



**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
ПРИ НЕДОСТАТОЧНОМ КОЛИЧЕСТВЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ КОНСТАНТ**

**М. А. Журавков, С. Н. Лопатин**

*Белорусский государственный университет, E-mail: lopatinsn@tut.by,  
просп. Независимости 4, г. Минск 220030, Беларусь*

Представлены результаты численного моделирования реологических процессов как в массиве калийных пород в окрестности подземного загрузочного комплекса, так и в крепи подземного сооружения. Предложен алгоритм решения задач расчета долговечности масштабных подземных сооружений при недостаточном количестве начальных данных о реологических свойствах материалов крепи подземных сооружений и вмещающего породного массива. Показано, что даже в таких условиях возможно качественно оценивать их геомеханическое состояние в длительной перспективе. Проведено сравнение различных подходов к моделированию реологических процессов.

*Численное моделирование, массив горных пород, модели ползучести, реологические константы*

**NUMERICAL MODELING OF RHEOLOGICAL PROCESSES  
AT INSUFFICIENT NUMBER OF RHEOLOGICAL CONSTANTS**

**M. A. Zhuravkov and S. N. Lopatin**

*Belorussian State University, E-mail: lopatinsn@tut.by,  
pr. Nezavisimosti 4, Minsk 220030, Belarus*

The results of numerical modeling of rheological processes both in the potash rock mass in the vicinity of an underground loading complex and in the lining of an underground structure are presented. An algorithm is proposed for solving the problems of calculating the durability of large-scale underground structures with an insufficient amount of initial data on the rheological properties of lining materials for underground structures and the enclosing rock mass. It is shown that even in such conditions, it is possible to qualitatively assess their geomechanical state in the long term. Comparison of various approaches to modeling rheological processes is made.

*Numerical modeling, rock mass, creep models, rheological constants*

Расчеты долговечности подземных сооружений существенным образом зависят от выбора математических моделей ползучести, описывающих реологическое поведение как породных массивов, так и крепи подземных сооружений [1]. В последнее время широкое распространение при расчетах ползучести получили численные методы, так как они являются достаточно универсальными и, в отличие от инженерных методик, позволяют решать уникальные задачи, к которым относятся задачи об определении долговечности масштабных подземных сооружений на больших глубинах. Исследователями ведется активная работа по построению/выбору математических моделей ползучести, наиболее достоверно описывающих поведение геоматериалов, особенно на длительных промежутках времени [2–5]. Для определения долговечности на основании этих моделей необходимы реологические константы материалов, которые в настоящее время получают, главным образом, в результате обработки данных длительных и дорогостоящих лабораторных испытаний образцов материалов на ползучесть. Примеры таких испы-

таний описаны в работах [6–8]. Срок проведения лабораторных испытаний может составлять от нескольких месяцев до нескольких лет. Однако выполнение такого рода испытаний представляется возможным далеко не всегда. В связи с этим, актуальной является задача адекватной оценки длительного поведения подземных сооружений и вмещающих породных массивов при отсутствии необходимых реологических констант.

**Модельные исследования** выполнены на примере анализа реологических процессов, возникающих в массиве каменной соли в окрестности комплекса, состоящего из загрузочной камеры, камеры питателей и конвейерных ходков. Суть исследований заключается в решении модельных задач оценки напряженно-деформированного состояния системы “загрузочный комплекс – вмещающий массив” с учетом всех этапов проходки подземных выработок, возведения крепи загрузочного комплекса, а также эксплуатации подземного сооружения в течение длительного периода времени (рис. 1). Задачи решаются на базе построенных численных схем методом конечных элементов. Основная цель состоит в исследовании реологических процессов, происходящих в геотехнической системе “загрузочный комплекс – вмещающий массив”, понимание которых позволит сделать прогноз ее долговечности.

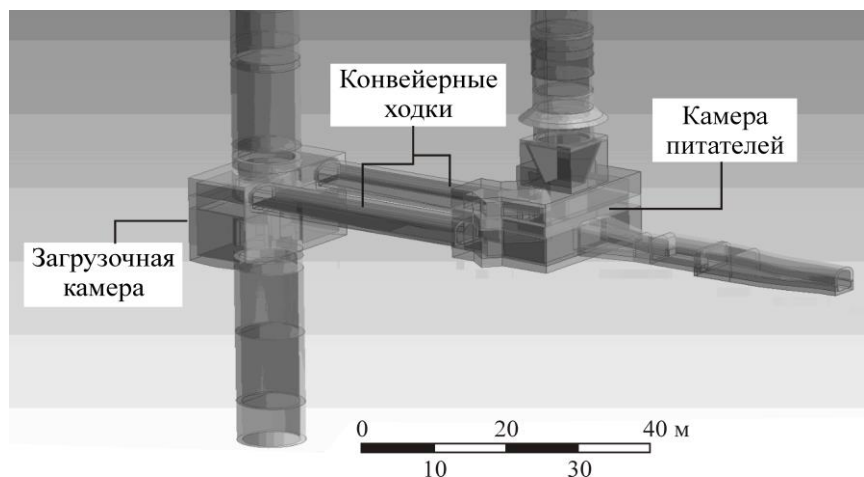


Рис. 1. Фрагмент компьютерной модели загрузочного комплекса

Задача решается в несколько этапов. На первом этапе оценивается начальное напряженно-деформированное состояние нетронутого массива горных пород. В качестве математической модели используется закон Гука для изотропной среды. На втором этапе выполняется оценка напряженно-деформированного состояния системы при поэтапной проходке подземных выработок и последовательном возведении железобетонной крепи загрузочного комплекса. На этом этапе задача решается в полных напряжениях и дополнительных перемещениях, т. е. рассматривается суперпозиция естественного напряженного состояния массива и поля напряжений, возникающего в результате ведения горных работ. В качестве математической модели поведения массива горных пород на данном этапе используется закон Гука для изотропной среды совместно с моделью Кулона – Мора (1), которая позволяет определить формирование поверхностей скольжения в породном массиве [9].

$$\tau_n \leq \sigma_n \tan \varphi + C, \quad (1)$$

где  $\tau_n$  — касательное напряжение;  $\sigma_n$  — нормальное напряжение;  $\varphi$  — угол внутреннего трения (соответственно  $\tan \varphi$  — коэффициент внутреннего трения);  $C$  — структурное сцепление.

На следующем этапе выполняется оценка напряженно-деформированного состояния геотехнической системы при ее длительной эксплуатации, деформаций и перемещений, возникающих в породном массиве и железобетонной крепи, обусловленных реологическими процес-

сами. На основании полученной информации можно определить также поля распределений напряжений и осуществить оценку длительной прочности системы. Для описания реологических процессов на данном этапе используется несколько подходов.

**Первый подход** состоит в прямом учете реологических процессов во всех компонентах системы “загрузочный комплекс – вмещающий массив”, включая горные породы и железобетонную крепь. В качестве математической модели ползучести используется зависимость [1]:

$$\dot{\varepsilon} = C_1 \sigma_{eqv}^{C_2} e^{\frac{-C_3}{T}}, \quad (2)$$

где  $\dot{\varepsilon}$  — скорость деформации материала;  $\sigma_{eqv}$  — интенсивность напряжений, возникающих в компонентах геотехнической системы от внешнего воздействия,  $T$  — температура;  $C_1, C_2, C_3$  — реологические константы материалов.

Отметим, что выбор этой модели ползучести не является оптимальным, поскольку зависимость (2) учитывает корректно лишь неустановившуюся стадию ползучести. Выбор этой модели обусловлен тем, что в качестве начальных данных располагали лишь кривыми ползучести, полученными по результатам лабораторных экспериментов над образцами горных пород, длительность которых составляла 48 ч. Таким образом найти значения реологических констант возможно только для участка неустановившейся ползучести. Для более достоверного моделирования реологических процессов необходимо использовать математические модели ползучести, описывающие все три стадии рассматриваемого процесса [1]. Однако их применение представляется весьма затруднительным из-за отсутствия достаточного количества экспериментальных данных для каждого отдельно взятого материала.

В связи с этим **второй подход** к моделированию реологических процессов, имеющих место в геотехнической системе “загрузочный комплекс – вмещающий массив”, заключается в учете как минимум двух стадий ползучести — неустановившейся и установившейся. Следует отметить, что такой подход, по мнению авторов, является наиболее корректным и обоснованным при расчете подземных сооружений на долговечность при недостатке начальных данных о реологических свойствах породных массивов.

Поскольку получить реологические константы для моделей ползучести, описывающих данные стадии, не представляется возможным, скорость деформации на участке установившейся ползучести рассчитывалась с учетом поправочного коэффициента  $k$ . Согласно [10] для каменных солей на глубинах 400–600 м при переходе на участок установившейся ползучести скорость деформаций снижается в 2.5–3 раза. Соответственно зависимость (2) для участка установившейся ползучести можно записать в виде [1]:

$$\dot{\varepsilon} = k C_1 \sigma_{eqv}^{C_2} e^{\frac{-C_3}{T}}, \quad (3)$$

где  $k \approx 1/3$ .

**Третий подход** к моделированию реологических процессов, происходящих в системе “загрузочный комплекс – вмещающий массив”, является наиболее грубым и может использоваться лишь для оценки реологических деформаций, происходящих за короткие промежутки времени после установки крепи подземных сооружений. Суть подхода заключается в том, что учитываются лишь реологические процессы, происходящие в породном массиве, а реологические деформации крепи игнорируются. Такой подход является обоснованным на начальных этапах эксплуатации подземных сооружений, поскольку скорость деформаций массивов соляных пород зачастую гораздо выше, чем скорость деформаций бетонных или железобетонных крепей. В рамках данного подхода вместо мгновенного модуля упругости крепи можно использовать

длительный модуль упругости, что позволит выполнить оценку длительных деформаций без прямого учета усадки и ползучести бетона. Так, например, длительный модуль Юнга бетона класса В30 можно приблизительно вычислить по формуле:

$$E(t) = \frac{E}{3.3}, \quad (4)$$

где  $E(t)$ ,  $E$  — длительный и мгновенный модуль Юнга соответственно.

Недостатком этого подхода является то, что при его использовании проблематично получить достоверные данные о качественном поведении системы в долгосрочной перспективе. Вместе с тем выполнение корректных расчетов, согласно описанному ранее второму подходу, не представляется возможным.

**Четвертый подход** к моделированию реологических процессов, происходящих в системе “загрузочный комплекс – вмещающий массив” применим лишь для оценки деформаций крепи подземных сооружений под воздействием породных масс в своде возможного обрушения. Суть его заключается в использовании гипотезы формирования свода обрушения в окрестности рассматриваемого подземного сооружения. В рамках данной гипотезы считается, что давление на железобетонную крепь подземного сооружения в долгосрочной перспективе оказывает не весь вмещающий массив, а лишь те его зоны в окрестности подземного сооружения, которые потенциально могут перейти в предельное состояние (разрушиться). Формирование зон предельного состояния массива определяется при помощи критериев предельного состояния на втором этапе решения модельной задачи. Пример оценки зон предельного состояния в соляном массиве горных пород представлен в работе. После выявления в массиве зон предельного состояния оценивается потенциальное давление, которое могут создавать горные массы при образовании вывалов. Далее в рамках четвертого подхода к моделированию реологических процессов, полученные значения давления задаются в качестве граничных условий на контуре рассматриваемого подземного сооружения. После чего осуществляется численное моделирование процессов ползучести крепи на основании определенной модели ползучести. Преимуществом такого подхода является возможность провести оценку долговечности масштабного подземного сооружения даже при отсутствии реологических констант вмещающего породного массива.

**Результаты модельных исследований.** Здесь приведены некоторые результаты модельных исследований, выполненных с помощью расчетных схем на базе метода конечных элементов. Численные расчеты прочности системы на различных этапах ведения подземных работ показали, что наиболее опасными являются области сопряжений конвейерных ходков с загрузочной камерой и камерой питателей (рис. 1). Согласно расчетам мгновенной прочности системы свод обрушения пород формируется главным образом в кровле конвейерных ходков, а также в сопряжениях ходков с подземными камерами. Потенциальные зоны разрушения массива оценивались по критерию Кулона – Мора [9]:

$$\sigma_1 \leq \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 + \frac{2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}, \quad (5)$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  — максимальное и минимальное главные нормальные напряжения соответственно.

В табл. 1–3 представлены результаты расчетов максимальных полных перемещений рассматриваемой системы в безразмерном виде. Под полными перемещениями в данном случае понимается векторная сумма абсолютных перемещений вдоль каждой из осей в трехмерном пространстве. Изначально значения полных перемещений были получены в миллиметрах, после чего проведено их обезразмеривание относительно характерных размеров конвейерных ходков с целью повышения репрезентативности результатов.

В табл. 1 показаны значения полных перемещений, возникающих в сопряжениях конвейерных ходков с подземными камерами в результате проходки подземных выработок и выполнению работ по возведению железобетонной крепи загрузочного комплекса.

ТАБЛИЦА 1. Мгновенные (квазистатические) перемещения конвейерных ходков в сопряжении с подземными камерами, %

Полные перемещения конвейерных ходков в сопряжении		Зона
с загрузочной камерой	с камерой питателей	
0.7	0.56	Кровля
0.2	0.36	Борта
0.21	0.22	Почва

В табл. 2 приведены значения полных перемещений, полученных при использовании различных подходов к моделированию, в области сопряжений конвейерных ходков с камерами, которые появляются в результате реологических процессов, происходящих в системе “загрузочный комплекс – вмещающий массив” в течение 50 лет эксплуатации подземного сооружения.

ТАБЛИЦА 2. Расчетных полных перемещений конвейерных ходков в сопряжениях с подземными камерами при использовании различных подходов к моделированию реологических процессов, мм

Подход 1		Подход 2		Подход 3		Зона
В сопряжении		В сопряжении		В сопряжении		
с загрузочной камерой	с камерой питателей	с загрузочной камерой	с камерой питателей	с загрузочной камерой	с камерой питателей	
3.41	5.38	2.93	3.61	0.38	0.74	Кровля
3.84	5.85	3.16	4.12	0.37	0.71	Борта
9.19	5.43	7.73	3.96	0.50	0.58	Почва

Следует отметить, что значения перемещений, приведенные в табл. 2 в качестве расчетных в рамках третьего подхода к моделированию реологических процессов, вычислены с учетом реологических процессов, которые происходят в породном массиве. Реологические процессы железобетонной крепи подземного сооружения в этом случае игнорируются. Данные табл. 2 показывают, что использование третьего подхода дает очень заниженные значения по сравнению с первыми двумя. Этот дополнительно свидетельствует о сложности оценки долговечности подземных сооружений в случае недостаточности данных о реологическом поведении всех компонентов системы. При определении долговечности в рамках четвертого подхода учитывается влияние пород в пределах полного свода обрушения, который формируется на основе расчетного свода обрушения (рис. 2).

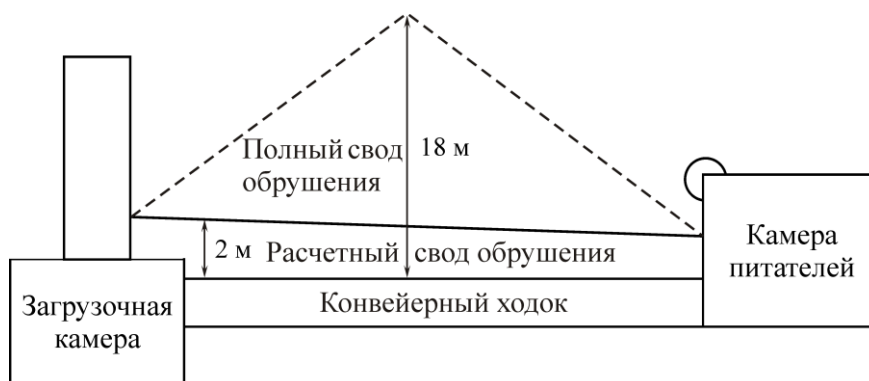


Рис. 2. Схема формирования сводов обрушений горных пород в сечении загрузочного комплекса

ТАБЛИЦА 3. Добавочные перемещения конвейерных ходков в сопряжении с подземными камерами под воздействием полного свода обрушения массива, %

Полные перемещения конвейерных ходков в сопряжении		Зона
с загрузочной камерой	с камерой питателей	
0.093	0.085	Кровля
0.035	0.066	Борга
0.031	0.060	Почва

## ВЫВОДЫ

В ходе исследований проведена оценка состояния масштабного подземного сооружения с учетом всех этапов его строительства и эксплуатации в течение 50 лет при недостатке начальных данных. Показано, что расчетная оценка долговечности подземного сооружения значительным образом определяется математической моделью ползучести, используемой для описания реологических процессов. Установлено, что для адекватной оценки механического поведения подземных сооружений в течение длительного периода времени необходим полный спектр начальных данных о реологическом поведении материалов. При этом следует использовать математическую модель ползучести, учитывающую все стадии процесса.

Полученные результаты позволяют утверждать, что качественные оценки поведения и устойчивости подземных сооружений можно получать, основываясь и на неполных начальных данных о реологических свойствах породных массивов, используя модель ползучести горных пород, описывающую две стадии ползучести — неустановившуюся и установившуюся. Согласно предложенному подходу скорость ползучести на некотором временном промежутке можно регулировать при помощи поправочных коэффициентов. Для применения такого подхода необходимо знать временной период, в который происходит смена стадий ползучести. Для каменных солей на глубине 400–600 м он варьирует в пределах одного года после вскрытия массива.

Для оценки долговечности системы в краткосрочной перспективе можно использовать гипотезу формирования свода обрушения в окрестности подземного сооружения. Этот подход может применяться для оценки напряженно-деформированного напряжения подземных сооружений при образовании массивных вывалов в области контура рассматриваемых объектов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Zhuravkov M. A., Hvesenya S. S. and Lapatsin S. N.** Durability analysis of underground structures based on various creep models of the enclosing salt rock massif. E3S Web of Conferences, 2020, vol. 201, 01007.
- Enomoto T., Koseki J., Tatsuoka F., and Sato T.** Creep failure of sands exhibiting various viscosity types and its simulation, Soils and Foundations, 2015, vol. 55, no. 6, pp. 1346–1363.
- Pestrin V. M. and Pestrina I. V.** Nonlinear hereditary model of rock salts with initial stress state, Journal of Mining Science, 2010, no. 1, pp. 25–32. [Пестрин В. М., Пестрина И. В. Нелинейная наследственная модель соляных пород с начальным напряженным состоянием// ФТПРПИ. — 2010. — № 1. — С. 25–32.]
- Yang G. H., Jie Y. X., and Li G. X.** A mathematical approach to establishing constitutive models for geomaterials, Journal of Applied Mathematics, 2013, pp. 1–11.
- Konstantinova S. A. and Aptukov V. N.** Some problems of mechanics of deformation and destruction of salt rocks, OJSC “Galurgia”, Novosibirsk, Nauka, 2013, 191 pp. [Константинова С. А., Аптуков В. Н. Некоторые задачи механики деформирования и разрушения соляных пород / ОАО “Галургия”. — Новосибирск: Наука, 2013. — 191 с.]

6. **Shirokov V. P.** Study results of the rock mass creep of Kuznetsky deposit, Mining construction, 1972, no. 10. pp. 12–17. [**Широков В. П.** Результаты исследований ползучести горных пород Кузнецкого бассейна // Шахтное строительство. — 1972. — № 10. — С. 12–17.]
7. **Grimstad G., Karstunen M., Jostad H. P., Sivasithamparam N., Mehli, M., Zwanenburg C., Haan E., Amiri S. A. G., Boumezerane D., Kadivar M., Ashfari M. A. H. and Roningen J. A.** Creep of geomaterials – some finding from the EU project CREEP, European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2017.
8. **Falaleev G. N.** Nonlinear inherited model of salt rocks with an initial stress state, Journal of Mining Science, 2010, no. 1, pp. 25–32. [**Фалалеев Г. Н.** Нелинейная наследственная модель соляных пород с начальным напряженным состоянием // ФТПРПИ. — 2010. — № 1. — С. 25–32.]
9. **Vailiyev L. M., Vailiyev D. L., Malich M. G., and Angilovskiy A. A.** Mechanics of rock samples failure under compression, Institute of Geotechnical Mechanics, Dnipro, IMA-Press, 2018, 176 pp. [**Васильев Л. М., Васильев Д. Л., Малич Н. Г., Ангеловский А. А.** Механика образования форм разрушения образцов горных пород при их сжатии / Монография. — Днепро, ИМА-пресс. — 2018. — 176 с.]
10. **Zhuravkov M. A. and Martunenko M. D.** Theoretical foundations of deformation mechanics of block-layered salt rock mass, Minsk, University, 1995, 255 pp. [**Журавков М. А., Мартыненко М. Д.** Теоретические основы деформационной механики блочно-слоистого массива соляных горных пород. — Минск: Университетское, 1995. — 255 с.]