

7. Балан Т. Р., Боримчук Н. И., Бочко А. В. и др. // Детонация и ударные волны.— Черноголовка, 1986.
8. Пяттернев С. В., Першин С. В., Дремин А. Н. ФГВ, 1986, 22, 6, 125.
9. Кравченко М. Н., Нигматулин Р. И. // Детонация и ударные волны.— Черноголовка, 1986.
10. McQueen R. G., Marsh S. P. // Behaviour in dense media under high dynamic pressures.— Paris; N. Y., 1968.
11. Coleburn N. L. J. Chem. Phys., 1964, 40, 1, 71.
12. Alder V. J., Christian R. H. Phys. Rev. Lett., 1961, 7, 10, 367.
13. Дремин А. И., Першин С. В. ФГВ, 1968, 4, 1, 112.
14. Альтшулер Л. В. УФН, 1965, 85, 2, 197.
15. Алексеев Ю. Л., Волков К. П. ПМТФ, 1979, 2, 105.
16. Павловский М. П., Дракин В. П. Письма ЖЭТФ, 1966, 4, 5, 169.
17. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Наука, 1966.
18. Dogan D. G. J. Appl. Phys., 1963, 34, 844.
19. Курдюмов А. В. Кристаллография, 1978, 17, 3, 620.
20. Воскобойников И. М., Гоголя М. Ф. Хим. физика, 1984, 3, 7, 1036.
21. Dick R. D. J. Chem. Phys., 1981, 74, 7, 4053.
22. Гоголя М. Ф., Воскобойников И. М. ФГВ, 1988, 24, 5.
23. Баум Ф. А., Орленко П. П., Станюкович К. П. и др. Физика взрыва.— М.: Наука, 1975.
24. Канель Г. И. ПМТФ, 1977, 5, 117.
25. Павловский М. Н. ФТТ, 1971, 13, 3, 892.
26. Hayes D. V. J. Appl. Phys., 1974, 45, 3, 1208.

Поступила в редакцию 25/V 1987

УДК 539.4 + 519.6

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЛАГРАНЖЕВА АНАЛИЗА ДЛЯ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА ЗА ФРОНТОМ УВ

*С. В. Цирель, В. А. Вирченко, С. В. Красавин
(Ленинград)*

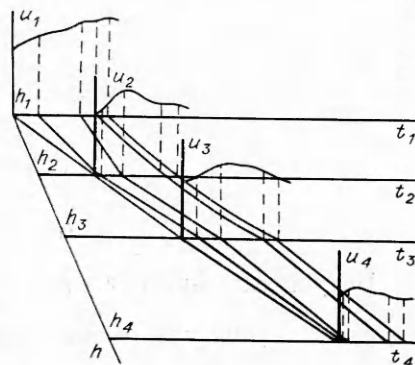
Лагранжев анализ — это метод расчета гидродинамических параметров состояния (давления p , массовой скорости u , внутренней энергии E , удельного объема и плотности v , ρ) в функции времени по серии экспериментальных записей лагранжевых датчиков $p(t)$, $u(t)$ или смешанной серии [1—4] при воздействии на материал плоского удара или взрыва заряда ВВ. Главным образом этот метод применяется для расчетов с данными по давлению [5], хотя имеются публикации, где предлагаются алгоритмы расчетов с данными по массовой скорости, лучший из них, по оценке авторов, в [3]. Основной недостаток имеющихся алгоритмов — отсутствие конкретных рекомендаций по выбору траекторий, поэтому цель настоящей работы заключается в разработке способов контроля точности проведения траекторий и устранения погрешностей вычислений с данными $u(t)$.

Лагранжев анализ характеризуется независимостью от формы уравнения состояния, ибо последнее получается в результате расчетов, а не служит их отправной точкой. Его можно рассматривать как метод численного решения уравнений гидродинамики, где вместо граничных условий и уравнения состояния используется серия экспериментальных записей.

Для интегрирования уравнений гидродинамики в лагранжевых координатах частные производные вида $\frac{\partial A}{\partial h}$ (h — лагранжева координата) записываются через полные

$$\frac{\partial A}{\partial h} = \frac{dA}{dh} - \frac{\partial A}{\partial t} \frac{dt}{dh}. \quad (1)$$

Рис. 1. Проведение основных траекторий.



Основным понятием здесь является траектория — годограф распространения фазы волны, иначе линия, вдоль которой вычисляются полные производные. Для построения основных траекторий записи разбивают на ряд интервалов, выбранных путем анализа структуры записей (рис. 1). Правильный выбор основных траекторий в соответствии с особенностями поведения материала за фронтом УВ обеспечивает точность дальнейших расчетов. Внутри каждого интервала дополнительные траектории (их число одинаково для всех датчиков) проводятся таким образом, чтобы участки между ними были равны по ординате (p, u); на некоторых интервалах эти приращения будут примерно постоянны от записи к записи, на некоторых будут изменяться. Следует иметь в виду, что увеличение количества траекторий на интервалах не может значительно повысить точность расчетов при неправильном выборе самих интервалов.

В [3, 6] рекомендуется определять полные производные из аппроксимации всего набора данных полиномом 1-й или 2-й степени относительно h или $\ln h$. На наш взгляд, в большинстве случаев лучше пользоваться квадратичной интерполяцией через три соседние точки, так как зависимости p, u и t от h на траектории могут иметь сложный характер (2 экстремума, сочленение разных кривых или прямых):

$$\frac{du_{j,i}}{dh} = \frac{(u_{j,i+1} - u_{j,i})(h_{i+1} - h_i)^{-2} + (u_{j,i} - u_{j,i-1})(h_i - h_{i-1})^{-1}}{(h_{i+1} - h_i)^{-1} + (h_i - h_{i-1})^{-1}}, \quad (2)$$

где j — номер траектории; i — номер записи. В крайних точках используются соответственно право- и левосторонняя производные. Записи, имеющие меньшую длительность, чем соседние, экстраполируются с учетом значений $u, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ на экстраполируемой записи перед обрывом и $u, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{du}{dh}$ — на соседних записях на «текущей» траектории.

Расчеты со смешанными данными наиболее сложные, но и наиболее точные, так как имеется возможность корректировки вычисленных значений и проверки правильности проведения траекторий. Вычисления по записям p наиболее просты, но точность определяемых величин оценивается лишь на основании качественного анализа полученных зависимостей. Обработка данных по массовой скорости сложнее, но обеспечивает возможность контроля правильности нахождения $v(t)$ и $E(t)$ без привлечения вторых производных от экспериментальных значений. Вычисление с использованием $u(t)$ проводится в два этапа — выбор системы траекторий и непосредственный расчет.

1. Определяются $\frac{dp_{2,i}^{(1)}}{dh}$ на второй траектории по формуле, предложенной в [3] (в качестве $\frac{d^2 p_{2,i}}{dh^2}$ берется значение $\frac{d^2 p_{1,i}}{dh^2}$):

$$\begin{aligned} \frac{dp_{2,i}^{(1)}}{dh} = & \left[\frac{dp_{1,i}}{dh} + 0,5 \frac{\Delta t_h}{\Delta t} + 0,5 \left(\frac{d^2 p_{1,i}}{dh^2} + \frac{d^2 p_{2,i}}{dh^2} \right) + \right. \\ & \left. + \rho_0 \left(\frac{\Delta u_h}{\Delta t} - \frac{\Delta u}{\Delta t} \frac{t_{hh}}{t_h} \right) \right] \left(\frac{t_h}{\Delta t} - 0,5 \frac{\Delta t_h}{\Delta t} + 0,5 \frac{t_{hh}}{t_h} \right)^{-1}, \quad (3) \\ t_h = & 0,5 \left(\frac{dt_{2,i}}{dh} + \frac{dt_{1,i}}{dh} \right), \end{aligned}$$

$$\Delta t = t_{2,i} - t_{1,i}, \quad \Delta u = u_{2,i} - u_{1,i},$$

$$t_{hh} = 0,5 \left(\frac{d^2 t_{2,i}}{dh^2} + \frac{d^2 t_{1,i}}{dh^2} \right),$$

$$\Delta t_h = \frac{dt_{2,i}}{dh} - \frac{dt_{1,i}}{dh},$$

$$\Delta u_h = \frac{du_{2,i}}{dh} - \frac{du_{1,i}}{dh}.$$

Полученные значения дифференцируются по h , и вычисления повторяются с уточненным значением $\frac{d^2 p_{2,i}^{(2)}}{dh^2}$, затем определяются $p_{2,i}^{(1)}$:

$$p_{2,i}^{(1)} = p_{1,i} + t_h^{-1} \left[2\rho_0 \Delta u + \Delta t \left(\frac{dp_{2,i}^{(2)}}{dh} + \frac{dp_{1,i}}{dh} \right) \right]. \quad (4)$$

Для контроля точности $p_{2,i}^{(1)}$ дифференцируются $\left(\frac{dp_{2,i}^{(3)}}{dh} \right)$ и находятся по обычной методике:

$$u_{2,i}^{(1)} = u_{1,i} - 0,5\rho_0^{-1} \left[\Delta t \left(\frac{dp_{1,i}}{dh} + \frac{dp_{2,i}^{(3)}}{dh} \right) - t_h (p_{2,i}^{(1)} - p_{1,i}) \right]. \quad (5)$$

На следующих траекториях расчеты аналогичны.

Погрешность вычислений определяется по расхождениям между найденными и экспериментальными значениями u :

$$\delta = 0,5 (\delta_1 + \delta_N) + \sum_{i=2}^{N-1} \delta_i,$$

$$\delta_i = 0,5 (t_{M_i,i} - t_{1,i})^{-1} \left\{ \sum_{j=2}^{M_i-1} [(u_{j,i} - u_{j,i}^{(1)})^2 (t_{j+1,i} - t_{j-1,i})] + \right. \\ \left. + (u_{M_i,i} - u_{M_i,i}^{(1)})^2 (t_{M_i,i} - t_{M_i-1,i}) \right\}, \quad (6)$$

где M_i — количество траекторий на i -й записи; N — количество датчиков.

Характерные точки (максимумы, точки максимальной кривизны, перегибы) кривых абсолютного и относительного расхождений производ-

ных $\frac{dp_{j,i}^{(2)}}{dh}$ и $\frac{dp_{j,i}^{(3)}}{dh}$

$$\Phi_i(t_{j,i}) = \left| \frac{dp_{j,i}^{(3)}}{dh} - \frac{dp_{j,i}^{(2)}}{dh} \right|,$$

$$\Psi_i(t_{j,i}) = \Phi_i(t_{j,i}) \left| \frac{dp_{j,i}^{(3)}}{dh} \right|^{-1},$$

$$\varphi(t_j) = 0,5 (\Phi_1(t_{j,1}) + \Phi_N(t_{j,N})) + \sum_{i=2}^{N-1} \Phi_i(t_{j,i}), \quad (7)$$

$$\psi(t_j) = 0,5 (\Psi_1(t_{j,1}) + \Psi_N(t_{j,N})) + \sum_{i=2}^{N-1} \Psi_i(t_{j,i}),$$

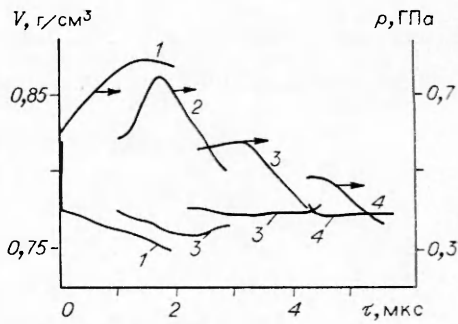
$$t_j = N^{-1} \sum_{i=1}^N (t_{j,i} - t_{1,i})$$

примерно указывают на места ошибочного проведения траекторий. При этом следует иметь в виду, что наибольший (наименьший) прирост ошибок может также наблюдаться при наибольших (наименьших) значениях $\frac{du}{dt}$.

Путем перебора различных вариантов и корректировки их в местах наибольших ошибок выбирается оптимальный по критериям δ способ проведения траекторий.

Рис. 2. Расчетные значения давления и удельного объема.

1 — $h_1 = 0$; 2 — $h_2 = 3,24$ мм; 3 — $h_3 = 6,45$ мм;
4 — $h_4 = 11,96$ мм.



2. Расчеты по этому варианту на каждой траектории производятся следующим образом: 1) по формуле (3) находятся $\frac{dp_{j,i}^{(4)}}{dh}$; 2) по (4) — $p_{j,i}^{(4)}$;

3) $p_{j,i}^{(4)}$ дважды дифференцируются по h ; 4) полученные значения $\frac{d^2 p_{j,i}^{(5)}}{dh^2}$ подставляются в (3) для нахождения $\frac{dp_{j,i}^{(5)}}{dh}$; 5) значения $\frac{dp_{j,i}^{(5)}}{dh}$ подставляются в (4) — $p_{j,i}^{(5)}$; 6) $p_{j,i}^{(5)}$ дифференцируются по h ; 7) полученные значения $\frac{dp_{j,i}^{(6)}}{dh}$ подставляются в (4); 8) пункты 6 и 7 повторяются — находятся $\frac{dp_{j,i}^{(7)}}{dh}$, $p_{j,i}^{(7)}$; 9) $\frac{dp_{j,i}^{(7)}}{dh}$ дифференцируются по h — находятся $\frac{d^2 p_{j,i}^{(7)}}{dh^2}$; 10) $v_{j,i}$ и $E_{j,i}$ находятся по формулам:

$$\begin{aligned} v_{j,i} &= v_{j-1,i} + 0,5\rho_0^{-1} (\Delta t_j u_{h_j} - \Delta u_j t_{h_j}), \\ E_{j,i} &= E_{j-1,i} - 0,5 (v_{j,i} - v_{j-1,i}) (p_{j,i} - p_{j-1,i}), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta A_j &= A_{j,i} - A_{j-1,i}; \\ \Delta A_{h_j} &= \frac{dA_{j,i}}{dh} - \frac{dA_{j-1,i}}{dh}; \end{aligned}$$

11) в качестве исходных значений на следующей траектории используются $p_{j,i}^{(7)}$, $\frac{dp_{j,i}^{(7)}}{dh}$, $\frac{d^2 p_{j,i}^{(7)}}{dh^2}$.

Для иллюстрации метода выбраны записи электромагнитных датчиков в полиуретаноласте УК-1 с $\rho_0 = 1,21$ г/см³ при ударе по нему латунной пластины со скоростью 0,35 км/с. На рис. 2 показаны расчетные кривые $p(t)$ и $v(t)$ в местах расположения датчиков. На экспериментальных профилях $u(t)$ (см. рис. 1) и расчетных $p(t)$ четко выделяется фазовый переход, обусловленный разрушением физической сшивки полимера при ударном сжатии, сопровождающейся изменением его плотности. Скорость этого процесса может быть оценена при использовании уравнения состояния смеси по типу [7] и соответствующих значений $p(t)$ и $u(t)$ аналогично скорости разложения ВВ за фронтом ударной волны.

Таким образом, показано, что при проведении лагранжева анализа с целью повышения надежности расчетов его следует разделить на два этапа: выбор оптимальных траекторий по минимальным δ и проведение расчетов. Первый этап принципиально важный, так как обуславливает качественное подобие расчетных и экспериментальных профилей в лагранжевых координатах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Grady D. E. J. Geophys. Res., 1973, 78, 8, 1299.
2. Vantine H. C., Curtis W. D., Cowperthwaite M. et al. // Proc. 7th Symp. (Intern.) on Detonation, USA, 1981.
3. Seaman L. J. Appl. Phys., 1974, 45, 10, 4303.
4. Трофимов В. С., Трофимова Г. П. — Дес. в ВИНТИ, 1979, № 558—20.

5. Кашель Г. И., Дремин А. Н. ФГВ, 1977, 13, 1, 85.
6. Вирченко В. А., Красавин С. В., Цирель С. В. Горный журнал. Изв. вузов, 1985, 9, 141.
7. Bichowsky F. R., Rossine F. D. Thermochemistry of chemical substances.— N. Y.: Reinhold, 1936.

Поступила в редакцию 3/IV 1987

УДК 539.63

ГИСТЕРЕЗИС ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ПРИ УДАРНОМ СЖАТИИ

О. Н. Бреусов

(Черноголовка)

Все фазовые превращения 1-го рода характеризуются гистерезисом. Часто он незначителен по величине. Так, для $\alpha - \beta$ -превращения кварца он составляет всего 1,5 градуса [1]. Однако взаимные превращения между тем же кварцем и, например, кристобалитом протекают настолько медленно, что обычно довести их до конца не удается. В качестве другого примера затрудненных фазовых превращений уместно упомянуть склонность расплавов диоксида кремния к образованию стекол при охлаждении расплава.

Ударное сжатие характеризуется двумя важными особенностями, влияющими на скорость фазовых превращений противоположным образом. Интенсивные сдвиговые деформации способствуют сужению зоны гистерезиса, большая скорость изменения параметров p , T расширяет ее. О протекании фазовых превращений при ударном сжатии обычно судят или по появлению изломов на кривых ударной сжимаемости — ударных адиабатах [2], или по результатам анализа сохранных образцов [3]. Во многих случаях различие между давлениями начала превращения в динамических и статических экспериментах не превышает ошибок опыта [4]. Но иногда, особенно для веществ с большим динамическим пределом текучести, такие различия достигают десятков килобар, причем динамические данные превышают статические.

Положение линий гистерезиса на p , T -диаграммах во многом определяется положением соответствующих линий равновесия. Но, так как это не термодинамические, а кинетические линии, их положение связано с чувствительностью метода, фиксирующего начало перехода, и со свойствами конкретного образца — его химической и фазовой чистотой, дисперсностью, кристаллохимическим совершенством, т. е. его предысторией. Попытка их количественного описания сделана в [5, 6]. Существенно отмеченное различие для превращений мартенситного и диффузионного типов. В первом случае линия гистерезиса пересекает ось давлений, т. е. мартенситные превращения можно осуществить при любых температурах, если обеспечить достаточное сжатие. Во втором случае линия гистерезиса ось давлений не пересекает, т. е. существует некоторая запретная область низких температур, в которой превращение осуществить нельзя.

Предположим, что динамическая зона гистерезиса всегда охватывает статическую. Рассмотрим особенности ударного сжатия на примере веществ, p , T -диаграмма которых содержит области устойчивости фаз со структурами типов $\rho\beta/m\tau c$ и $Fd3m$ или $F43m$. Типичный вид таких диаграмм изображен на рис. 1.

Характерной особенностью таких диаграмм является то, что кривые плавления α и β фаз (BC и BE соответственно) имеют свои метастабильные продолжения (BC' и BE'), лежащие в областях устойчивости другой фазы. Другая особенность — положительный наклон линии равновесия AB между фазами α и β .