, диффузии и собственно химической реакции на скорость образования продукта. В основу детального анализа процесса должна быть положена гетерогенная модель, учитывающая наряду с фильтрацией последующие стадии — адсорбцию и диффузию окислителя в твердой фазе<sup>1</sup>. Такой подход в отличие от квазигомогенной постановки позволяет в явном виде определить скорость горения как функцию структурных характеристик дисперсной среды.

Ниже с этих позиций в квазистационарном приближении рассматривается задача о распространении горения в слое пористого вещества с адиабатными газонепроницаемыми боковыми стенками и горячим торцом. Для анализа используется представление гетерогенной среды в виде упорядоченной совокупности слоев различных фаз, в данном случае — твердой и газообразной (рис. 1). При этом структура фаз характеризуется линейными размерами  $l_1$  и  $l_2$ , по смыслу эквивалентными эффективным значениям поперечника пор и частиц.

В соответствии с моделью реакционной диффузии [6] химическая реакция предполагается локализованной на поверхности контакта продукт — металл, где в условиях, близких к равновесным, происходит образование

<sup>1</sup> При высоких температурах, свойственных горению, собственно химические реакции в твердой фазе протекают, как правило, очень быстро, и скорость превращения на фронте горения практически определяется диффузионной кинетикой.

продукта и выделяется теплота реакции. Пренебрегая в дальнейшем растворимостью газа в твердом реагенте, будем отождествлять фронт реакции с подвижной границей окисной пленки, пределами которой ограничивается область диффузионного переноса.

Очевидно, что тепловое распространение пламени в данном случае есть результат совокупного действия теплопередачи, диффузии, адсорбции и фильтрации. Поэтому скорость горения может быть определена лишь в итоге совместного решения соответствующих краевых задач. Рассмотрим механизм диффузионного переноса в твердой фазе. Его интенсивность непосредственно зависит от величины коэффициента диффузии, являющегося функцией концентрации диффундирующего вещества и температуры

$$D = zf(c) \exp(-E/RT), \quad (2)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии;  $c$  — концентрация;  $T$  — температура;  $E$  — энергия активации диффузии;  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Ограничимся в дальнейшем случае, когда температурная зависимость коэффициента диффузии играет определяющую роль. Это обстоятельство позволяет пренебречь в (2) функциональной зависимостью  $f(c)$  по сравнению с экспоненциальной и обоснованно воспользоваться приемом «обрезания» диффузионной кинетики при некоторой температуре  $T_0$ , близкой к конечной  $T_k$ .

В системе координат, связанной с точкой «обрезания» (см. рис. 1), диффузионная задача может быть сформулирована следующим образом:

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D \frac{\partial c}{\partial y} \right), \quad (3)$$

$$y = 0: \quad c = c_*,$$

$$y = y_S(x): \quad c = c_S,$$

$$x = x_k: \quad \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial y} = 0.$$

Здесь  $u$  — скорость распространения горения;  $x, y$  — продольная и поперечная координаты; индексы  $*$ ,  $S$ , и  $n$  и  $k$  означают: поверхность раздела фаз, фронт реакции, начальное и конечное состояние на холодном и горячем торцах слоя пористого вещества.

В сравнении со стадией диффузии предшествующие ей процессы адсорбции и десорбции протекают очень быстро, и состояние на поверхности твердой фазы  $y = 0$  рассматривается как термодинамически равновесное. В общем случае концентрация растворенного у поверхности твердой фазы газа определяется функцией [7]

$$c_* = p^n b(T_*),$$

где  $b(T_*)$  — константа растворимости<sup>2</sup>. Концентрация окислителя  $c_S$  на фронте горения также может быть вычислена термодинамическим методом в равновесном приближении как функция давления и температуры

$$c_S = c(T_S, p_S).$$

Для описания процесса теплопереноса в слое конденсированной фазы воспользуемся уравнениями теплопроводности с соответствующими граничными условиями

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a_j \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( a_j \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad j = \text{м, п,}$$

$$x = x_n: \quad T = T_n, \quad x = x_k: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0,$$

<sup>2</sup> Коэффициент  $n = 1$ , когда переход газа в твердый раствор не сопровождается распадом его молекул;  $n = 0,5$  для двухатомного газа, молекулы которого диссоциируют в процессе растворения.

$$y = 0: T = T_*, \quad y = y_s(x): T = T_s,$$

$$y = l_2: \frac{\partial T}{\partial y} = 0.$$

Здесь  $a_j$  — коэффициент температуропроводности; индексы м и п отвечают соответственно твердому реагенту и конденсированному продукту;  $l_2$  — полуширина слоя твердой фазы.

Согласно принятой модели, процесс фильтрации осуществляется в слоевых порах шириной  $2l_1$ , предполагается одномерным и характеризуется сорбционными потерями через поверхность раздела фаз. Ограничиваясь приближением Дарси, при умеренных давлениях окислителя  $\rho \ll \rho_n$  получим

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{u_\Phi}{k_\Phi}, \quad l_1 \frac{d(\rho u_\Phi)}{dx} = -\Phi(x), \quad (4)$$

где  $\rho$  — плотность окислителя;  $u_\Phi$  — скорость фильтрации;  $k_\Phi$  — коэффициент фильтрации (полагается постоянным);  $\Phi(x)$  — удельная скорость адсорбционного переноса. Используя связь между параметрами состояния  $p = \rho R_g T$  ( $R_g$  — газовая постоянная), из соотношений (4) получим уравнение фильтрации

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{T} \frac{dp^2}{dx} \right) = \frac{2R_g}{l_1 k_\Phi} \Phi(x), \quad (5)$$

для интегрирования которого следует воспользоваться граничными условиями

$$x = x_n: p = p_n, \quad x = x_k: \frac{dp}{dx} = 0,$$

соответствующими фильтрации навстречу волне горения.

Входящие в задачу параметры  $u$ ,  $T_s$ ,  $\Phi(x)$  и  $y_s(x)$  заранее неизвестны и могут быть определены из соотношений материального и теплового баланса на фронте горения и поверхности раздела фаз. В приближении  $\rho \ll \rho_n$  на поверхности  $y_s(x)$  потоки компонентов связаны между собой следующим образом:

$$\left( \frac{\partial c}{\partial x} \frac{dy_s}{dx} - \frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y_s} = \frac{c_s \rho_n + \mu \rho_m}{\rho_n D_s} \frac{dy_s}{dx},$$

где  $\mu$  — стехиометрический коэффициент реакции. Пренебрегая кондуктивной теплопередачей по растворенному в твердой фазе газу и различием в значениях удельной теплоемкости компонентов, получим уравнение теплового баланса на фронте

$$a_m \left( \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dy_s}{dx} - \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{m,s} - (1 + \mu) a_n \left( \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dy_s}{dx} - \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{n,s} = \frac{u q}{c_T} \frac{dy_s}{dx},$$

где  $c_T$  — удельная теплоемкость;  $a_j = \lambda_j / c_T \rho_j$  — коэффициент температуропроводности;  $q$  — тепловой эффект реакции.

Допущения о квазистационарности процесса и идеальности теплового контакта между газом в порах и поверхностью твердой фазы предполагают выполнение на ней следующих условий:

$$\Phi(x) = -\rho_n D_* \left( \frac{\partial c}{\partial y} \right)_*,$$

$$\lambda_n \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_* + q_{ад} \Phi(x) = l_1 c_T \frac{d}{dx} (\rho u_\Phi T_*) + l_1 \lambda \frac{d^2 T_*}{dx^2},$$

где  $q_{ад}$  — удельная теплота адсорбции;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности газа.

Для дальнейшего анализа удобно перейти к безразмерным переменным, приняв в качестве масштабов времени продольной и поперечной дли-

ны, скорости, давления, коэффициентов диффузии и температуропроводности соответственно величины:

$$t^0 = l_R^2/D^0, l_x^0 = u^0 t^0, l_2, u^0 = \sqrt{a^0/t^0}, \\ p_n, D^0 = z \exp(-E/RT_R), a^0 = a_m.$$

В новых переменных  $\xi = x/l_x^0, \eta = y/l_2, U = \dot{u}/u^0, \pi = p/p_n,$   
 $\Theta = \frac{E(T - T_n)}{RT_n^2}$  уравнения задачи принимают следующий вид:

$$U \frac{\partial c}{\partial \xi} = \delta \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \bar{D} \frac{\partial c}{\partial \xi} \right) + \eta_R^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \bar{D} \frac{\partial c}{\partial \eta} \right), \quad (6)$$

$$\eta = 0: c = c_*, \eta = \eta_S: c = c_S, \xi = \xi_R: \frac{\partial c}{\partial \xi} = \frac{\partial c}{\partial \eta} = 0,$$

$$\bar{D} = D/D^0 = \exp\left(\frac{\Theta}{1 + \beta\Theta} - \frac{\Theta_R}{1 + \beta\Theta_R}\right), \delta = D^0/a_m, \beta = RT_n/E;$$

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \bar{a}_j \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right) + \frac{\eta_R^2}{\delta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \bar{a}_j \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right), \quad (7)$$

$$\xi = \xi_n: \Theta = 0, \xi = \xi_R: \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = 0, \eta = 0: \Theta = \Theta_*,$$

$$\eta = \eta_S: \Theta = \Theta_S, \eta = 1: \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = 0, \bar{a}_j = a_j/a_m;$$

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{1}{1 + \beta\Theta_*} \frac{d\pi^2}{d\xi} \right) = \omega \bar{\Phi} \eta_R^2, \quad (8)$$

$$\xi = \xi_n: \pi = 1, \xi = \xi_R: \frac{d\pi}{d\xi} = 0,$$

$$\bar{\Phi} = l_2 \Phi / \rho_n D^0, \omega = 2R_T T_n \rho_n a_m l_2 / k_\Phi \rho_n^2 l_1;$$

$$\left( \delta \frac{\partial c}{\partial \xi} \frac{d\eta_S}{d\xi} - \eta_R^2 \frac{\partial c}{\partial \eta} \right)_S = \frac{[\mu + (1 + \mu) c_S] U}{(1 + \mu) \bar{D}_S} \frac{d\eta_S}{d\xi}; \quad (9)$$

$$\left( \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \frac{d\eta_S}{d\xi} - \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \frac{\eta_R^2}{\delta} \right)_{m,S} - (1 + \mu) \bar{a}_n \left( \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \frac{d\eta_S}{d\xi} - \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \frac{\eta_R^2}{\delta} \right)_{n,S} = \frac{U}{\gamma} \frac{\partial \eta_S}{d\xi}, \quad (10)$$

$$\xi = 0: \eta_S = 0, \gamma = c_T RT_n^2 / qE;$$

$$\bar{\Phi} = -\bar{D}_* \left( \frac{\partial c}{\partial \eta} \right)_*; \quad (11)$$

$$\bar{a}_n \left( \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right)_* = \left( \frac{1}{\gamma_{ад}} + \frac{1 + \beta\Theta_*}{\beta} \right) \xi \bar{D}_* \left( \frac{\partial c}{\partial \eta} \right)_* + V \bar{\delta} \frac{\bar{G}_\Phi}{\eta_R} \frac{\partial \Theta_*}{d\xi} + \frac{\delta}{\eta_R^2} \varepsilon \bar{a} \frac{d^2 \Theta_*}{d\xi^2},$$

$$\bar{G}_\Phi = \frac{l_1 \rho_u \Phi}{a_m \rho_n}; \quad \varepsilon = \frac{\rho l_1}{\rho_n l_2}; \quad \gamma_{ад} = \frac{c_T RT_n^2}{\gamma_{ад} D^2}; \quad (12)$$

$\bar{a} = a/a_m$  — коэффициент температуропроводности газа;  $\eta_S = y_S/l_2$  — полнота превращения твердого реагента ( $0 \leq \eta_S \leq \eta_n \leq 1$ ).

В уравнения системы (6)–(12) входит параметр  $\delta$ , равный отношению масштабных значений коэффициентов диффузии и температуропроводности. Его величина существенно меньше единицы, так как теплоперенос в конденсированной среде протекает значительно интенсивнее диффузии. Это обстоятельство, как и при рассмотрении горения конденсированных систем в работе [8], дает возможность существенно упростить исходную постановку задачи, сведя уравнение теплопроводности к виду, содержащему лишь производные от температуры по продольной координате. Действительно, в пределе  $\delta = 0$  непосредственно из уравнения (7) следует  $\Theta = \Theta(\xi)$ . Последнее означает, что при достаточно малых, но отличных от нуля значениях  $\delta$  температура  $\Theta(\xi, \eta)$  вместе с производными  $\frac{\partial \Theta}{\partial \xi}$  и  $\frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2}$  слабо зависит от  $\eta$ . Учтя это, проинтегрируем почленно по  $\eta$

уравнение (7) в интервалах  $0 \leq \eta \leq \eta_s$  и  $\eta_s \leq \eta \leq 1$ . Сложив результаты и используя условия теплового баланса (10) и (12), получим приближенное соотношение в форме уравнения теплопроводности

$$\left[ (1 + \mu) \eta_s U + (1 - \eta_s) U + \frac{1 + \mu}{V \delta} \eta_R \bar{G}_\Phi \right] \frac{d\Theta}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} \left( a_\Sigma \frac{d\Theta}{d\xi} \right) + \frac{U}{\gamma} \frac{d\eta_s}{d\xi}, \quad (13)$$

отражающее в квазиодномерном виде закономерности теплопереноса в рассматриваемой гетерогенной системе, где  $a_\Sigma = (1 + \mu) \bar{a}_\pi \eta_s + 1 - \eta_s$  — эффективный коэффициент теплопроводности.

Уравнение (13) может быть упрощено, если учесть, что с точностью до малых величин порядка  $\rho/\rho_m$  коэффициент при производной  $\frac{d\Theta}{d\xi}$  пропорционален полному потоку вещества  $\rho_m u l_2 (1 + \mu \eta_R)$  в слое шириной  $l_1 + l_2$ . В итоге задача о распространении горения сводится к интегрированию уравнения теплопроводности

$$(1 + \mu \eta_R) U \frac{d\Theta}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} \left( a_\Sigma \frac{d\Theta}{d\xi} \right) + W$$

с граничными условиями

$$\xi = \xi_H: \Theta = 0, \quad \xi = \xi_R: \frac{d\Theta}{d\xi} = 0$$

и функцией источника  $W = \frac{U}{\gamma} \frac{d\eta_s}{d\xi}$ , вид которой может быть определен совместным решением диффузионной (в приближении  $\delta = 0$ )

$$U \frac{\partial c}{\partial \xi} = \eta_R^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \bar{D} \frac{\partial c}{\partial \eta} \right), \quad (14)$$

$$\eta = 0: c = c_*, \quad \eta = \eta_s: c = c_s, \quad \xi = \xi_H: \frac{\partial c}{\partial \xi} = 0,$$

$$\frac{d\eta_s}{d\xi} = \frac{(1 + \mu) \bar{D} \eta_R^2}{[\mu + (1 + \mu) c_s] U} \left( \frac{\partial c}{\partial \eta} \right)_s,$$

$$\xi = 0, \quad \eta_s^* = 0$$

и фильтрационной задач

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{1}{1 + \beta \Theta} \frac{d\pi^2}{d\xi} \right) = -\omega \eta_R^2 \bar{D} \left( \frac{\partial c}{\partial \eta} \right)_*, \quad (15)$$

$$\xi = \xi_H: \pi = 1, \quad \xi = \xi_R: \frac{d\pi}{d\xi} = 0.$$

Для определения вида функции  $W$  обратимся к уравнению (14). Считая процесс диффузионного переноса активированным —  $D = D(\Theta)$ , переходя

к новым переменным  $\varphi = \eta / \sqrt{\sigma}$ ,  $\sigma = \frac{\eta_R^2}{U} \int_0^\xi \bar{D}(\Theta) d\xi$  и принимая во внима-

ние очевидное преобладание в плёнке продукта поперечного градиента концентрации над продольным, преобразуем уравнение диффузии к виду

$$2 \frac{d^2 \bar{c}}{d\varphi^2} + \varphi \frac{d\bar{c}}{d\varphi} = 0,$$

$$\varphi = 0: \bar{c} = 1, \quad \varphi = \varphi_s: \bar{c} = 0, \quad \bar{c} = \frac{c - c_s}{c_* - c_s}.$$

Его решение определяет поле концентрации окислителя в твердой фазе

$$c = c_* - (c_* - c_s) \operatorname{erf}(\varphi/2) / \operatorname{erf}(\varphi_s/2), \quad (16)$$

где  $\operatorname{erf}(\varphi/2) = \frac{2}{\sqrt{3.14}} \int_0^{\varphi/2} \exp(-t^2) dt$ . Воспользовавшись решением (16),

вычислим производную

$$\frac{d\eta_S}{d\xi} = \frac{(1 + \mu)(c_* - c_S) \eta_K^2 \bar{D} \exp(-\varphi_S^2/4)}{\sqrt{3,14} \sigma U [\mu + (1 + \mu) c_S] \operatorname{erf}(\varphi_S/2)}$$

Упростим полученное выражение, выделяя в нем в качестве определяющей температурную зависимость  $\bar{D}(\Theta)$  и пренебрегая членами, содержащими<sup>3</sup>  $c_S$ :

$$\frac{d\eta_S}{d\sigma} = \frac{(1 + \mu) c_{*0} \exp(-\varphi_S^2/4)}{\mu \sqrt{3,14} \sigma \operatorname{erf}(\varphi_S/2)}, \quad (17)$$

где  $c_{*0} = b(\Theta_K) \pi_0^n$  — характеристическая поверхностная концентрация в пределах зоны реакции. Непосредственной подстановкой легко убедиться, что решением уравнения (17) является функция вида

$$\eta_S = \varphi_S \sqrt{\sigma}, \quad (18)$$

где  $\varphi_S$  — постоянная, удовлетворяющая соотношению

$$\varphi_S \operatorname{erf}(\varphi_S/2) = \alpha \exp(-\varphi_S^2/4). \quad (19)$$

Здесь

$$\alpha = 2(1 + \mu) c_{*0} / \mu \sqrt{3,14}.$$

Решая (19) численно, легко убедиться, что функция  $\varphi_S(\alpha)$  — монотонно возрастающая и обращается в нуль при  $\alpha = 0$ . Причем, когда  $\alpha < 1$ , что характерно для фильтрационных систем, величина  $\varphi_S < 1$ . Однако в этом случае допустимы приближения  $\exp(-\varphi_S^2/4) \simeq 1$ ,  $\operatorname{erf}(\varphi_S/2) \simeq \varphi_S/2$ , и решение (19) удовлетворительно аппроксимируется зависимостью

$$\varphi_S^2 = 4(1 + \mu) c_{*0} / \mu \sqrt{3,14}.$$

Постоянство  $\varphi_S$  в зоне горения позволяет определить функцию источника в простейшем виде, найдя производную  $d\eta_S/d\sigma$  дифференцированием уравнения (18)

$$\frac{d\eta_S}{d\sigma} = \frac{\varphi_S^2}{2\eta_S}. \quad (20)$$

Обратимся теперь к уравнению энергии, перейдя в нем к переменной  $\sigma$ :

$$(1 + \mu \eta_K) U^2 \frac{d\Theta}{d\sigma} = \frac{d}{d\sigma} \left( a_S \eta_K^2 \bar{D} \frac{d\Theta}{d\sigma} \right) + \frac{U^2}{\gamma} \frac{d\eta_S}{d\sigma}, \quad (21)$$

$$\sigma = \sigma_H: \Theta = \eta_S = 0, \quad \sigma = \sigma_K: \frac{d\Theta}{d\sigma} = 0.$$

Взяв его первый интеграл

$$\frac{d\Theta}{d\sigma} = U^2 [\eta_K - \eta_S - \gamma(1 + \mu \eta_K)(\Theta_K - \Theta)] / a_S \eta_K^2 \bar{D},$$

и перейдя с помощью (20) к координате  $\eta_S$ , получим

$$\frac{d\Theta}{d\eta_S} = \frac{2\eta_S U^2 [\eta_K - \eta_S - \gamma(1 + \mu \eta_K)(\Theta_K - \Theta)]}{a_S \gamma \eta_K^2 \varphi_S^2 \bar{D}}. \quad (22)$$

Повторное интегрирование (22) в пределах зоны горения при использовании обычного приема линеаризации показателя экспоненты определяет скорость распространения горения как явную функцию тепловых, фильтрационных (через давление  $p_0$ ), сорбционных и структурных характеристик среды:

$$U^2 = \frac{\gamma \eta_K^2 \varphi_S^2 (1 + \beta \Theta_K)^2}{2f(\eta_K)} \quad (23)$$

или в размерном виде

$$u^2 = \frac{2z a_M (1 + \mu) b(T_K) p_0^n c_T R T_K^2 \exp(-E/RT_K)}{\mu \sqrt{3,14} l^2 q E f(\eta_K^*)}, \quad (24)$$

<sup>3</sup> Согласно имеющимся опытным данным [6], как правило,  $c_* \gg c_S$ .

где  $f(\eta_k) = \eta_k \Delta^{-2} [\Delta \eta_k - \ln(\Delta \eta_k + 1)] - \Delta^{-3} l(\Delta \eta_k + 1)^2 / 2 - 2\Delta \eta_k - 0,5 + \ln(\Delta \eta_k + 1)$  — слабая функция  $\eta_k$ ;  $\Delta = (1 + \mu) \bar{a}_n - 1$ . Согласно (24), скорость горения будет определена, если известны параметры  $p_0$ ,  $T_k$ ,  $\eta_k$ . Значение конечной температуры процесса определяется первым интегралом (21) в точке  $\Theta = 0$ ,  $\eta_s = 0$

$$\Theta_k = \frac{\eta_k}{\gamma(1 + \mu \eta_k)}. \quad (25)$$

Величины  $p_0$  и  $\eta_k$  могут быть найдены лишь с учетом фильтрационных закономерностей. Обратимся к уравнению фильтрации (15). Перейдя во внешней производной в его левой части к переменной  $\sigma$  и раскрыв с помощью (16) производную в правой части, с учетом ранее принятых оценок ( $\varphi_s < 1$ ,  $c_s \ll 1$ ) получим первый интеграл (15)

$$\frac{d\pi^2}{d\xi} = - \frac{\mu \omega}{1 + \mu} U(1 + \beta \Theta)(\eta_k - \eta_s). \quad (26)$$

Проинтегрируем (26) еще раз, ограничиваясь пределами зоны реакции. Полагая, что фильтрация здесь протекает в условиях, близких к изотермическим, и перейдя предварительно к переменной  $\eta_s$ , найдем соотношение, связывающее между собой характерные давления  $\pi_0$  и  $\pi_k$

$$\pi_0^2 = \pi_k^2 + \left( \frac{\mu U}{1 + \mu} \right)^2 \frac{V \sqrt{3,14} \omega \eta_k (1 + \beta \Theta_k)}{12c_{*0}}. \quad (27)$$

С другой стороны, интегрирование (26) по всей длине слоя в пренебрежении фильтрационным сопротивлением волны горения<sup>4</sup> определяет конечное давление в зависимости от местоположения фронта пламени

$$\pi_k^2 = 1 - \frac{\mu \omega \eta_k}{1 + \mu} U \xi_{пл}, \quad (28)$$

где  $\xi_{пл} = -\xi_n$  — расстояние между фронтом горения и холодным концом слоя.

При развитии фильтрационного горения, как впервые отмечено в [1], могут быть реализованы две возможные ситуации, когда в роли фактора, лимитирующего скорость процесса, выступает либо кинетика реакции, в данном случае — диффузионная (кинетический режим), либо фильтрация окислителя к зоне горения (фильтрационный режим). Соответственно этому процесс нарастания пленки продукта завершается либо из-за полного выгорания твердого реагента при еще не исчерпанных полностью возможностях механизма подвода окислителя ( $\eta_k = 1$ ,  $\pi_k > 0$ ), либо вследствие недостаточной интенсивности фильтрации последнего ( $\eta_k < 1$ ,  $\pi_k = 0$ ). Эта альтернатива отражается соотношением  $\pi_k(1 - \eta_k) = 0$ , образующим вместе с (23), (25), (27), (28) замкнутую систему уравнений. Ее решение позволяет определить характерные параметры процесса  $u$ ,  $\eta_k$ ,  $\Theta_k$ ,  $\pi_0$ ,  $\pi_k$  и рассмотреть его основные закономерности.

Представим полученные соотношения в виде, удобном для дальнейшего анализа,

$$U^2 = A \pi_0^n, \quad \pi_k^2 = 1 - BU \xi_{пл}, \quad \pi_0^2 = \pi_k^2 + CU^2 / \pi_0^n, \quad (29)$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $C$  — известные функции  $\Theta_k$  и  $\eta_k$ . Комбинируя уравнения системы (29), получим соотношение для определения конечного давления

$$[(1 - \pi_k^2) / (B \xi_{пл})]^2 = A(\pi_k^2 + AC)^{n/2}. \quad (30)$$

Обозначив его левую и правую части соответственно через  $S_1(\pi_k^2, \xi_{пл})$  и  $S_2(\pi_k^2)$ , определим вид этих функций в интервале  $0 \leq \pi_k^2 \leq 1$ , отвечающем кинетическому режиму горения. При этом  $\eta_k = 1$ , а величины  $A$ ,

<sup>4</sup> Такое приближение допустимо лишь для слоя достаточно большой протяженности, существенно превосходящей ширину зоны тепловой релаксации в волне горения.



Рис. 2. К графоаналитическому анализу решения уравнения (30).

$B, C$  — заранее известные константы. Функции семейства  $S_1$  — вогнутые и монотонно убывают с ростом  $\pi_k^2$  и  $\xi_{пл}$ , причем  $S_1(0) = (B\xi_{пл})^{-2}$ , а  $S_1(1) = 0$  (рис. 2). Функция  $S_2$  — наоборот, выпуклая, монотонно возрастающая,  $S_2(0) = A(AC)^{n/2}$ . Пересечение кривых  $S_1$  и  $S_2$  определяет величину конечного давления  $\pi_k$ . Так как  $S_1 \sim \xi_{пл}^{-2}$ , то всегда найдется такое достаточно малое расстояние  $\xi_{пл} \neq 0$ , при котором в точке пересечения будет  $\pi_k^2 > 0$ . С ростом  $\xi_{пл}$  величина  $\pi_k$  убывает. При некотором критическом значении  $\xi_{пл} = \xi_{кр}$  кривые  $S_1$  и  $S_2$  лишь соприкасаются в точке  $\pi_k = 0$ , отвечающей предельному состоянию ( $\eta_k = 1, \pi_k = 0$ ), в котором

$$\xi_{кр} = [AB^2(AC)^{n/2}]^{-0,5}. \quad (31)$$

Дальнейшее увеличение  $\xi_{пл} > \xi_{кр}$  приводит к разъединению кривых  $S_1$  и  $S_2$ , означающему потерю решения при  $\eta_k = 1$  и переход к фильтрационному режиму горения. Таким образом, при распространении по слою пористого реагента волна горения последовательно проходит через фильтрационную и кинетическую стадии. При этом ее скорость непрерывно возрастает. Действительно, учтя связь (25) между  $\Theta_k$  и  $\eta_k$  и выделяя в (30) наиболее сильную зависимость от  $\eta_k$ , получим для фильтрационного режима горения  $\xi_{пл} \sim [b(\Theta_k)\eta_k^{4+1,5n}]^{-0,5}$ . Так как константа растворимости обычно возрастает с температурой, то, согласно полученной оценке, приближение волны горения к холодному торцу слоя должно сопровождаться возрастанием  $\eta_k$  и  $\Theta_k$ . Последнее, согласно (24), увеличивает скорость горения.

В кинетическом режиме из (29) для определения скорости горения получим уравнение  $U^{4/n} + A^{2/n} \cdot B\xi_{пл} \cdot U - A^{2/n}(1 + AC) = 0$ . Его дифференцирование дает  $\frac{dU}{d\xi_{пл}} = -A^{2/n} \cdot BU \left( \frac{4}{n} U^{4/n-1} + BA^{2/n}\xi_{пл} \right) < 0$ , что также означает ускорение волны горения по мере ее приближения к холодному концу слоя.

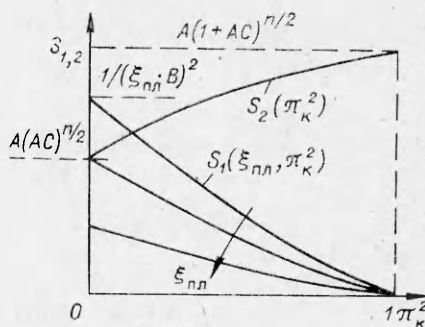
Полученные выше результаты согласуются с выводами работ [1—3], посвященных аналитическому и численному исследованию фильтрационного горения на основе квазигомогенного подхода.

Наряду с этим представляется возможным проследить за развитием горения в зависимости от изменения диффузионных и структурных свойств среды, т. е. от тех ее параметров, роль которых не может быть выявлена на основе модели сплошной среды. В частности, согласно (24), улучшение газопоглощающей способности твердой фазы (увеличение константы растворимости) должно сопровождаться возрастанием скорости горения. Такой же эффект достигается и при улучшении диффузионной проницаемости пленки продукта, например, вследствие роста коэффициента диффузии  $D$ . Влияние характерного размера  $l_2$  на скорость горения носит более сложный характер. Принимая, согласно (29),

$$u \sim \frac{\sqrt{A\tau_0^n}}{\eta_k l_2} \exp(-E/2RT_k) \quad (32)$$

и учитывая, что измельчение частиц в дисперсных средах ведет к более плотной их упаковке, рассмотрим два предельных состояния.

В слое с преобладанием крупнодисперсных частиц проницаемость среды достаточно велика, и горение протекает в кинетическом режиме при



$\pi_0 \simeq 1$ . Так как в этом случае  $\eta_k = 1$  и конечная температура независимо от размера частиц  $T_k = T_n + \frac{q}{c_T(1+i)}$ , то из (32) следует  $u \sim l_2^{-1}$ .

В сильноуплотненных, мелкодисперсных средах, наоборот, слабо выраженный фильтрационный перенос ограничивает интенсивность горения и полноту превращения твердого реагента: Давление окислителя в зоне реакции при этом срабатывается до нуля. Поэтому параметр  $\pi_0 \ll 1$  и его величина существенна для определения скорости горения. Входящие в (32)  $T_k$  и  $\eta_k$  определяются режимом фильтрации и, следовательно, являются функциями  $l_2$ . Все это усложняет характер зависимости  $u(l_2)$ . Ее, однако, можно упростить, воспользовавшись следующим из (29) при  $\pi_k = 0$  определением  $A\pi_0^n = (B\xi_{пл})^{-2}$ . Подставив это в (32), раскрыв  $B$  и пренебрегая зависимостью от  $\eta_k^2$  по сравнению с экспоненциальной, получим

$$u \sim \frac{mk_\Phi}{l_2} \exp(-E/2RT_k). \quad (33)$$

Здесь  $m \simeq l_1/l_2$  — пористость среды.

Основываясь на данных, представленных в [9, 10], примем приближенно, что  $m \sim l_2^S$ , а  $k_\Phi \sim l_2^2$ , где  $S < 1$ . Следовательно,  $mk_\Phi \sim l_2^{2+S}$ . Учтя это, а также полученную при интегрировании уравнения фильтрации (5) оценку  $mk_\Phi \sim uT_k^2$ , преобразуем функциональную зависимость (33) к виду

$$u \sim l_2^{1+S} \exp(-E\sqrt{u}/2Rl_2^{1+S/2}),$$

свидетельствующему о нарастающем характере  $u(l_2)$  в мелкодисперсных средах.

С физической точки зрения полученный результат отражает определяющую роль различных стадий массопереноса при горении в зависимости от дисперсных частиц в слое. В плотных засыпках, где скорость горения определяется интенсивностью фильтрации окислителя, рост размеров частиц, стимулируя фильтрационный перенос, увеличивает скорость распространения горения. Однако одновременно транспорт окислителя в зоне реакции затрудняется на диффузионной стадии. В этих условиях снижение скорости распространения горения при дальнейшем укрупнении частиц является следствием определяющего влияния роста диффузионного сопротивления пленки продукта.

Как и скорость горения, протяженность зоны полного превращения является важным параметром, отражающим динамику химического превращения в слое конечной длины. На ее величину несомненно оказывают влияние не только фильтрационные, но и сорбционные характеристики твердой фазы. Действительно, увеличение диффузионной проницаемости частиц, отвечающее, согласно (3), убыванию  $E$ , ведет к росту коэффициента  $A$  при постоянных  $B$  и  $C$ . Следствием этого по (31) является убывание  $\xi_{кр}$ .

Улучшение газопоглощающей способности твердой фазы, связанное с ростом константы растворимости, сопровождается увеличением  $A$  при постоянных  $B$  и  $C$ . Оно также приводит к сокращению зоны полного превращения. Напротив, расширению последней способствует рост размеров

частиц. Действительно, при увеличении  $l_2 \sim \omega^{-\frac{1}{2+S}}$  коэффициенты  $B$  и  $C$  убывают,  $A$  — постоянно, а  $\xi_{кр}$  возрастает.

В заключение отметим еще одно обстоятельство, вытекающее из оценки отношения протяженности зоны реакции к линейному масштабу  $l_2$ .

Оно достаточно велико ( $l_2^0/l_2 \sim \delta^{-\frac{1}{2}} \gg 1$ ). Тем самым при анализе горения оправдывается использование квазигомогенной модели среды с учетом присущей ей и отмеченных выше ограничений.

В настоящей работе рассмотрен случай горения с образованием твердых продуктов реакции, однако принятый подход при соответствующем усложнении расчетной схемы может быть распространен на более общий случай горения газообразующих систем.

Поступила в редакцию 18/XI 1982,  
после доработки — 30/V 1983

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Алдушин, А. Г. Мержанов, Б. И. Хайкин. Докл. АН СССР, 1974, 512, 3.
2. А. П. Алдушин, Т. П. Ивлева, А. Г. Мержанов и др.— В кн.: Процессы горения в химической технологии и металлургии. Черногловка, 1975.
3. А. П. Алдушин, Б. С. Сеплярский. Теория фильтрационного горения пористых металлических образцов. Препринт. Черногловка, 1977.
4. И. П. Боровинская, А. И. Питюлин. ФГВ, 1978, 14, 1.
5. А. Н. Питюлин, В. А. Щербаков, И. П. Боровинская и др. ФГВ, 1979, 15, 4.
6. К. Хауффе. Реакции в твердых телах и на их поверхности. М.: Металлургия, 1962.
7. А. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. М.: Наука, 1976.
8. А. П. Алдушин, Б. И. Хайкин. ФГВ, 1974, 10, 3.
9. С. С. Забродский. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожигенном слое. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1963.
10. В. И. Аравин, С. Н. Нумеров. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. М.: ГИТТЛ, 1953.

### РАЗВИТИЕ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ В ПЛОСКОМ СЛОЕ ПОРИСТОГО ВЕЩЕСТВА

*Н. Н. Столярова, Г. С. Сухов*  
(Ленинград)

В последние годы интенсивно развиваются исследования по горению металлов, например, [1—6]. Последние ориентированы прежде всего на изучение особенностей развития высокотемпературного синтеза в зависимости от физико-химических свойств реагентов, внешних условий и способов организации процесса. Объектом выполненных до настоящего времени экспериментов были, как правило, образцы цилиндрической формы, приготовленные либо из химически активной смеси порошкообразных металла и неметалла, либо из порошкообразного металла, способного гореть в атмосфере газообразного окислителя. Наряду с этим определенным интерес представляют процессы, развивающиеся в слоях вещества различной конфигурации.

В настоящей работе обсуждаются некоторые результаты экспериментального исследования горения порошкообразного металла в плоских засыпках при подводе окислителя через открытую свободную поверхность.

Опыты проводились в атмосфере азота с порошкообразным титаном марки ПТС с эффективным размером частиц  $3 \cdot 10^{-4}$  м. Горение осуществлялось в слоевых засыпках размером  $0,05 \times 0,105$  м при трех фиксированных значениях высоты  $H = 5, 10$  и  $15$  мм и насыпной плотности порошка  $(1,86 \pm 0,06) \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Образцы располагались на подложке из огнеупорного шамота с теплопроводностью  $\lambda = 1,167$  Вт/(м · К) и помещались в барокамеру постоянного давления объемом  $0,02$  м<sup>3</sup>, оснащенную системами откачки воздуха, подачи окислителя, поджигания, а также различными средствами наблюдения за развитием горения. Образцы поджигались от источника постоянного тока с помощью устройства, состоящего из вольфрамовой нити диаметром  $0,55$  мм, погруженной в слой легковоспламеняющегося мелкодисперсного титанового порошка. Такой способ обеспечивал достаточно высокую стабильность и однородность (по поперечному сечению) воспламенения исследуемых