

УДК 669.86:536.21

Математическое моделирование турбулентных режимов сопряженной термогравитационной конвекции в замкнутой области с локальным источником тепла*

М.А. Шеремет

Томский государственный университет

E-mail: Michael-sher@yandex.ru

Проведен численный анализ турбулентных режимов естественной конвекции в замкнутой прямоугольной области с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локально сосредоточенного источника тепла в условиях лучисто-конвективного теплообмена с окружающей средой на одной из внешних границ. Математическая модель построена на основе уравнений Рейнольдса в безразмерных переменных функция тока–вектор завихренности скорости–температура. Особое внимание уделялось исследованию влияния числа Грасгофа $10^8 \leq Gr < 10^{10}$, фактора нестационарности $0 < \tau < 1000$ и относительного коэффициента теплопроводности $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $6,8 \cdot 10^{-5}$ как на локальные, так и на интегральные характеристики задачи.

Ключевые слова: сопряженный теплоперенос, естественная конвекция, турбулентность, локальный источник тепла, прямоугольная область, численное моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

Естественная конвекция, как наиболее распространенный механизм переноса тепла в жидких средах, исследуется достаточно интенсивно [1–8]. В первую очередь это связано с возможными приложениями полученных результатов (анализ механизмов переноса в технологических резервуарах для хранения жидкого топлива [3], конвекция в элементах строительной застройки [4–6], оптимизация методов выращивания объемных монокристаллов [7], вопросы охлаждения электронного оборудования [8], режимы теплопереноса в энергетических подсистемах ядерных реакторов [9, 10]). Во многих прикладных задачах либо рассматриваются режимы течения и теплопереноса, характеризующиеся большими скоростями движения сплошной среды [11, 12], либо проводится анализ термогидродинамических структур в крупногабаритных областях [4, 6, 10]. В таких исследованиях естественным образом возникает проблема моделирования турбулентных режимов течения и теплообмена. Известно большое число подходов к численному анализу турбулентности [13–15].

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 08-08-00402-а).

Наиболее высокоточные расчеты турбулентной естественной конвекции проводятся на основе метода прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation, DNS) [16] или метода крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) [17], требующих значительных вычислительных ресурсов, что существенно ограничивает применение этих подходов.

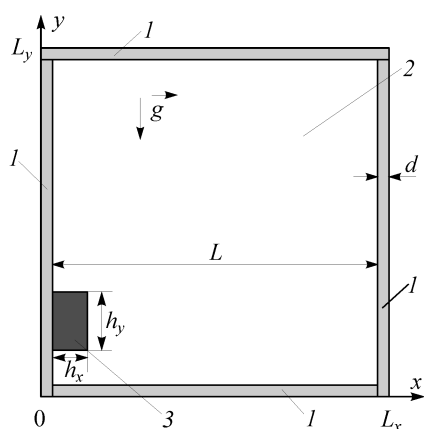
В инженерной практике распространенным методом к исследованию подобного рода задач остается использование осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса [4, 6, 10, 11]. Такой подход широко апробирован при решении задач конвективного теплопереноса в областях с бесконечно тонкими стенками [4, 6]. Последнее не позволяет использовать полученные при таком допущении результаты непосредственно для анализа технологических систем [18]. Работ, посвященных математическому моделированию турбулентной естественной конвекции в замкнутых областях с теплопроводными стенками конечной толщины, не так много [19, 20]. Это, в первую очередь, связано с математическими сложностями, обусловленными наличием физической взаимосвязи между процессами кондуктивной теплопередачи в твердых стенках и конвективного теплопереноса в газовой полости на фоне турбулентных режимов течения.

Целью настоящей работы является разработка и применение относительно нового подхода для моделирования турбулентных режимов нестационарной сопряженной термогравитационной конвекции в замкнутой области при наличии локального источника тепловыделения в условиях конвективно-радиационного теплообмена на одной из внешних границ. Проведенное исследование представляет собой расширение сферы анализа (увеличение диапазона изменения числа Грасгофа) сопряженных задач естественной конвекции в замкнутых областях при наличии локально сосредоточенного источника тепловыделения постоянной температуры [21].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассматривается краевая сопряженная задача нестационарного турбулентного теплопереноса в замкнутой прямоугольной области (рис. 1).

Область решения представляла собой газовую полость, ограниченную от внешней среды теплопроводными стенками одинаковой толщины. На внутренней поверхности левой стенки находился источник тепловыделения, температура которого в течение всего процесса была постоянной. На внешних границах области решения ($y = 0$, $y = L_y$, $x = L_x$) моделировались условия, предполагающие или отсутствие теплообмена с окружающей средой (т. е. условия теплоизоляции), или симметрию температурного поля при переходе через эти сечения. На границе $x = 0$



реализован лучисто-конвективный теплообмен с внешней средой. Предполагалось, что теплофизические свойства материала стенок и газа не зависят от температуры, а режим течения является турбулентным. Газ считался вязкой, теплопроводной, ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Предполагалось, что размер по третьей координате много больше двух других и концевые

Рис. 1. Область решения задачи: 1 — стенки, 2 — газ, 3 — источник тепловыделения.

эффекты течения и теплообмена пренебрежимо малы, поэтому рассматривалась двумерная постановка задачи.

Процесс переноса тепла описывался уравнениями Рейнольдса осредненного турбулентного движения в поле действия силы тяжести в газовой полости на основе обобщенной гипотезы Буссинеска в предположении о локальной изотропности механизма турбулентного перемешивания [13, 22, 23]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = & -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \\ & + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial v}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = & -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial y} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \\ & + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) + g \beta (T - T_0), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(a_2 + \frac{v_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(a_2 + \frac{v_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (4)$$

и нестационарным двумерным уравнением теплопроводности для элементов ограждающей стенки [24] с нелинейными граничными условиями

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_1 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (5)$$

В качестве модели турбулентности рассматривалась стандартная k - ε модель [23]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k + G_k - \varepsilon, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + \\ & + c_{1\varepsilon} (P_k + c_{3\varepsilon} G_k) \frac{\varepsilon}{k} - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}, \end{aligned} \quad (7)$$

где x, y — координаты декартовой системы координат, t — время, u, v — составляющие скорости в проекции на оси x, y соответственно, p — давление, ρ_1 — плотность материала твердых стенок, ρ_2 — плотность газа, ν — кинематический коэффициент молекулярной вязкости, ν_t — кинематический коэффициент молярной (турбулентной) вязкости, T — температура, T_0 — начальная температура в области решения, g — ускорение свободного падения, β — термический коэффициент объемного расширения, a_1 — коэффициент теплопроводности материала твердых стенок, a_2 — коэффициент теплопроводности газа,

$Pr_t = \nu_t / a_t$ — турбулентное число Прандтля, a_t — коэффициент турбулентной теплопроводности, k — кинетическая энергия турбулентности, ε — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности, $P_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ — слагаемое, характеризующее порождение турбулентности за счет сдвиговых напряжений, $- \rho \overline{u'_i u'_j}$ — рейнольдсовы напряжения, $G_k = -g_i \beta \overline{u'_i T'}$ — слагаемое, описывающее генерацию или диссипацию турбулентной кинетической энергии за счет выталкивающей силы, $-\rho c_p \overline{u'_i T'}$ — плотность турбулентного потока тепла.

На основе обобщенной гипотезы Буссинеска [13, 22] $P_k = \nu_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]$, при этом на основе гипотезы градиентной диффузии [13]

$G_k = - \frac{g \beta \nu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial y}$. Турбулентная вязкость вычисляется по формуле Колмогорова–Прандтля $\nu_t = c_\mu k^2 / \varepsilon$.

Параметры стандартной k – ε модели турбулентности [23]:

$$c_\mu = 0,09, \quad c_{1\varepsilon} = 1,44, \quad c_{2\varepsilon} = 1,92, \quad c_{3\varepsilon} = 0,8, \quad Pr_t = 1,0, \quad \sigma_k = 1,0, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3.$$

Для дальнейшего анализа теплового состояния объекта исследования введем в рассмотрение функцию тока ψ и вектор завихренности скорости ω , которые задаются следующим образом:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \omega = \text{rot}_z \vec{V} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Сформулируем математическую модель в безразмерных переменных функция тока–вектор завихренности скорости–температура. В качестве масштабов расстояния, скорости, времени, температуры, функции тока, завихренности, кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации были выбраны L , $\sqrt{g \beta \Delta T L}$, $\sqrt{L / (g \beta \Delta T)}$, $\Delta T = T_{hs} - T_0$, $\sqrt{g \beta \Delta T L^3}$, $\sqrt{g \beta \Delta T / L}$, $g \beta \Delta T L$, $\sqrt{(g \beta \Delta T)^3 L}$. Безразмерные переменные имели вид:

$$X = x/L, \quad Y = y/L, \quad U = u/\sqrt{g \beta \Delta T L}, \quad V = v/\sqrt{g \beta \Delta T L}, \quad \tau = t\sqrt{g \beta \Delta T / L}, \\ \Theta = (T - T_0)/\Delta T, \quad \Psi = \psi/\sqrt{g \beta \Delta T L^3}, \quad \Omega = \omega\sqrt{L/(g \beta \Delta T)}, \\ K = k/(g \beta \Delta T L), \quad E = \varepsilon/\sqrt{(g \beta \Delta T)^3 L};$$

где L — длина газовой полости (рис. 1), T_{hs} — температура источника тепла, X, Y — безразмерные координаты, соответствующие координатам x, y , U, V — безразмерные скорости, соответствующие скоростям u, v , τ — безразмерное время, Θ — безразмерная температура, Ψ — безразмерный аналог функции тока, Ω — безразмерный аналог вектора вихря, K — безразмерный аналог кинетической

энергии турбулентности, E — безразмерный аналог скорости диссипации кинетической энергии турбулентности.

Переход к переменным функция тока, вектор вихря позволяет исключить поле давления и тем самым минимизировать время вычислений, которое при использовании физических переменных существенно возрастает вследствие использования SIMPLE-подобных алгоритмов. Такой подход является обобщением представленных ранее моделей неспряженного турбулентного конвективного теплопереноса в прямоугольных областях [6, 25, 26].

Обезразмеривая уравнения (1)–(7) и переходя к переменным функция тока–вектор завихренности скорости, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

– для газа (2 на рис. 1) —

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{\partial^2}{\partial X^2} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\text{Re}_t} \right) \Omega \right] + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\text{Re}_t} \right) \Omega \right] + \frac{\partial \Theta}{\partial X} + \\ + 2 \frac{\partial U}{\partial Y} \frac{\partial^2}{\partial X^2} \left(\frac{1}{\text{Re}_t} \right) - 2 \frac{\partial V}{\partial X} \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left(\frac{1}{\text{Re}_t} \right) + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\partial U}{\partial X} \right) \frac{\partial^2}{\partial X \partial Y} \left(\frac{1}{\text{Re}_t} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\frac{1}{\text{Pr} \sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\text{Pr}_t \text{Re}_t} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\frac{1}{\text{Pr} \sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\text{Pr}_t \text{Re}_t} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right], \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial \tau} + U \frac{\partial K}{\partial X} + V \frac{\partial K}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\sigma_k \text{Re}_t} \right) \frac{\partial K}{\partial X} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\sigma_k \text{Re}_t} \right) \frac{\partial K}{\partial Y} \right] + \tilde{P}_k + \tilde{G}_k - E, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \tau} + U \frac{\partial E}{\partial X} + V \frac{\partial E}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\sigma_\epsilon \text{Re}_t} \right) \frac{\partial E}{\partial X} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} + \frac{1}{\sigma_\epsilon \text{Re}_t} \right) \frac{\partial E}{\partial Y} \right] + c_{1\epsilon} (\tilde{P}_k + c_{3\epsilon} \tilde{G}_k) \frac{E}{K} - c_{2\epsilon} \frac{E^2}{K}, \end{aligned} \quad (12)$$

– для твердых стенок (1 на рис. 1) —

$$\frac{1}{\text{Fo}_1} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}. \quad (13)$$

Здесь $\text{Gr} = g \beta \Delta T L^3 / \nu^2$ — число Грасгофа, $\text{Re}_t = E / c_\mu K^2$ — турбулентное число Рейнольдса, $\text{Pr} = \nu / a$ — число Прандтля, $\tilde{P}_k = \frac{1}{\text{Re}_t} \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right]$ —

безразмерное слагаемое, соответствующее P_k , $\tilde{G}_k = -\frac{1}{\text{Re}_t \text{Pr}_t} \frac{\partial \Theta}{\partial Y}$ — безразмерное

слагаемое, соответствующее G_k , $Fo_1 = a_1 / \sqrt{g\beta\Delta T L^3}$ — число Фурье материала твердой стенки.

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (8)–(13) имеют вид:

начальное условие —

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = K(X, Y, 0) = E(X, Y, 0) = \Theta(X, Y, 0) = 0,$$

за исключением источника тепла, на котором в течение всего процесса $\Theta = 1$;

граничные условия —

– на границе $X = 0$ моделировался конвективно-радиационный теплообмен с внешней средой

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = Bi_1 \cdot \Theta - Bi_1 \cdot \Theta_e + Sk_1 \cdot ((\Theta + \zeta_0)^4 - \zeta_e^4),$$

– на остальных внешних границах для уравнения энергии заданы условия теплоизоляции

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0 \text{ или } \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0 \text{ в зависимости от ориентации границы,}$$

– на внутренних границах раздела твердого материала и газа, параллельных оси $OX(OY)$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y (\partial X)} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y (\partial X)} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y (\partial X)},$$

– для турбулентных характеристик K и E на твердых границах выполняются следующие условия [27]: $K = 0$, $\frac{\partial E}{\partial Y (\partial X)} = 0$. Граничные условия для скорости

диссипации кинетической энергии турбулентности соответствуют физическим условиям, характеризующим наличие твердой стенки конечной толщины (аналог непроницаемой поверхности в теории массопереноса).

Здесь $Bi_1 = \alpha L / \lambda_1$ — число Био материала твердой стенки, α — коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения, Θ_e — безразмерная температура окружающей среды, $Sk_1 = \tilde{\epsilon} \sigma L (\Delta T)^3 / \lambda_1$ — число Старка материала твердой стенки, $\tilde{\epsilon}$ — приведенная степень черноты, σ — постоянная Стефана–Больцмана, λ_1 — коэффициент теплопроводности материала твердой стенки, $\zeta_0 = T_0 / \Delta T$, $\zeta_e = T_e / \Delta T$ — безразмерные параметры, T_e — температура окружающей среды, $\lambda_{2,1} = \lambda_2 / \lambda_1$ — относительный коэффициент теплопроводности, λ_2 — коэффициент теплопроводности газа.

Краевая задача (8)–(13) решена конечно-разностным методом [28, 29] на равномерной сетке 150×150 с использованием неявной двухслойной схемы. Для аппроксимации конвективных слагаемых применялась схема второго порядка точности, позволяющая учесть знак скорости, для диффузионных слагаемых — центральные разности. Уравнения параболического типа решались на основе локально одномерной схемы А.А. Самарского [28], т. е. вводился промежуточный временной слой. Полученные в результате дискретизации дифференциальной

Таблица

Значения средних чисел Нуссельта

Ra	Полученные результаты	Работа [19]	Работа [30]	Работа [31]
10^7	17,72	–	16,79	16,523
10^8	33,41	30,97	30,506	30,225
10^9	54,49	58,33	57,350	–

задачи разностные уравнения разрешались методом прогонки. Аппроксимация уравнения Пуассона для функции тока (8) проводилась с помощью пятиточечного шаблона. Полученное разностное уравнение решалось методом последовательной верхней релаксации. Оптимальное значение параметра релаксации подбиралось на основе вычислительных экспериментов.

Разработанный метод решения тестировался на модельной задаче. Рассматривалась турбулентная естественная конвекция в замкнутой области [30] с изотермическими вертикальными и адиабатическими горизонтальными стенками. В качестве определяемой величины выступало среднее число Нуссельта на вертикальной стенке (табл.).

Результаты, представленные в таблице, наглядно показывают, что созданная математическая модель и используемый численный алгоритм решения приводят к достаточно хорошему согласованию с результатами других авторов.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Численные исследования дифференциальной задачи (8)–(13) с соответствующими начальными и граничными условиями проведены при следующих значениях безразмерных комплексов: $Gr = 10^8, 10^9, 10^{10}$, $Pr = 0,7$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}, 6,8 \cdot 10^{-5}$. Основное внимание уделялось анализу влияния числа Грасгофа, характеризующего интенсивность источника тепловыделения; фактора нестационарности, определяющего не только этапы развития вихревых структур, но и термическую инерционность ограждающих стенок, а также относительного коэффициента теплопроводности $\lambda_{2,1}$, отражающего степень взаимного влияния конвективного теплопереноса в газовой полости и кондуктивной теплопередачи в элементах твердого материала, на распределения как локальных характеристик (линии тока, поля температуры, поля кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации), так и интегрального параметра (среднее число Нуссельта на границах раздела газовой полости и ограждающих стенок).

Влияние числа Грасгофа

На рис. 2 представлены линии тока, поля температуры, поля кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации при $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $\tau = 400$, соответствующие различным значениям числа Грасгофа. Стрелками на линиях тока указано направление движения газа.

В турбулентном режиме сопряженного теплопереноса, соответствующем $Gr = 10^8$ (рис. 2, а), в газовой полости образуются две масштабные конвективные ячейки и одна рециркуляционная зона, расположенная в области основания. Появление основных вихревых структур, отличающихся как размерами, так и направлением циркуляции газа, обусловлено несколькими причинами: постоянный подвод тепла от источника, нелинейное воздействие окружающей среды вследствие

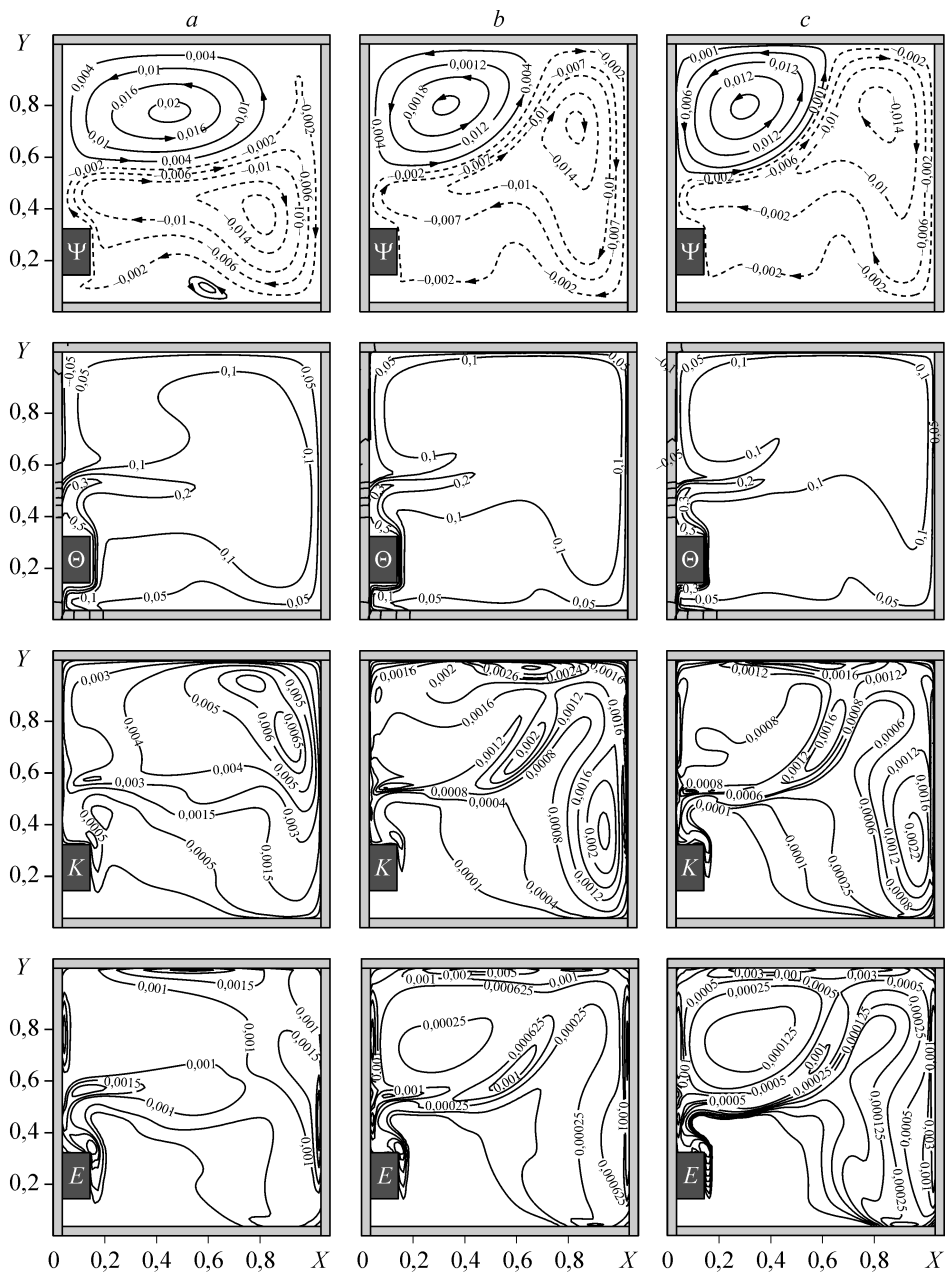


Рис. 2. Линии тока Ψ , поля температуры Θ , поля кинетической энергии турбулентности K и скорости ее диссипации E при $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $\tau = 400$: $Gr = 10^8$ (a), 10^9 (b), 10^{10} (c).

кондуктивного механизма переноса энергии в левой стенке, распространение возмущений в газовой полости от элементов твердого материала. Необходимо отметить и специфическую причину, относящуюся непосредственно к анализируемым режимам переноса тепла, — значительное внутреннее перемешивание среды. Увеличение числа Грасгофа проявляется в существенной модификации вихревых структур. Циркуляция, расположенная в левом верхнем углу, уменьшается в размерах, причиной чему является смещение ядра и увеличение масштабов конвективной ячейки, обусловленной влиянием источника тепловыделения.

Вторичный вихрь, ранее занимавший зону над основанием, диссипирует, что отражается в “дрейфе” локального “координатного максимума” линии тока ($\Psi = -0,002$): $X = 0,48, \left. \vphantom{X} \right|_{Gr=10^8}$, $X = 0,58, \left. \vphantom{X} \right|_{Gr=10^9}$, $X = 0,66, \left. \vphantom{X} \right|_{Gr=10^{10}}$ и приводит к искривлению последующих изолиний функции тока $\Psi = -0,007, -0,01$.

В свою очередь, поле температуры достаточно неравномерно (см. рис. 2, *a*), что обусловлено, с одной стороны, охлаждением на границе $X = 0$, а с другой стороны — прогревом газовой полости за счет источника тепла. Нисходящие потоки, сформировавшиеся над источником, деформируют термический факел.

Увеличение роли подъемной силы неоднозначно отражается в положении теплового факела, но при этом заметно повышение как средней температуры в газовой полости (см. рис. 2), так и локальной температуры в верхних слоях области решения (рис. 3). При этом максимум температуры на рис. 3, *a* смещен в сторону восходящих потоков конвективной ячейки, определяющей циркуляцию по часовой стрелке. Рост величины выталкивающей силы отражается на уменьшении толщины теплового пограничного слоя на поверхности как вертикальных, так и горизонтальных стенок, что наглядно представлено на рис. 3.

Профили температуры в вертикальном направлении (см. рис. 3, *b*) характеризуют неустойчивую стратификацию среды.

Рост Gr проявляется в модификации линий постоянной кинетической энергии, которые характеризуют зоны турбулизации течения. Области, соответствующие максимальным значениям K , находятся вблизи поверхности источника тепла, а также в зоне действия термического факела. В свою очередь, линии $E = \text{const}$, соответствующие максимальным значениям скорости диссипации кинетической энергии турбулентности, располагаются над источником тепла и на поверхностях ограждающих стенок. Необходимо отметить, что по изолиниям скорости диссипации энергии турбулентности можно проследить как границу раздела между конвективными ячейками, определяющими циркуляции по и против часовой стрелки, так и положение термического факела.

Проведен анализ влияния числа Грасгофа на среднее число Нуссельта на границах раздела твердых стенок и газовой полости $Nu_1 = \int_{0,036}^{1,036} \left. \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right|_{Y=0,036} dX$,

$$Nu_2 = \int_{0,036}^{1,036} \left. \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right|_{Y=1,036} dX, \quad Nu_3 = \int_{0,036}^{1,036} \left. \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=1,036} dY.$$

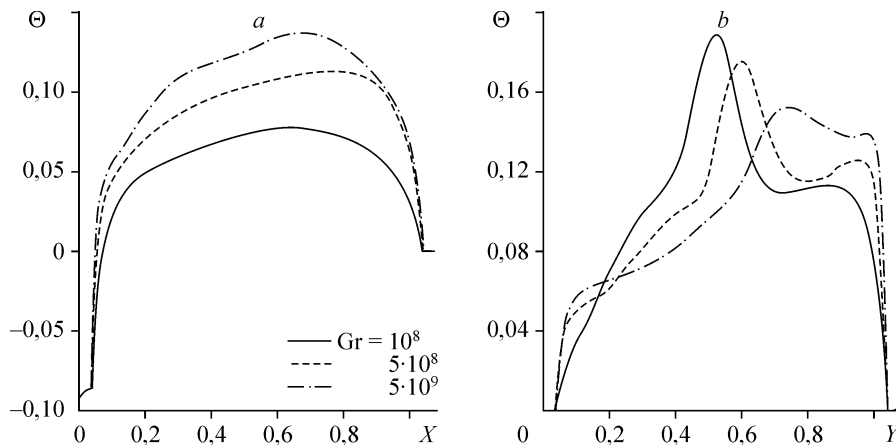
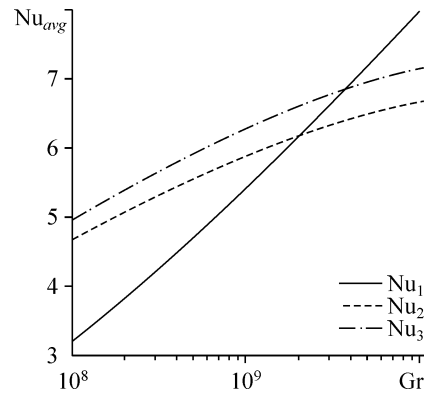


Рис. 3. Профили температуры при $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $\tau = 400$: $Y = 1,0$ (*a*), $X = 0,6$ (*b*).

Рис. 4. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Грасгофа при $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $\tau = 1000$.

Рис. 4 наглядно демонстрирует увеличение обобщенного коэффициента теплообмена на анализируемых границах раздела с ростом числа Грасгофа при фиксированных значениях времени и относительного коэффициента теплопроводности.

Рост среднего числа Нуссельта обусловлен увеличением градиента температуры на границах раздела твердой стенки и газовой полости из-за роста степени интенсивности отвода тепла. Последнее обусловлено как влиянием нисходящих потоков (границы $Y = 0,036$, $X = 1,036$), так и взаимодействием фронтов пониженной и повышенной температур на границе $Y = 1,036$.



Влияние фактора нестационарности

Фактор нестационарности в сопряженных задачах конвективного теплопереноса определяет не только этапы развития вихревых структур в газовой полости, но и термическую инерционность ограждающих твердых стенок. Последний аспект является наиболее ценным, поскольку, регулируя условия теплоотвода на внешних границах области решения, можно достаточно эффективно управлять течением жидкости, а следовательно, и полем температуры в этой области. Такой механизм управления тепловым режимом может быть целесообразен при реализации тонких химических технологий, технологий получения элементной базы радиоэлектроники, а также при получении новых материалов.

На рис. 5 представлены линии тока, поля температуры, поля кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации при $\lambda_{2,1} = 6,8 \cdot 10^{-5}$, $Gr = 10^9$ в различные моменты времени.

При $\tau = 100$ (см. рис. 5, а) в газовой полости формируются одна крупномасштабная конвективная ячейка, обусловленная влиянием источника тепловыделения, и малое циркуляционное движение в левом верхнем углу. Причиной появления последнего вихря является продвижение фронта пониженной температуры от границы $X = 0$. Над нагревателем формируется термический факел, вытягивающийся вдоль поверхности левой стенки. Изменение вертикального направления факела в зоне $Y > 0,7$ обусловлено охлаждением части левой твердой стенки в этой подобласти. С увеличением времени до $\tau = 400$ размеры вторичного вихря увеличиваются, что связано с более интенсивным охлаждением левой стенки. При этом основная конвективная ячейка несколько деформируется, ее ядро смещается к правой стенке. Возросшие масштабы движения газа против часовой стрелки проявляются в формировании более устойчивого холодного нисходящего потока вблизи поверхности левой стенки $0,56 < Y < 1,036$, что отражается в изменении ориентации термического факела. Конфигурация изотермы, соответствующая безразмерной температуре $\Theta = 0,2$, повторяет границу между конвективными ячейками. В газовой полости также наблюдается увеличение средней температуры. Дальнейший рост τ проявляется в увеличении как масштабов, так и интенсивности вихря, соответствующего движению против часовой стрелки, что связано со значительным продвижением фронта пониженной температуры к внутренней границе

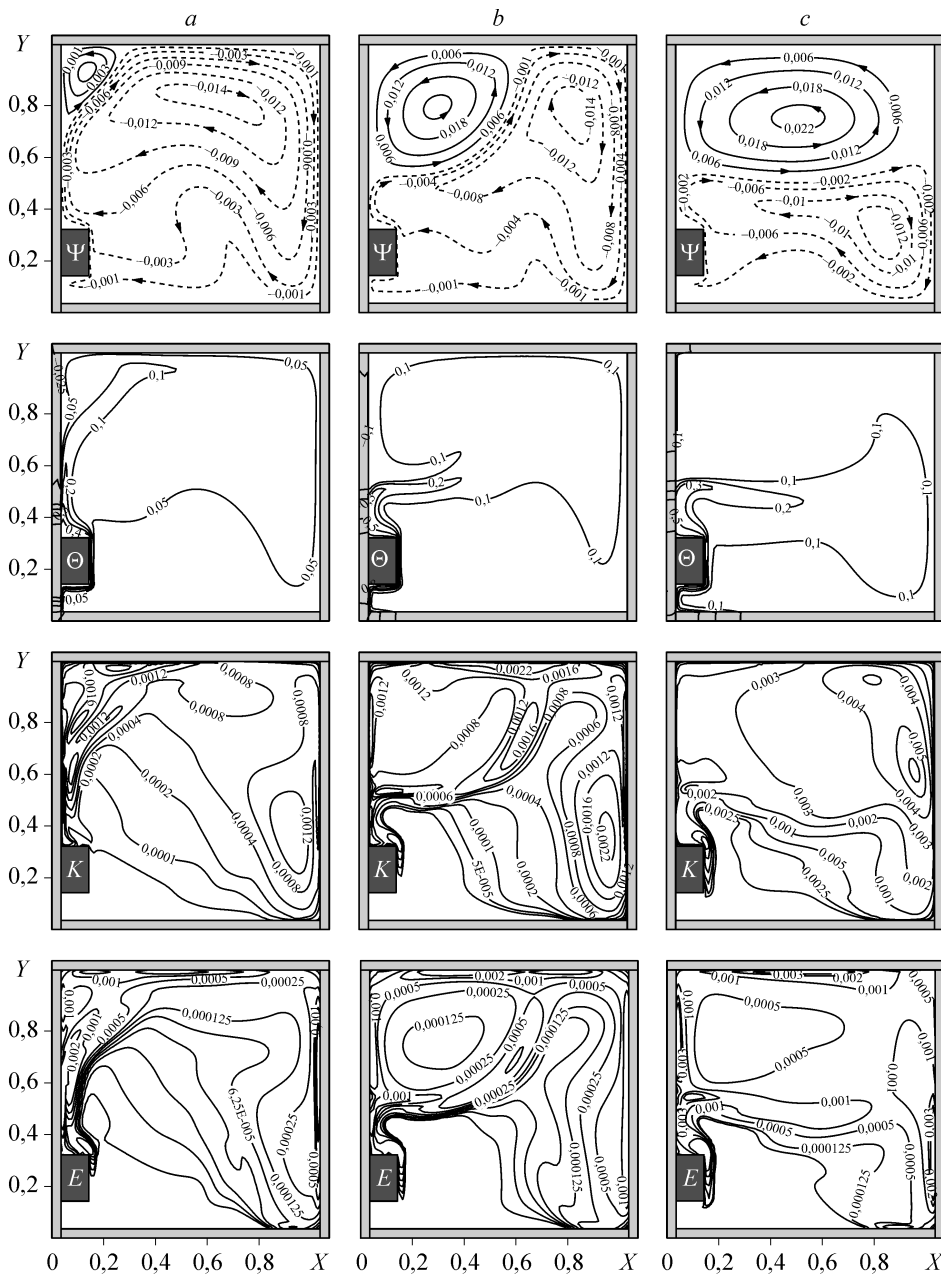


Рис. 5. Линии тока Ψ , поля температуры Θ , поля кинетической энергии турбулентности K и скорости ее диссипации E при $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $Gr = 5 \cdot 10^9$: $\tau = 100$ (a), 400 (b), 1000 (c).

раздела левой стенки и газовой полости. Необходимо отметить, что рост временного параметра проявляется в прогреве нижней части элементов твердого материала от источника тепла, что, в свою очередь, приводит к увеличению температуры в газе, расположенном вблизи стенки $0,036 < X < 0,143$, $0,036 < Y < 0,143$. Более наглядно изменение температуры можно проследить на рис. 6. В сечении $Y = 0,5$ (см. рис. 6, a) увеличение τ проявляется в увеличении температуры во всем сечении, максимум Θ находится в зоне $0,036 < X < 0,2$, что соответствует положению термического факела. Локальный экстремум Θ , расположенный в области

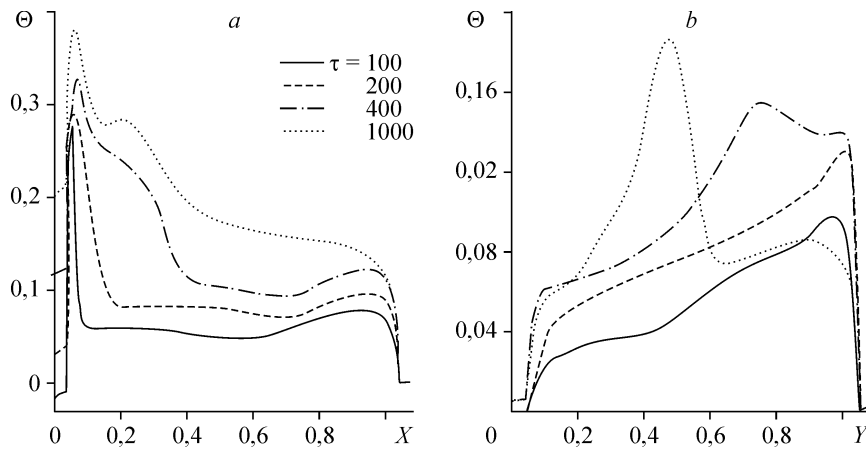


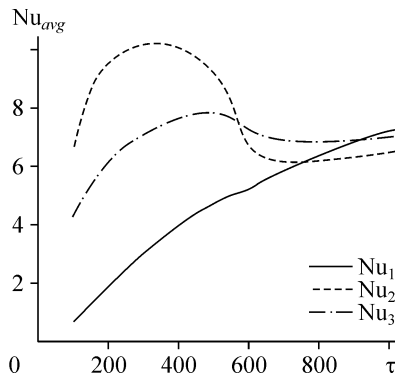
Рис. 6. Профили температуры при $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $Gr = 5 \cdot 10^9$: $Y = 0,5$ (a), $X = 0,6$ (b).

правой стенки $0,8 < X < 1,0$ при $\tau = 100, 200, 400$, можно объяснить наличием нисходящих теплых потоков газа основной конвективной ячейки. В левой стенке средняя безразмерная температура изменяется от $\Theta = -0,011$ при $\tau = 100$ до $\Theta = 0,206$ при $\tau = 1000$, что отражает влияние источника тепла.

Неустойчивая стратификация среды, определяющая наличие конвективных течений, представлена на рис. 6, b. При $\tau = 100, 200$ наблюдается монотонное увеличение температуры в сечении $X = 0,6$ в вертикальном направлении, при $\tau = 400$ появляется немонотонность вблизи верхней стенки, а уже при $\tau = 1000$ экстремум температуры смещается в центральную зону полости. Такую тенденцию в изменении распределения Θ можно объяснить влиянием фронта пониженной температуры. С ростом временного параметра происходит охлаждение верхней части левого элемента твердого материала, что приводит к интенсификации рециркуляционного течения газа вблизи внутренней поверхности стенки, а следовательно, и к более значительному понижению температуры в газовой полости.

Изменение τ проявляется также и в модификации как поля кинетической энергии турбулентности, так и скорости ее диссипации (см. рис. 5). Увеличение безразмерного времени приводит к повышению значений кинетической энергии турбулентности, а также к смещению областей с максимальной величиной K , аналогичные изменения наблюдаются и в поле скорости диссипации энергии турбулентности.

На рис. 7 представлена динамика обобщенного коэффициента теплообмена на границах $Y = 0,036$, $Y = 1,036$ и $X = 1,036$. При $Y = 0,036$ увеличение τ отражается в росте среднего числа Нуссельта, что связано с постепенным увеличением градиента температуры на этой границе, вследствие интенсивного отвода энергии.



На границах $Y = 1,036$ и $X = 1,036$ Nu_{avg} изменяется немонотонно, что связано с формированием вихря, определяющего продвижение фронта пониженной температуры. Незначительные изменения Nu_2 и Nu_3 при $\tau > 600$ характеризуют формирование квазистационарного теплового режима.

Рис. 7. Зависимость средних чисел Нуссельта от времени при $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $Gr = 5 \cdot 10^9$.

Влияние относительного коэффициента теплопроводности

Теплопроводные стенки конечной толщины могут существенным образом модифицировать как поле температуры в газовой полости, так и режимы течения [18, 32]. Ограждающие конструкции могут исполнять роль своеобразной буферной зоны вследствие термической инерционности твердого материала, т. е. за определенный промежуток времени аккумулировать энергию, тем самым отражая влияние окружающей среды. При этом относительный коэффициент теплопроводности характеризует степень взаимного влияния конвективного теплопереноса в газовой полости и кондуктивной теплопередачи в элементах твердого материала.

На рис. 8 представлены термогидродинамические параметры, соответствующие режиму конвективного теплопереноса $Gr = 10^9$, при различных значениях

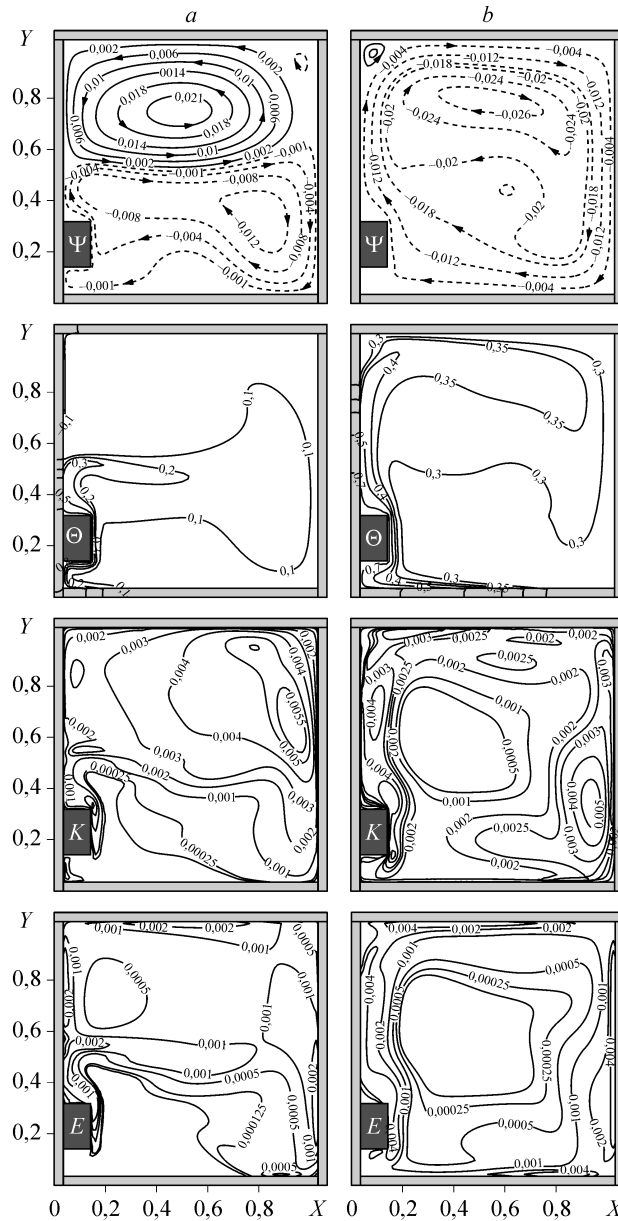


Рис. 8. Линии тока Ψ , поля температуры Θ , поля кинетической энергии турбулентности K и скорости ее диссипации E при $Gr = 10^9$, $\tau = 1000$: $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ (a), $6,8 \cdot 10^{-5}$ (b).

относительного коэффициента теплопроводности. Переход от $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ к $\lambda_{2,1} = 6,8 \cdot 10^{-5}$ соответствует увеличению коэффициента теплопроводности материала ограждающих стенок. Такое изменение приводит к существенному перераспределению всех определяющих параметров. Повышение λ_1 приводит к более интенсивному прогреву элементов твердого материала, вблизи которых находится источник тепла.

Увеличение температуры в левой стенке проявляется в уменьшении степени продвижения фронта пониженной температуры от границы $X = 0$, что препятствует появлению значительного циркуляционного течения в верхней части области решения. Поэтому при $\lambda_{2,1} = 6,8 \cdot 10^{-5}$ в газовой полости доминирует конвективная ячейка, обусловленная влиянием источника тепла. Термический факел находится вблизи поверхности левой стенки (см. рис. 8, *b*), что связано с прогревом этого элемента твердого материала. Конфигурация изотерм отражает структуру движения газа в конвективной ячейке. В газовой полости наблюдается значительное увеличение температуры с ростом λ_1 , что обусловлено влиянием кондуктивной теплопередачи в твердых стенках на конвективный теплоперенос в полости. С ростом коэффициента теплопроводности окружающих стенок при $\tau = 1000$ наблюдается также незначительный прогрев правой стенки. При $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ максимальная Θ в вертикальной сечении $X = 0,6$ находится в центре полости, что связано с деформацией термического факела фронтом пониженной температуры. Уменьшение относительного коэффициента теплопроводности приводит к росту Θ в верхней части газовой полости, а также к более интенсивному отводу энергии из нижней зоны каверны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численно решена нестационарная сопряженная задача турбулентной естественной конвекции в замкнутой прямоугольной области при наличии источника тепловыделения постоянной температуры, расположенного на внутренней поверхности левой стенки, в условиях конвективно-радиационного теплообмена с окружающей средой на одной из внешних границ. Получены распределения линий тока, поля температуры, поля кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации, характеризующие особенности анализируемых режимов течения и теплопереноса при $Gr = 10^8, 10^9, 10^{10}$, $Pr = 0,7$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}, 6,8 \cdot 10^{-5}$. Проведен детальный анализ влияния числа Грасгофа, фактора нестационарности и относительного коэффициента теплопроводности как на термогидродинамические поля, так и на средние числа Нуссельта на границах раздела газовой полости и твердых стенок. Установлено, что режимы течения и теплопереноса, формирующиеся в области решения при увеличении λ_1 , аналогичны режимам, возникающим при повышении числа Грасгофа, вследствие интенсификации дополнительного механизма подвода энергии в газовую полость за счет достижения определенной степени прогрева элементов ограждающих стенок от источника тепловыделения. Последние в свою очередь начинают прогревать газ с большей поверхности по сравнению с контуром источника тепла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соковишин Ю.А., Мартыненко О.Г. Введение в теорию свободно-конвективного теплообмена. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. 224 с.
2. Джалурия Й. Естественная конвекция: Тепло- и массообмен. М.: Мир, 1983. 400 с.
3. Макаров М.В., Яньков Г.Г. Численное исследование процессов тепломассообмена в криогенном топливном баке // Тр. 3 Рос. нац. конф. по теплообмену. Москва, 2002. Т. 3. С. 102–107.

4. Костоломов И.В., Кутушев А.Г. Численное исследование процесса принудительного воздухообмена в помещении // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12, № 4. С. 623–635.
5. Терехов В.И., Терехов В.В. Теплообмен в высоком замкнутом вертикальном канале с оребрением одной из сторон // Теплофизика высоких температур. 2006. Т. 44, № 3. С. 439–444.
6. Sigey J.K., Gatheri F.K., Kinyanjui M. Numerical study of free convection turbulent heat transfer in an enclosure // Energy Conversion and Management. 2004. Vol. 45. P. 2571–2582.
7. Бердников В.С. Гидродинамика и теплообмен при вытягивании кристаллов из расплавов. Ч. 2: Численные исследования режима свободной конвекции // Изв. ВУЗов. Материалы электронной техники. 2008. № 3. С. 4–17
8. Icoz T., Jaluria Y. Design of cooling systems for electronic equipment using both experimental and numerical inputs // ASME J. Elec. Packaging. 2005. Vol. 126. P. 465–471.
9. Liaqat A., Baytas A.C. Characteristics of conjugate free convection in a corium pool formed during a severe reactor accident // Inter. J. of Engng. Sci. 2001. Vol. 39. P. 1351–1360.
10. Sharma A.K., Velusamy K., Balaji C. Turbulent natural convection in an enclosure with localized heating from below // Inter. J. of Thermal Sci. 2007. Vol. 46. P. 1232–1241.
11. Terekhov V.I., Pakhomov M.A. Numerical simulations of hydrodynamics and convective heat transfer in a turbulent tube mist flow // Inter. J. of Heat and Mass Transf. 2003. Vol. 46. P. 1503–1517.
12. Klinzing W.P., Sparrow E.M. Evaluation of turbulence models for external flows // Numerical Heat Transfer. Part A. 2009. Vol. 55. P. 205–228.
13. Бруцкий Е.В. Турбулентные стратифицированные струйные течения. Киев: Наук. думка, 1986. 296 с.
14. Bernard P.S., Wallace J.M. Turbulent Flow: Analysis, Measurement and Prediction. New York: Wiley, 2002. 490 p.
15. Sagaut P. Large Eddy Simulation for Incompressible Flows: An Introduction. Springer Verlag, 2005. 400 p.
16. Xin S., Le Quere P. Direct numerical simulation of two-dimensional chaotic natural convection in a differentially heated cavity of aspect ratio 4 // J. of Fluid Mechanics. 1995. Vol. 304. P. 87–118.
17. Fureby C., Grinstein F.F. Large eddy simulation of high-Reynolds-number free and wall-bounded flows // J. of Computational Physics. 2002. Vol. 181. P. 68–97.
18. Liaqat A., Baytas A.C. Numerical comparison of conjugate and non-conjugate natural convection for internally heated semi-circular pools // Inter. J. of Heat and Fluid Flow 2001. Vol. 22. P. 650–656.
19. Sharma A.K., Velusamy K., Balaji C., Venkateshan S.P. Conjugate turbulent natural convection with surface radiation in air filled rectangular enclosures // Inter. J. of Heat and Mass Transfer. 2007. Vol. 50. P. 625–639.
20. Ben-Nakhi A., Mahmoud M.A. Conjugate turbulent natural convection in the roof enclosure of a heavy construction building during winter // Appl. Thermal Engng. 2008. Vol. 28. P. 1522–1535.
21. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Моделирование нестационарного теплопереноса в замкнутой области с локальным источником тепловыделения // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12, № 2. С. 305–314.
22. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
23. Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // Computer methods in applied mechanics and engineering. 1974. Vol. 3. P. 269–289.
24. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
25. Ozoe H, Mouri A., Ohmuro M., Churchill S.W., Lior N. Numerical calculations of laminar and turbulent natural convection in water in rectangular channels heated and cooled isothermally on the opposing vertical walls // Inter. J. of Heat and Mass Transfer 1985. Vol. 28. P. 125–138.
26. Vardar N. Numerical analysis of the transient turbulent flow in a fuel oil storage tank // Inter. J. of Heat and Mass Transfer. 2003. Vol. 46. P. 3429–3440.
27. Henkes R.A.W.M., Van Der Vlugt, Hoogendoorn C.J. Comparison of turbulence models for the natural convection boundary layer along a heated vertical plate // Inter. J. of Heat and Mass Transfer. 1989. Vol. 32. P. 157–169.
28. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
29. Черкасов С.Г. Модифицированный численный метод для расчета тепловой конвекции в вертикальном цилиндрическом сосуде // Численные методы механики сплошной среды. 1984. Т. 15, № 5. С. 144–153
30. Dixit H.N., Babu V. Simulation of high Rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method // Inter. J. of Heat and Mass Transfer. 2006. Vol. 49. P. 727–739.
31. Le Quere P. Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number // Computers and Fluids. 1991. Vol. 20. P. 29–41.
32. Liaqat A., Baytas A.C. Conjugate natural convection in a square enclosure containing volumetric sources // Inter. J. of Heat and Mass Transfer. 2001. Vol. 44. P. 3273–3280.

*Статья поступила в редакцию 26 мая 2009 г.,
после переработки 24 декабря 2009 г.*