

УДК 532.516

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ

А. А. Вяткин, А. А. Иванова, В. Г. Козлов

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
614990 Пермь, Россия

E-mails: a.a.vjatkin@mail.ru, a.ivanova@pspu.ru, kozlov@pspu.ru

Исследуются тепловая конвекция и теплоперенос во вращающемся вокруг горизонтальной оси цилиндрическом слое жидкости, на границах которого заданы различные постоянные температуры. Изучено влияние скорости вращения цилиндрического слоя жидкости на конвективный теплоперенос в этом слое. Результаты исследований представлены в зависимости от безразмерных параметров, характеризующих действие двух конвективных механизмов: центробежного и термовибрационного. Показано, что при малой скорости вращения полости теплоперенос определяется квазистационарной гравитационной конвекцией.

Ключевые слова: вибрационная тепловая конвекция, вращение, цилиндрический слой, теплоперенос.

DOI: 10.15372/PMTF20160218

Введение. Тепловая конвекция во вращающихся системах широко распространена в природе и технике [1]. Влияние вращения на конвективные процессы определяется действием сил инерции (центробежной и Кориолиса). Изучению гравитационной конвекции при вращении посвящены работы [2–5].

В случае если полость с неизотермической жидкостью вращается во внешнем силовом поле вокруг оси, перпендикулярной направлению поля, например в поле силы тяжести вокруг горизонтальной оси, в полости в результате “приливных” колебаний неоднородной по плотности жидкости возбуждается вибрационная тепловая конвекция [6–8].

Виброконвективный механизм характеризуется вибрационным параметром $R_v = (g\beta\Theta h)^2 / (2\nu\chi\Omega^2)$ (g — ускорение свободного падения (внешнее силовое поле); β , ν , χ — коэффициент теплового расширения, кинематическая вязкость и температуропроводность; Θ , h — характерные разность температур и линейный масштаб задачи; Ω — скорость вращения полости) [7]. Определяющими параметрами являются также центробежное число Рэлея, число Прандтля и безразмерная скорость вращения, которая, в частности, характеризует действие силы Кориолиса.

Экспериментальному исследованию тепловой конвекции в различных полостях (плоской и цилиндрической), вращающихся вокруг горизонтальной оси, посвящены рабо-

Работа выполнена в рамках программы стратегического развития Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета (код проекта 029-Ф), при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00675а) и в рамках задания Министерства образования РФ № 2014/372 (проект № 2176).

© Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г., 2016

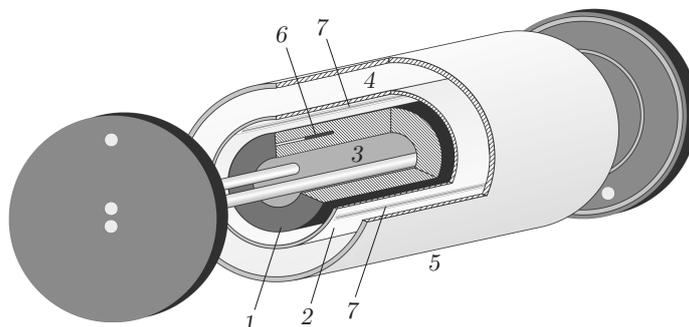


Рис. 1. Схема кюветы:

1 — алюминиевый цилиндр, 2, 5 — прозрачные плексигласовые трубки, 3 — канал внутри алюминиевого цилиндра, 4 — водяная “рубашка”, 6, 7 — температурные датчики

ты [9–11]. Следует отметить, что вибрационный механизм генерации осредненных течений в полости, вращающейся во внешнем статическом силовом поле, проявляется в любых неоднородных по плотности гидродинамических системах включая многофазные [12], вызывая интенсивное движение и массоперенос.

В данной работе экспериментально исследуются надкритические течения и конвективный теплоперенос во вращающемся с высокой скоростью горизонтальном цилиндрическом слое, на границах которого заданы различные температуры.

1. Постановка эксперимента. Цилиндрический слой жидкости находится между коаксиальными поверхностями алюминиевого цилиндра 1 диаметром $d = 60$ мм и плексигласовой трубки 2, толщина стенки которой равна 3 мм (рис. 1). Толщина слоя жидкости составляет $h = 7$ мм, длина $l = 230$ мм. Температура на границах слоя поддерживается с помощью воды, прокачиваемой от термостатов через каналы 3 в металлическом цилиндре 1 (температура T_{in}) и водяную “рубашку” 4. “Рубашка” расположена между плексигласовыми трубками 2, 5 и имеет постоянную температуру T_{cav} .

Измерения температуры выполняются с помощью термометров сопротивления. Для измерения температуры на внутренней границе слоя T_{in} используется датчик 6, изготовленный из медной проволоки. Температура на внешней границе слоя T_{ex} и температура жидкости в “рубашке” T_{cav} измеряются интегральными датчиками 7. Датчики представляют собой несколько петель медной проволоки диаметром 0,02 мм, вытянутых по всей длине слоя и приклеенных к стенкам плексигласовой трубки 2 с противоположных сторон полосками прозрачной самоклеящейся пленки толщиной 0,1 мм и шириной приблизительно 10 мм (датчики измеряют среднюю вдоль образующей слоя температуру). Сопротивление датчиков составляет 90 Ом.

Датчики термометров сопротивления подключены к многоканальному измерителю температуры “Термодат-13К5” (погрешность измерения — 0,1 К), вращающемуся вместе с кюветой. Сигнал от прибора поступает на компьютер через электрический коллектор. Подача термостатированной жидкости к вращающейся кювете и ее отвод осуществляются через гидравлический коллектор. Подробное описание установки приведено в [9].

Кювета расположена горизонтально и приводится во вращение с помощью шагового двигателя, обеспечивающего равномерное вращение с постоянной скоростью (нестабильность скорости не превышает 0,001 1/с). Скорость вращения изменяется в интервале $n = 0,1 \div 2,0$ 1/с и контролируется цифровым тахометром.

Опыты проводятся с дистиллированной водой. После установления температуры на внутренней границе T_{in} и температуры жидкости в “рубашке” T_{cav} кювета приводится во вращение с высокой скоростью n , которая затем пошагово уменьшается. На каждом

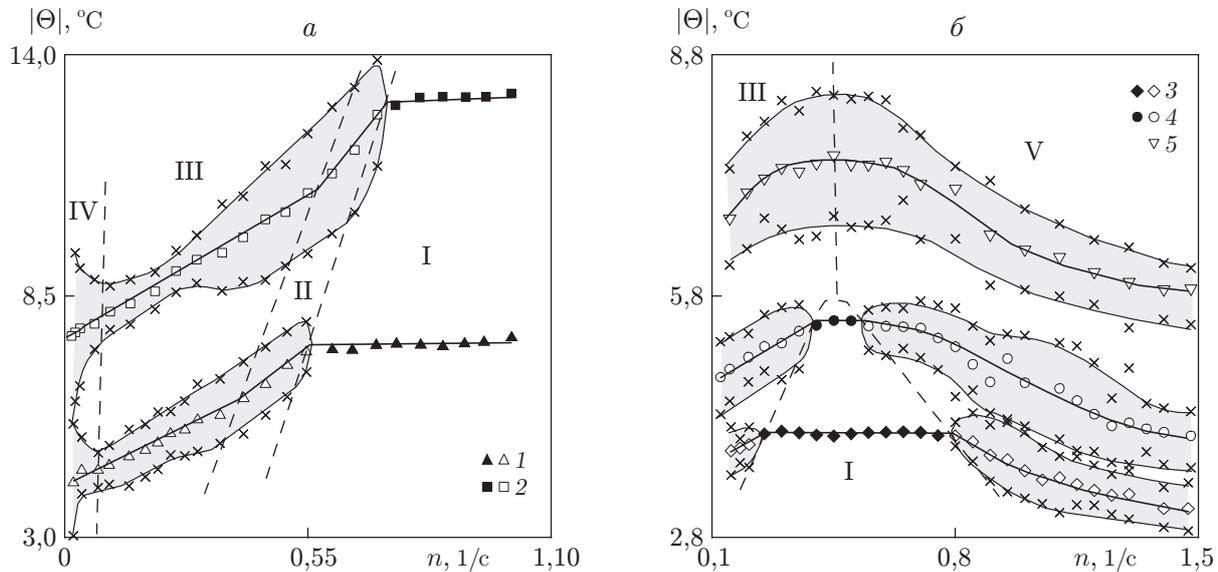


Рис. 2. Зависимость разности температур от скорости вращения при $\Theta < 0$ (а) и $\Theta > 0$ (б):

а — $T_{cav} = 16,5$ °С (1 — $\Delta T + \Theta = -18,7$ °С, 2 — $\Delta T + \Theta = -25,6$ °С); б — $T_{in} = 15,3$ °С (3 — $\Delta T + \Theta = 8,7$ °С, 4 — $\Delta T + \Theta = 11,7$ °С, 5 — $\Delta T + \Theta = 18,0$ °С); темные точки — область устойчивости равновесия, светлые — область развитой конвекции; I — область устойчивости, II — область существования двумерных конвективных валов, III — область существования трехмерных структур, IV — область гравитационной конвекции, V — область центробежной конвекции; × — границы областей изменения температуры

шаге после установления стационарного режима конвекции измеряется температура на внешней границе слоя T_{ex} , затем рассчитываются разность температур на границах слоя $\Theta = T_{ex} - T_{in}$ и падение температуры на стенке плексигласовой трубки $\Delta T = T_{cav} - T_{ex}$, характеризующее тепловой поток через слой. В каждой серии опытов температура внутреннего цилиндра T_{in} и температура жидкости в “рубашке” T_{cav} поддерживаются постоянными. Таким образом, в ходе эксперимента (при изменении n) сумма $\Theta + \Delta T$ остается постоянной. Опыты повторяются при различных значениях T_{in} и T_{cav} .

Для визуализации течения в рабочую жидкость добавляется алюминиевая пудра с небольшим количеством поверхностно-активного вещества (0,03 и 0,2 % массы жидкости соответственно). Результаты, полученные при наличии поверхностно-активного вещества и в его отсутствие, с точностью до погрешности эксперимента совпадают.

2. Результаты эксперимента. При нагреве жидкости вблизи внутренней границы слоя и большой скорости вращения n под действием центробежной силы инерции в слое устанавливается механическое равновесие: разность температур на границах слоя Θ не изменяется при изменении частоты вращения (область I на рис. 2,а). При уменьшении n в слое скачкообразно развивается конвекция. Возникновение конвекции регистрируется при уменьшении разности температур до критического значения, зависящего от теплового сопротивления потока. При уменьшении разности температур на границах слоя это критическое значение смещается в область меньших значений n (штриховая линия между областями I и II).

Одновременно с конвективными структурами в слое возникают регулярные низкочастотные колебания температуры T_{ex} и как следствие колебания разности температур

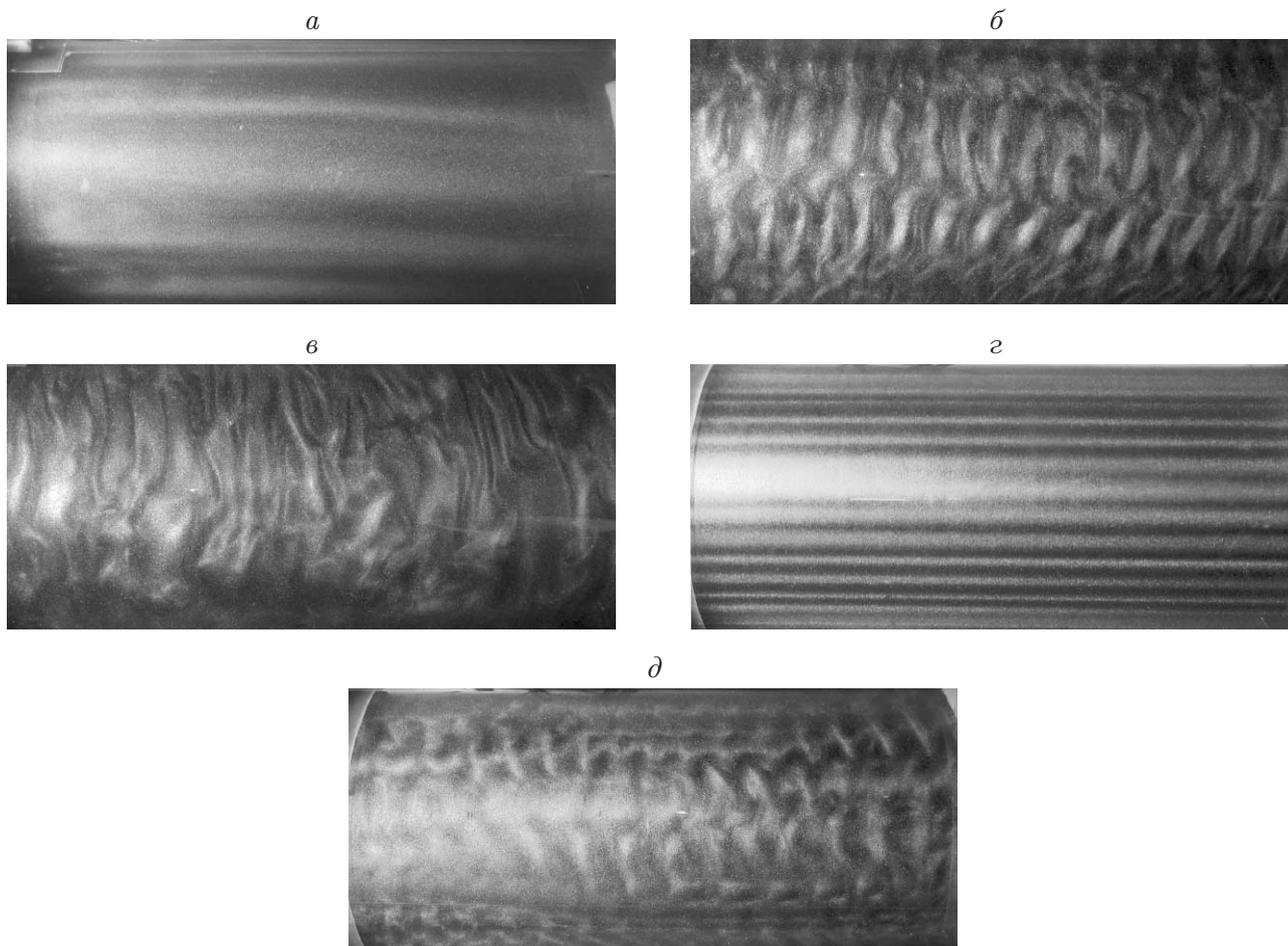


Рис. 3. Структуры конвективных течений в случае $T_{cav} = 15,3 \text{ } ^\circ\text{C}$ (вид сбоку):
 a - $в$ — $\Theta < 0$, $\Delta T + \Theta = -26,2 \text{ } ^\circ\text{C}$ (a — $n = 0,59 \text{ 1/c}$, $б$ — $n = 0,19 \text{ 1/c}$, $в$ — $n = 0,09 \text{ 1/c}$),
 $г$, $д$ — $\Theta > 0$, $\Delta T + \Theta = 15,7 \text{ } ^\circ\text{C}$ ($г$ — $n = 1,3 \text{ 1/c}$, $д$ — $n = 0,19 \text{ 1/c}$)

ΔT и Θ . Колебания имеют достаточно большую амплитуду (заштрихованные области на рис. 2); наибольший период колебаний наблюдается в окрестности критического значения n .

Из экспериментов следует, что колебания температуры T_{ex} вызваны медленным смещением системы валов в азимутальном направлении (валы перемещаются в направлении, противоположном направлению вращения кюветы).

При увеличении разности температур Θ критическое значение скорости вращения монотонно возрастает (точки 2 на рис. 2,а), при этом длина волны вихревых структур не меняется.

Вблизи критического значения n конвективные течения имеют вид двумерных валов, вытянутых вдоль оси вращения (рис. 3,а). Длина волны λ значительно превышает толщину слоя h : $\lambda/h \approx 5$. С уменьшением n скорость смещения вихревой системы увеличивается, а период колебаний уменьшается. С увеличением разности температур на границах слоя амплитуда колебаний температуры на внешней границе слоя увеличивается.

При уменьшении скорости вращения полости наряду с продольными валами возникает периодическая система вихрей, ориентированных перпендикулярно оси вращения (см. рис. 3,б). Поперечный размер этих вихрей сравним с толщиной слоя и в несколько раз меньше размера продольных валов.

При появлении поперечных вихревых структур теплоперенос через слой изменяется незначительно: на рис. 2,а граница области с поперечными структурами показана штриховой кривой между областями II и III. Длинноволновые продольные и коротковолновые поперечные структуры существуют совместно в некотором интервале значений скорости вращения. При дальнейшем уменьшении скорости вращения (при увеличении параметра надкритичности) поперечные осей валов увеличиваются, продольные уменьшаются и со временем исчезают (граница между областями III и IV на рис. 2,а). При очень малой скорости вращения вихревые структуры вытянуты вдоль азимута (см. рис. 3,в). Такие структуры, возникающие в верхней части слоя, обусловлены гравитационным механизмом конвекции и рэлеевской неустойчивостью подогреваемого снизу слоя.

В случае если температура на внешней границе слоя выше, чем на внутренней, при большой скорости вращения развивается интенсивная центробежная конвекция (область V на рис. 2,б). Поперечный размер конвективных валов, вытянутых вдоль оси вращения, близок к толщине слоя (см. рис. 3,г). На внешней границе слоя регистрируются колебания температуры T_{ex} , что вызвано смещением системы валов в азимутальном направлении противоположно направлению вращения полости. Скорость смещения существенно меньше скорости движения в азимутальном направлении длинноволновых продольных валов.

При уменьшении скорости вращения разность температур Θ увеличивается (см. рис. 2,б), что свидетельствует об уменьшении интенсивности центробежных конвективных течений. В случае малых Θ (точки 3, 4 на рис. 2,б) при достижении критического значения скорости вращения конвективные валы исчезают и в некотором интервале изменения n в слое устанавливается теплопроводный режим конвекции (область I на рис. 2). Дальнейшее уменьшение n приводит к возникновению конвективного теплопереноса (левая граница области I): так же как в случае $\Theta < 0$, в слое формируется система продольных валов с большой длиной волны (см. рис. 3,а).

С увеличением Θ последовательность смены режимов течения в зависимости от скорости вращения в целом сохраняется, однако интервал частот, в котором конвекция отсутствует, сужается; при превышении некоторого значения Θ конвекция имеет место во всем интервале значений n (см. рис. 2,б). При этом смена доминирующих режимов конвекции с уменьшением скорости сопровождается изменением пространственного масштаба вихревой структуры [9]. При малых значениях скорости n наблюдается такое же чередование режимов конвекции, как и в случае нагрева слоя на внутренней границе. Структура данного течения показана на рис. 3,д.

3. Анализ результатов. В рассматриваемой постановке сила тяжести оказывает воздействие на слой неоднородно нагретой жидкости. Во вращающейся вокруг горизонтальной оси полости сила тяжести вызывает колебания неизотермической жидкости в системе отсчета полости. Колебания жидкости приводят к появлению конвективного движения (термовибрационный механизм), характеризуемого вибрационным параметром $R_v = (g\beta\Theta h)^2 / (2\nu\chi\Omega^2)$ [7]. Влияние на жидкость центробежной силы инерции и силы Кориолиса во вращающейся системе характеризуется центробежным числом Рэлея $Ra = \Omega^2 R\beta\Theta h^3 / (\nu\chi)$ и безразмерной скоростью вращения $\omega = \Omega h^2 / \nu$, где $R = (d + h)/2$ — средний радиус слоя. Таким образом, осредненная тепловая конвекция во вращающейся вокруг горизонтальной оси полости с неизотермическими границами определяется влиянием центробежного [4] и вибрационного [7] механизмов.

На рис. 4 показана зависимость вибрационного параметра R_v от центробежного числа Рэлея Ra при понижении скорости вращения полости для различных значений разности температур жидкости на внутренней границе слоя и в “рубашке” (точки 1–7), на границе между областями центробежного и термовибрационного режимов конвекции (точки 8) и на границе области устойчивости квазиравновесия (точки 9). В ходе экспериментов скорость

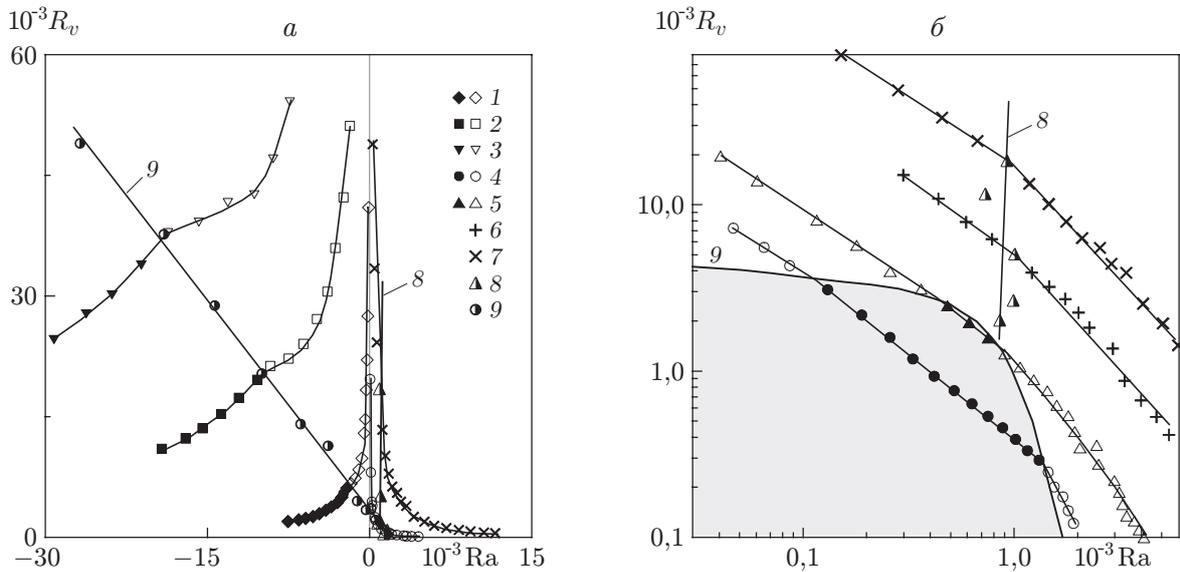


Рис. 4. Зависимость вибрационного параметра R_v от центробежного числа Рэлея Ra :

$a - T_{cav} = 16,5 \text{ }^\circ\text{C}$, $b - T_{in} = 15,3 \text{ }^\circ\text{C}$; 1 — $\Delta T + \Theta = 15,3 \text{ }^\circ\text{C}$, 2 — $\Delta T + \Theta = -25,6 \text{ }^\circ\text{C}$, 3 — $\Delta T + \Theta = -32,2 \text{ }^\circ\text{C}$, 4 — $\Delta T + \Theta = 8,7 \text{ }^\circ\text{C}$, 5 — $\Delta T + \Theta = 11,7 \text{ }^\circ\text{C}$, 6 — $\Delta T + \Theta = 18,0 \text{ }^\circ\text{C}$, 7 — $\Delta T + \Theta = 25,8 \text{ }^\circ\text{C}$, 8 — граница между областями центробежного и термовибрационного режимов конвекции, 9 — граница области устойчивости квазиравновесия; темные точки — область устойчивости равновесия, светлые — область развитой конвекции

вращения пошагово уменьшалась, что приводило одновременно к уменьшению центробежного числа Рэлея Ra и увеличению вибрационного параметра R_v . Область неустойчивости находится выше кривой 9.

На кривых, проведенных по точкам 1–7, виден излом, который соответствует смене режимов конвекции и появление которого обусловлено изменением соотношения Θ и ΔT (в эксперименте $\Theta + \Delta T = \text{const}$). При отрицательных значениях Ra , когда на внутренней границе слоя температура выше, чем на внешней, центробежная сила инерции играет стабилизирующую роль, пороговое значение R_v уменьшается с уменьшением $|Ra|$.

Из рис. 4,б следует, что при $Ra \approx 1700$ в поле центробежной силы возникает рэлеевская конвекция. При $Ra > 1700$ конвекция определяется центробежным механизмом. По мере уменьшения Ra (при уменьшении n) интенсивность центробежной конвекции снижается, но возрастает влияние вибрационного механизма, характеризуемого параметром R_v . При малых значениях разности температур на границах слоя конвективный режим теплопроводности сменяется молекулярным режимом (темные точки 4, 5).

При дальнейшем уменьшении скорости вращения в слое вновь нарушается равновесие, что приводит к скачкообразному увеличению интенсивности теплопереноса. Возникновение конвекции обусловлено влиянием термовибрационного механизма, аналогичного механизму теплопереноса, имеющему место при нагреве слоя на внутренней границе. Как и в случае $Ra < 0$, для данного режима конвекции характерны появление горизонтальных валов большого размера и их смещение относительно полости. При больших значениях $\Delta T + \Theta$ центробежная конвекция сменяется вибрационной, минуя фазу конвективного равновесия (точки 6, 7 на рис. 4,б), граница между областями с различными режимами теплопереноса показана кривой 8.

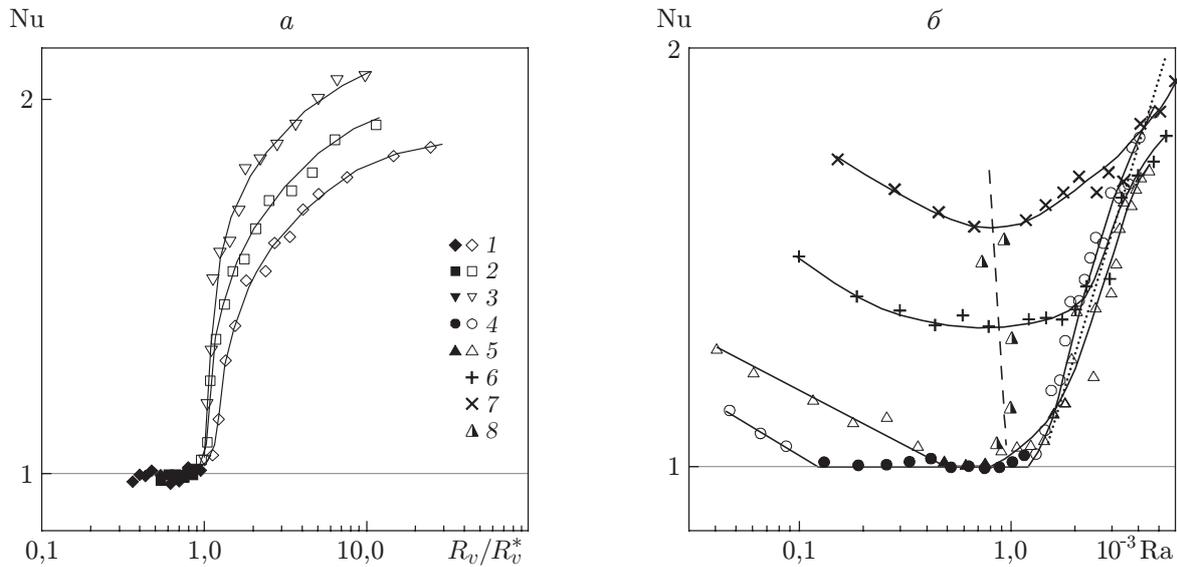


Рис. 5. Зависимость числа Нуссельта от вибрационного параметра R_v (а) и центробежного числа Рэля Ra (б):

пунктирная линия — расчет по формуле $Nu = 0,85 Ra^{0,5}$; остальные обозначения те же, что на рис. 4

Рассмотрим зависимость числа Нуссельта Nu , определенного как отношение теплового потока через слой к теплому потоку в отсутствие конвекции при одном и том же значении Θ , от безразмерных параметров Ra и R_v . При $Ra < 1$ и умеренных значениях R_v (при большой скорости вращения кюветы) жидкость находится в состоянии механического равновесия. С уменьшением скорости вращения ослабляется стабилизирующее влияние центробежного механизма и возрастает роль термовибрационного, что приводит к возникновению тепловой конвекции.

С увеличением параметра надкритичности интенсивность теплопереноса резко возрастает (рис. 5,а). (Вдоль оси абсцисс отложено отношение параметра R_v к его критическому значению R_v^* в данном эксперименте.) При больших значениях Ra наблюдается расхождение кривых зависимости $Nu(Ra)$, что может быть обусловлено влиянием скорости вращения. Эксперименты выполнены для слоя маловязкой жидкости большой толщины, что определяет большое критическое значение безразмерной скорости вращения $\omega = 200 \div 300$. Однако с увеличением параметра надкритичности (за счет уменьшения скорости вращения) значение ω существенно уменьшается. Величина ω характеризует отношение размера полости к толщине слоев Стокса, существующих вблизи твердых границ вследствие колебаний жидкости, и оказывает значительное влияние на вибрационную конвекцию. Известно, что в области низких частот при уменьшении ω влияние термовибрационного механизма ослабевает. В предельном случае тонких пограничных слоев ($\omega \gg 1$) воздействие частоты является несущественным и единственным параметром, определяющим двумерную вибрационную конвекцию, остается R_v .

При очень малой скорости вращения полости, когда влияние центробежной силы невелико, термовибрационный режим конвекции сменяется квазистационарным гравитационным режимом. Возникающие в этом случае конвективные структуры не вращаются вместе с полостью, а остаются в определенной области кюветы, что обеспечивает большую интенсивность теплопереноса. При подогреве слоя изнутри вихревые структуры локализуются в верхней части кюветы (см. рис. 3,в).

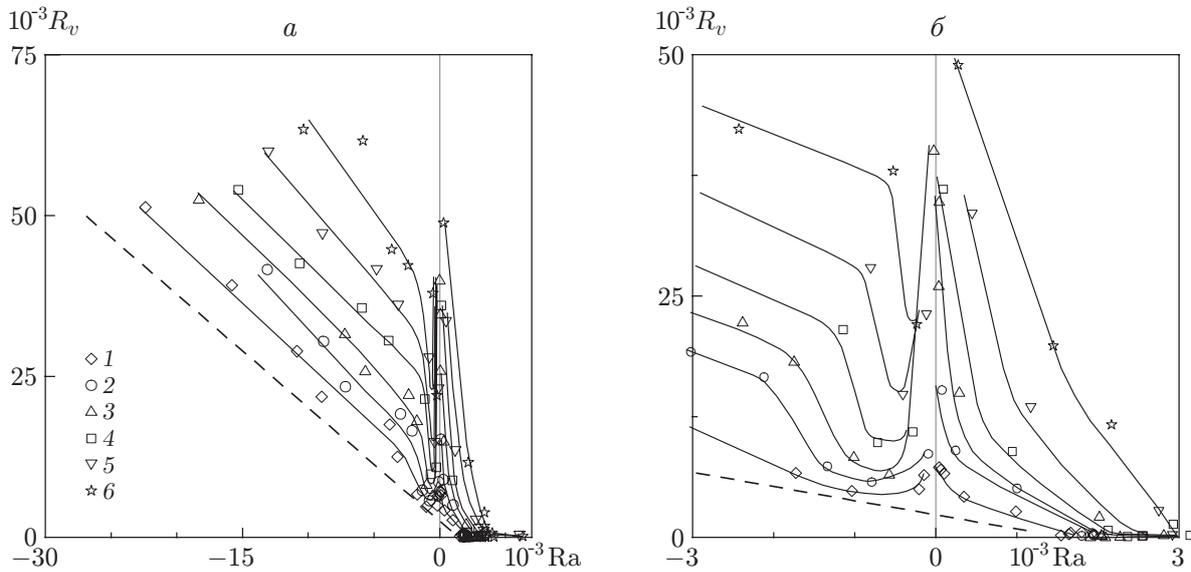


Рис. 6. Зависимость вибрационного параметра R_v от центробежного числа Рэлея Ra (*a*) и ее фрагмент при малых значениях Ra (*б*):
 1 — $Nu = 1,1$, 2 — $Nu = 1,2$, 3 — $Nu = 1,3$, 4 — $Nu = 1,4$, 5 — $Nu = 1,5$, 6 — $Nu = 1,6$;
 штриховая линия — граница области конвективной устойчивости

При $\Theta > 0$ и большой скорости вращения в слое развивается центробежная конвекция. Наличие коротковолновых продольных валов обеспечивает высокую интенсивность переноса тепла (см. рис. 5, *б*), которая уменьшается по мере уменьшения скорости вращения (центробежного числа Рэлея). При развитой центробежной конвекции ($Ra \gg R_v$) результаты экспериментов, полученные при различных значениях $\Delta T + \Theta$, удовлетворительно согласуются. Интенсивность теплопереноса увеличивается с увеличением числа Рэлея по закону $Nu = 0,85 Ra^{0,5}$. С уменьшением Ra центробежный режим конвекции сменяется термовибрационным режимом. Если разность температур на границах слоя мала, то при смене режимов имеет место промежуточная фаза квазиравновесия, когда $Nu = 1$ (темные точки на рис. 5, *б*).

На рис. 6 показана зависимость вибрационного параметра R_v от центробежного числа Рэлея при различных значениях числа Нуссельта. В области отрицательных значений Ra с увеличением вибрационного параметра интенсивность теплопереноса возрастает (конвекция имеет термовибрационный характер). При $Ra < -2 \cdot 10^3$ кривые на рис. 6 практически параллельны кривой, соответствующей значению $Nu = 1$. В области положительных значений Ra ($Ra > 10^3$) теплоперенос в основном определяется центробежным режимом конвекции.

При малой скорости вращения (при малых значениях Ra) независимо от знака Θ конвекция имеет гравитационный характер. При этом формируются конвективные течения, являющиеся квазистационарными в лабораторной системе отсчета (см. рис. 3, *б*). Вследствие смены режимов конвекции вблизи вертикальной оси зависимости $R_v(Ra)$ на рис. 6 резко возрастают. Определяющим параметром является гравитационное число Рэлея $Ra_g = g\beta\Theta h^3 / (\nu\chi)$, которое в этой области принимает достаточно большие (по сравнению с центробежным числом Рэлея) значения $Ra_g = (2 \div 20) \cdot 10^4$.

Квазистационарной (в лабораторной системе отсчета) гравитационной конвекции соответствует частота $\omega < 20$. При $\omega > 50$ наличие гравитационного поля вызывает лишь “приливные” колебания жидкости относительно полости, которые в свою очередь воз-

буждают термовибрационную конвекцию. При этом конвективные структуры вращаются вместе с полостью.

При малой скорости вращения полости интенсивность теплопереноса через слой не зависит от того, на какой границе слоя температура выше, и описывается выражением $Nu = 0,33 Ra_g^{0,16}$. Теоретические и экспериментальные данные согласуются между собой, но отличаются от результатов, полученных в неподвижном горизонтальном цилиндрическом слое с изотермическими границами [13] при $Nu = 0,14 Ra_g^{0,25}$. Различие результатов может объясняться тем, что в проведенном эксперименте внешняя граница слоя изготовлена из плексигласа и не является строго изотермической. Кроме того, в неподвижном слое возникают серповидные двумерные валы, вытянутые вдоль образующей слоя (лишь в верхней части слоя наблюдаются небольшие трехмерные структуры), в то время как при вращении возбуждаются трехмерные структуры, вытянутые вдоль азимута.

Заключение. Экспериментально исследованы тепловая конвекция и теплоперенос во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое, на границах которого заданы разные температуры. Показано, что при большой скорости вращения полости конвекция определяется действием двух механизмов: центробежного и вибрационного. В основе вибрационного механизма лежат вызываемые внешним полем “приливные” колебания неизотермической жидкости, генерирующие массовую силу, аналогичную подъемной силе Архимеда. Воздействие данного механизма приводит к возникновению конвекции даже в случае нагрева слоя на внутренней границе, когда центробежное поле оказывает на течение стабилизирующее действие. Характер зависимостей $R_v(Ra)$ при различных значениях числа Нуссельта свидетельствует о том, что вибрационный механизм обеспечивает интенсивный теплоперенос даже в устойчиво стратифицированной (в центробежном силовом поле) жидкости. Показано, что при очень малой скорости вращения теплоперенос определяется квазистационарной гравитационной конвекцией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голицын Г. С. Природные процессы и явления: волны, планеты, конвекция, климат, статистика. М.: Физматлит, 2004.
2. Яворская И. М., Беляев Ю. М. Течения вязкой жидкости во вращающихся сферических слоях и их устойчивость. М.: ВИНТИ, 1980. (Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа; Т. 15).
3. Яворская И. М., Беляев Ю. М. Конвективные течения во вращающихся полостях. М.: ВИНТИ, 1982. (Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа; Т. 17).
4. Герцуни Г. З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г. З. Герцуни, Е. М. Жуховицкий. М.: Наука, 1972.
5. Larra M. Rotating thermal flows in natural and industrial processes. Chichester: John Wiley and Sons, 2012.
6. Герценштейн С. Я., Рахманов А. И. Конвекция в плоском слое жидкости, вращающемся вокруг горизонтальной оси // Докл. АН СССР. 1983. Т. 269, № 3. С. 561–564.
7. Козлов В. Г. Вибрационная тепловая конвекция во вращающихся полостях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 1. С. 5–14.
8. Иванова А. А., Козлов В. Г., Рылова В. В. Тепловая конвекция в плоском слое, вращающемся вокруг горизонтальной оси // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2003. № 1. С. 12–21.
9. Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г. Конвективная устойчивость неизотермической жидкости во вращающемся горизонтальном коаксиальном зазоре // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 1. С. 12–21.

10. **Kozlov V., Vjatkin A., Sabirov S.** Convection of liquid with internal heat release in a rotating container // Acta Astronaut. 2013. V. 89. P. 99–106.
11. **Вяткин А. А., Иванова А. А., Козлов В. Г., Сабиров Р. Р.** Конвекция тепловыделяющей жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндре // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 1. С. 21–30.
12. **Козлов В. Г., Козлов Н. В., Субботин С. В.** Движение жидкости и твердого ядра в сферической полости, вращающейся во внешнем силовом поле // Докл. АН. 2014. Т. 254, № 2. С. 173–177.
13. **Itoh M., Fujita T., Nishiwaki N., et al.** A new method of correlating heat transfer coefficients for natural convection in horizontal cylindrical annuli // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1970. V. 13, N 8. P. 1364–1368.

*Поступила в редакцию 5/III 2014 г.,
в окончательном варианте — 10/XI 2014 г.*
