

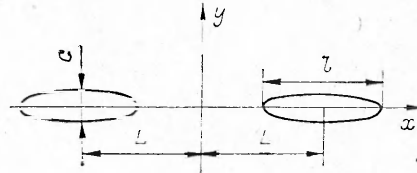
РОСТ ТРЕЩИНЫ В ПОРИСТОЙ НАСЫЩЕННОЙ СРЕДЕ
ПРИ ПРОПУСКАНИИ ИМПУЛЬСА ТОКА

В. И. СЕЛЯКОВ

(Москва)

Задача о росте трещины в сплошной среде под действием термоупругих напряжений, возникающих при разогреве, вызванном пропуском тока перпендикулярно трещине, решена в [1]. В данной работе рассматривается одна из возможных моделей, описывающих воздействие импульса тока на пористую насыщенную среду при пропуске его через трещину, заполненную жидкостью с высокой электропроводностью. Предполагается, что среда представляет собой скелет с низкой электропроводностью, пронизанный капиллярами, заполненными электропроводящей жидкостью. Таким образом, эффективная электропроводность среды σ_0 определяется микрокапиллярной электропроводностью. Рассматривается случай, когда постоянный ток пропускается через две соосные эллиптические трещины, заполненные жидкостью с высокой электропроводностью σ_1 . Раскрытие трещины характеризуется параметром $\beta = c/l$, где c — ширина трещины, l — ее длина. В случае сильно раскрытой трещины ($\beta \gg \sigma_0/\sigma_1$) ток, подводимый к центру трещины, будет выходить из ее концов, в окрестностях которых плотность тока и соответственно омические потери будут максимальны. Нагрев жидкости в порах приводит к повышению порового давления и может приводить к разрушению среды в вершине трещины. В данной работе методом теории функций комплексного переменного решается плоская задача о распределении плотности тока вокруг трещин, в рамках теории Био [2] рассматривается задача консолидации грунтов и оцениваются параметры электрического импульса, разрушающего среду.

1. Распределение плотности тока. Рассмотрим плоскую задачу о распределении плотности тока при пропуске его через две эллиптические трещины, в центрах которых находятся источник и антиисточник тока. Предполагается, что ток подводится через параллельные бесконечно длинные электроды, поперечный размер которых много меньше ширины трещины. Электропроводность электродов считается значительно больше электропроводности жидкости внутри трещин. Это позволяет ограничиться рассмотрением плоской двумерной задачи. Геометрия расположения трещины приведена на фигуре. Распределение потенциала на плоскости, перпендикулярной электродам, удовлетворяет уравнению Лапласа [3]



$$(1.1) \quad \operatorname{div}(\sigma_v \nabla \varphi_v) = -(I/2\pi)[\delta(z - z_1) - \delta(z - z_2)],$$

где $v = 1, 0$. Здесь потенциал φ_v с индексом $v = 0$ соответствует области вне трещины, с индексом $v = 1$ — области внутри трещины; $z = x + iy$ — комплексная переменная; x и y — декартовы координаты; z_1 и z_2 — координаты центров соответственно первого и второго эллипсов; I — ток, вводимый в трещины на единицу длины электродов; $\delta(z)$ — функция Дирака. На контуре трещины должны выполняться условия непрерывности потенциала и нормальной составляющей плотности тока. Вводя комплексный потенциал $F_v = \sigma_v \varphi_v$, эти условия можно записать в виде

$$(1.2) \quad \operatorname{Re} F_0 = \alpha \operatorname{Re} F_1;$$

$$(1.3) \quad \operatorname{Im} F_0 = \operatorname{Im} F_1,$$

где $\alpha = \sigma_0/\sigma_1$. Выражения $\operatorname{Re} F_v = \frac{1}{2}(F_v + \bar{F}_v)$ и $\operatorname{Im} F_v = \frac{1}{2i}(F_v - \bar{F}_v)$ означают соответственно действительную и мнимую часть потенциала. Здесь и в дальнейшем черточка сверху означает, что берется сопряженное значение комплексной функции. Складывая равенства (1.2) и (1.3), получаем соотношение на контуре трещины

$$(1.4) \quad F_0 = \frac{\alpha + 1}{2} F_1 + \frac{\alpha - 1}{2} \bar{F}_1.$$

Кроме того, действительные части потенциалов должны быть ограничены в областях их определения, за исключением точек z_1 и z_2 , в которых находятся источник и антиисточник. Потенциал F_0 можно определить в виде

$$F_0 = -\frac{I}{2\pi} \left\{ \ln \frac{z-L}{z+L} + F_0^1 \right\},$$

где F_0^1 — функция, аналитическая в области вне трещины. Отобразим конформно внешности эллипсов на внешность единичного круга. Отображающая функция имеет вид

$$(1.5) \quad z \pm L = \omega(\xi) = R \left(\xi + \frac{n}{\xi} \right),$$

где $n = (l - c)/(l + c)$; $\xi = \rho \exp(i\theta)$; θ — полярный угол; $2L$ — расстояние между центрами трещин. В дальнейшем без ограничения общности будем считать $R = 1$. Отображение контура трещины на контур единичной окружности имеет место, когда $\xi = \sigma = \exp(i\theta)$. Как показано в [4], потенциал F_0^1 можно представить в виде ряда Лорана, содержащего, как это следует из условия ограниченности потенциала, лишь члены с отрицательными степенями:

$$(1.6) \quad F_0^1 = -\frac{I}{2\pi} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{\xi^k} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{[\xi(z-L)]^k} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} a_k}{[\xi(z+L)]^k} \right\},$$

a_k — коэффициенты разложения в ряд Лорана. При записи выражения (1.6) было учтено, что функция F_0^1 является нечетной. Аналогичным образом потенциал F_1 можно представить в виде

$$F_1 = -\frac{I}{2\pi} \left\{ \ln \frac{z-L}{z+L} + F_1^1 \right\},$$

где F_1^1 (функция, аналитическая внутри эллипса) может быть представлена в виде ряда по полиномам Фабера [4]:

$$F_1^1 = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \left(\frac{z^k}{\xi^k} + \frac{n^k}{\xi^k} \right).$$

Таким образом, решение задачи (1.4) сводится к определению неизвестных коэффициентов a_k и b_k , которые можно найти из условия (1.4). Из симметрии задачи следует, что если потенциалы F_0 и F_1 удовлетворяют условию (1.4) на контуре $z-L = \sigma + n/\sigma$, то они автоматически удовлетворяют такому условию и на контуре $z+L$. Поэтому в дальнейшем все рассмотрение проводится для правого контура. Выражение для потенциала содержит параметр малости $\varepsilon = 1/2L < 1/4$. Это позволяет существенно упростить процедуру определения коэффициентов a_k и b_k , используя метод малого параметра. Воспользовавшись соотношением (1.5) и разлагая функцию $\xi(z+L)$, аналитическую на контуре правого эллипса, в ряд по ε , получаем с точностью до членов ε^4 :

$$\xi^{-1}(z+L) = \varepsilon - z^* \varepsilon^2 + \varepsilon^3(n+z^*) - \varepsilon^4 z^*(3n+z^*)^2,$$

где $z^* = z - L$. Удерживая члены разложения со степенями ε не более 4, аналогичные выражения можно получить для функций $\xi^{-k}(z+L)$. Подставляя выражения для потенциалов F_1 и F_0 в соотношение (1.4), получаем функцию $\Phi(\sigma)$:

$$\Phi(\sigma) = F_0(\sigma) - \frac{\alpha+1}{2} F_1(\sigma) - \frac{\alpha-1}{2} \bar{F}_1(\sigma) = 0.$$

Потребовав, чтобы $\Phi(\sigma)$ была ортогональна к системе функций σ^{-k} ($k = 0, 1, 2, 3$), получаем систему алгебраических уравнений для определения коэффициентов a_k и b_k . Коэффициенты, найденные из решения системы уравнений, имеют вид

$$\begin{aligned} a_1 &\approx \varepsilon \beta \left[1 + \frac{1+\varepsilon^2}{\alpha+0,5\beta} \right] (1-\alpha), & b_1 &\approx -\varepsilon \frac{1+\varepsilon^2}{\alpha+0,5\beta} (1-\alpha), \\ a_2 &\approx -2\beta \frac{1+\varepsilon^2+2\varepsilon^4}{\alpha+2\beta} (1-\alpha), & b_2 &\approx \frac{1}{2} \frac{1+\varepsilon^2+2\varepsilon^4}{\alpha+2\beta} (1-\alpha), \\ a_3 &\approx \beta \frac{\varepsilon^3}{\alpha+1,5\beta} (1-\alpha), & b_3 &\approx -\frac{\varepsilon^3}{3(\alpha+1,5\beta)} (1-\alpha). \end{aligned}$$

Последующие коэффициенты с точностью до ε^4 имеют вид

$$\begin{aligned} a_{2p+1} = b_{2p+1} = 0, & \quad a_{2p} = (-1)^p \frac{n^p}{2p} \left[1 - \frac{(1+\alpha)n^{2p} + (\alpha-1)}{(\alpha-1)n^{2p} + (\alpha+1)} \right] (1-\alpha), \\ b_{2p} &= (-1)^p \frac{n^p}{2p} \frac{\alpha-1}{n^{2p}(\alpha-1) + (\alpha+1)}, \quad p=2, 3, \dots, \infty. \end{aligned}$$

При $\alpha \rightarrow 1$ коэффициенты a_k и b_k стремятся к нулю, и потенциалы F_0 и F_1 , как и следовало ожидать, дают решение задачи о распределении потенциала на бесконечной плоскости с источником и антиисточником, расположенными соответственно в точках

z_1 и z_2 : $F_0 = F_0^1 = -\frac{I}{2\pi} \ln \frac{z-z_1}{z-z_2}$. Можно показать, что в случае, когда $\varepsilon \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$,

потенциал $F_0 \rightarrow -(I/2\pi) \ln \xi$ и дает известное решение для плоскости с разрезом, на котором задано значение функции, равное константе. Отметим, что, поскольку $\varepsilon < 1/4$,

взаимодействие трещин слабо влияет на решение задачи, которое практически совпадает с решением задачи для случая одиночной трещины ($\varepsilon = 0$). Плотность тока j_x внутри трещины определяется выражением $j_x = \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{Re} F_1 \Big|_{y=0}$. Учитывая, что главным членом в разложении потенциала F_1^1 является член, содержащий коэффициент b_2 , находим главный член в выражении, определяющем плотность тока вблизи вершины трещины:

$$(1.7) \quad j_x(x_1) \approx \frac{I}{2\pi} \frac{1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon^4}{\alpha + 2\beta} x_1,$$

где x_1 — приведенное расстояние от центра трещины. В вершинах трещины $|x_1| = 1 + n$. Из формулы (1.7) следует важный вывод. Если трещина сильно раскрыта ($2\beta \gg \alpha$), то практически весь ток, вводимый в трещину, идет по проводящей жидкости внутри трещины и выходит из концов трещины. Плотность тока зависит от c (ширины трещины) и вблизи вершины трещины определяется выражением $j_x \approx I/\pi c$. Если трещина слабо раскрыта ($2\beta \ll \alpha$), то по трещине идет лишь незначительная часть тока, так как электросопротивление трещины велико по сравнению с электросопротивлением окружающего массива. Основная часть тока в этом случае идет по среде вне трещины, ток как бы «не замечает трещину».

Представляет интерес оценить эффективное сопротивление среды на единицу длины электродов, между которыми поддерживается разность потенциалов ΔU : $R_{\text{эфф}} = \Delta U/I$. С учетом условия $\sigma_1 \gg \sigma_0$, получаем

$$(1.8) \quad R_{\text{эфф}} \approx \frac{1}{\pi\sigma_0} \left\{ \ln \frac{8L}{l} - \frac{1 + 2\varepsilon^2 + 3\varepsilon^4}{1 + \alpha/\beta} \right\}.$$

Из формулы (1.8) видно, что эффективное сопротивление слабо зависит от расстояния между трещинами и определяется в основном величиной σ_0 .

2. Разрушение среды. Выделение тепла в поровом пространстве вблизи вершины трещины приводит к нагреву жидкости, ее объемному расширению и соответственно к повышению порового давления. Если поровое давление в среде растет достаточно быстро и не успевает диссипировать за счет фильтрационных процессов, то возможно разрушение пористой среды. Оценим параметры импульса тока, при котором происходит разрушение среды. Напряженное состояние среды в рамках теории консолидации грунтов Био описывается уравнениями [5]

$$(2.1) \quad \mu \Delta U + (\lambda + \alpha_1^2 M) \nabla e = \alpha_1 M \nabla \zeta;$$

$$(2.2) \quad a \Delta \zeta = \partial \zeta / \partial t,$$

где μ и λ — константы Ламэ; U — вектор перемещения скелета; m — пористость среды; e — объемная деформация скелета; $m\varepsilon_1$ — объемная «деформация» жидкости; α_1 — коэффициент порового давления; mM — модуль сжимаемости поровой жидкости; k_1 — коэффициент фильтрации; $a = (\lambda + 2\mu) M k_1 / (\lambda + \alpha_1^2 M + 2\mu)$ — коэффициент консолидации; t — время; $\zeta = -m(\varepsilon_1 - e)$.

Уравнения (2.1), (2.2) позволяют описать напряженное состояние среды с учетом фильтрации жидкости, подчиняющейся закону Дарси. Как показали оценки, характерные времена фильтрационных процессов оказываются значительно меньше характерных времен теплообмена жидкости со скелетом. Поэтому процессы теплообмена не учитываются. Рассмотрим случай, когда выделение энергии в поровом пространстве происходит за время $\Delta t_1 \ll c^2/a$, т. е. практически мгновенно. В этом случае давление не успевает диссипировать за счет фильтрационных процессов, и объемная «деформация» жидкости определяется величиной ΔT — повышением температуры жидкости в поровом пространстве:

$$(2.3) \quad m\varepsilon_1 = -m\beta_1 \Delta T, \quad \text{где } \Delta T = E/(c_{\text{ж}}\rho_{\text{ж}}).$$

Здесь β_1 — коэффициент температурного расширения жидкости; $c_{\text{ж}}$ и $\rho_{\text{ж}}$ — соответственно теплоемкость и плотность жидкости; $E = j^2 \Delta t_1 / (m\sigma_0)$ — плотность энергии, выделяющейся в поровом пространстве. При записи выражения для — плотности энергии было учтено, что энергия выделяется только в поровом пространстве, поскольку скелет считается неэлектропроводным. Удерживая главный член в выражении (1.6)

для F_0 и учитывая, что $j^2 = \left| \frac{\partial}{\partial z} F_0 \right|^2$, находим распределение омических потерь в окрестности вершины трещины:

$$(2.4) \quad \frac{1}{\sigma_0} j^2 \Delta t_1 \approx \frac{4a_2^2 \Delta t_1}{\sigma_0 \rho^2 (\rho^4 - 2n\rho^2 \cos 2\theta + n^2)} \quad (1 \leq \rho < \infty).$$

Из формулы (2.4) видно, что максимальное выделение тепла имеет место в вершинах трещины при $\rho = 1$, $\theta_0 = 0$ и π в области с характерным размером $\sim b$. По мере удаления от вершины трещины тепловыделение в окрестности вершины быстро убывает

по закону

$$(2.5) \quad \frac{j^2 \Delta \tau_1}{\sigma_0} \sim \frac{\Delta \tau_1}{\sigma_0} \frac{1}{(\beta + \Delta \rho)^2 + (\Delta \theta)^2},$$

где $\Delta \rho = \rho - 1$; $\Delta \theta = (\theta - \theta_0)$. Для дальнейших оценок аппроксимируем распределение энерговыделения в окрестности вершины трещины выражением, которое в полярной системе координат (r, φ) , центр которой совмещен с вершиной трещины, имеет вид

$$(2.6) \quad E = \frac{a_2^2 \Delta \tau_1}{m \sigma_0 \beta^2} \exp(-r^2/\beta^2),$$

где $r^2 = (x_1 - 1 - n)^2 + y^2$; $y = r \sin \varphi$. Можно показать, что при $(r/\beta) \ll 1$ выражение (2.6) переходит в (2.5). Используя модельное распределение (2.6), найдем решение системы уравнений (2.1), (2.2).

Решение уравнений (2.1) можно найти, воспользовавшись приемом Гудьера [6]. Полагая $U_i = \partial \Psi / \partial x_i$, видим, что уравнения (2.1) будут удовлетворены, если Ψ удовлетворяет уравнению

$$(2.7) \quad \Delta \Psi = \frac{\alpha_1 M}{\lambda + \alpha_1 M + 2\mu} \zeta(t).$$

Зная Ψ , можно найти напряжения в скелете, которые определяются соотношением [5]

$$(2.8) \quad \sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + [(\lambda + \alpha_1^2 M) e + \alpha_1 M \zeta] \delta_{ij},$$

где σ_{ij} — тензор деформации; δ_{ij} — символ Кронекера. Временная зависимость $\zeta(t)$ описывается уравнением (2.2), в которое необходимо ввести член Q , учитывающий «объемную деформацию» жидкости при мгновенном выделении тепла. С учетом (2.3), (2.6) получаем

$$(2.9) \quad a \Delta \zeta + Q \delta(t) = \partial \zeta / \partial t,$$

где $Q = m \beta_1 \Delta T \exp(-r^2/\beta^2)$. Полагая в начальный момент времени $\zeta = 0$ и используя преобразование Ханкеля [3] по координате r и преобразование Лапласа по времени, находим решение уравнения (2.9) для мгновенного источника энерговыделения:

$$(2.10) \quad \zeta(t) = m \beta_1 \frac{\Delta T}{\eta} \beta^2 \exp(-r^2/\eta),$$

где $\eta(t) = \beta^2 + 4at$. Выражение (2.10) при $\beta^2 \Delta T = \text{const}$ и $\beta \rightarrow 0$ переходит в известное выражение для мгновенного точечного источника уравнения параболического вида.

Подставляя зависимость (2.10) в (2.7) и используя преобразование Ханкеля, находим потенциал Ψ и соответственно по формуле (2.8) выражение для $\sigma_{\varphi\varphi}$:

$$(2.11) \quad \sigma_{\varphi\varphi} = A \Delta \tau_1 \frac{1}{r^2} \left[1 - \left(1 + \frac{2r^2}{\eta} \right) \exp(-r^2/\eta) \right],$$

где $A = \beta_1 \frac{I^2}{(2\pi)^2} \left(\frac{2\beta}{2\beta + \alpha} \right)^2 \frac{1}{c_{ж} \rho_{ж} \sigma_0} \frac{\alpha_1 \mu M}{(\lambda + \alpha_1^2 M + 2\mu)}$. Поскольку Ψ не зависит от угла φ ,

из соотношения (2.8) следует, что $\sigma_{rr} = -\frac{2\mu}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}$. Как и следовало ожидать, в случае мгновенного энерговыделения напряжения с течением времени убывают: $\sigma_{\varphi\varphi} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Из выражения (2.11) видно, что при нагреве жидкости возникают растягивающие напряжения, которые могут приводить к разрушению скелета, если $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma^*$, где σ^* — предельное напряжение разрыва. В случае же, когда $(\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{rr}) = \tau^*$, где τ^* — предельное напряжение сдвига, может происходить разрушение сдвига. Максимальное значение $\sigma_{\varphi\varphi}$ и $(\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{rr})$ достигается в начальный момент времени при $r^2/\eta \sim 2$. В этой области условие разрушения на сдвиг при $\alpha \ll 2\beta$ для случая мгновенного энерговыделения имеет вид

$$(2.12) \quad \frac{2,4\beta_1}{\pi(\beta t)^2} \frac{1}{\ln \frac{8L}{l}} \left(\frac{E_1}{c_{ж} \rho_{ж}} \right) \frac{\alpha_1 \mu M}{\lambda + \alpha_1^2 M + 2\mu} \approx \tau^*,$$

где $E_1 \approx \frac{I^2 \Delta \tau_1}{\pi \sigma_0} \ln \frac{8L}{l}$ — энергия, вводимая в среду на единицу длины электродов.

В случае, когда через трещину пропускают ток, постоянный во времени, напряжения

в среде можно найти, используя интеграл Дюамеля [3]:

$$\sigma_{\text{фф}}^0 = \int_0^t \frac{1}{\Delta\tau_1} \sigma_{\text{фф}}(t - \tau) d\tau.$$

Подставляя в интеграл Дюамеля $\sigma_{\text{фф}}$ из формулы (2.11), получаем

$$(2.13) \quad \sigma_{\text{фф}}^0 = A \frac{1}{r^2} \left\{ t - \frac{c^2}{4a} \left[\left(1 + \frac{4at}{c^2} \right) \exp(-r^2/c^2 + 4at) - \exp(-r^2/c^2) \right] \right\}.$$

В случае $(r^2/c^2 + 4at) \ll 1$ ($t \gg c^2/4a$) величина $\sigma_{\text{фф}}^0 \rightarrow A \frac{1}{4a}$. Таким образом, при пропуске постоянного тока максимальные растягивающие напряжения имеют место при $r = 0$, а их величина при $t > c^2/4a$ не зависит от времени и определяется лишь плотностью выходящего из вершины трещины тока. Минимальное значение вводится на единицу длины электрода тока, при котором начинается сдвиговое разрушение среды в предположении $2\beta \gg \alpha$, определяется зависимостью

$$(2.14) \quad I \approx 2\pi \left\{ \frac{2}{\beta_1} \tau^* a c_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}} \sigma_0 \frac{\lambda + \alpha_1^2 M + 2\mu}{\mu \alpha_1 M} \right\}^{1/2}.$$

Необходимо отметить, что зависимости (2.12), (2.14) дают оценку плотности тока, необходимого для роста трещины в двух предельных случаях. Зависимость (2.12) получена в предположении, что жидкость за время прохождения импульса тока не успевает профильтроваться из зоны энерговыведения. Поэтому фильтрационные процессы могут привести лишь к увеличению значения I , полученного по формуле (2.12). Значение I в формуле (2.14), напротив, получено в рамках теории консолидации грунтов Био, предполагающей справедливость линейного закона Дарси. Известно, что с ростом градиента давления линейная зависимость скорости фильтрации от градиента давления нарушается [7]. При этом скорость фильтрации оказывается существенно меньшей по сравнению со скоростью, рассчитанной по закону Дарси. По этой причине формула (2.14) дает, по-видимому, завышенное значение I . Кроме того, на диссипацию порового давления в окрестности вершины трещины могут оказывать существенное влияние: фильтрация жидкости по трещине, вариации коэффициента проницаемости среды в результате изменения напряженного состояния среды, изменение вязкости жидкости при нагреве и т. д.

Учет влияния этих факторов можно, вводя в формулу (2.14) эффективное значение коэффициента консолидации a^* . Оценим величину I для случая $2\beta \gg \alpha$. Полагая $\tau^* = 2 \cdot 10^7$ Н/м², $\alpha_1 \mu M / (\lambda + \alpha_1 M + 2\mu) = 2 \cdot 10^{10}$ Н/м², $a^* = 10^{-1}$ м²/с, $\sigma_0 = 10^{-3}$ (Ом·м)⁻¹, $\beta_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹, $c_{\text{ж}} = 4,18 \cdot 10^3$ Дж/(кг·град), $\rho_{\text{ж}} = 10^3$ кг/м³, по формуле (2.14) получаем $I = 4 \cdot 10^2$ А/м. Для вычисления I по формуле (2.12) необходимо, кроме перечисленных параметров, знать величину βl , определяющую характерный размер области энерговыведения, и $\Delta\tau_1$ — время выделения энергии, которое должно удовлетворять условию $\Delta\tau_1 \ll (\beta l)^2 / a^*$. В принципе величина $\beta l / 4$ равна ширине трещины. Однако при заполнении трещины жидкостью с высокой электропроводностью происходит ее проникновение через стенки трещины, в результате чего вокруг трещины образуется слой с повышенной электропроводностью. Этот эффект может приводить к изменению эксцентриситета проводящего эллипса, а следовательно, и к увеличению характерного размера области энерговыведения в вершине трещины. Область энерговыведения в этом случае можно характеризовать эффективной величиной $\beta^* l$. Полагая параметры среды прежними, для $\beta^* l = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $\Delta\tau_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ с по формуле (2.12) получаем значение $I \approx 3 \cdot 10^2$ А/м, которое, как и следовало ожидать, меньше значения, полученного по формуле (2.14). Необходимо отметить, что в соответствии с формулой (2.12) с уменьшением эффективной ширины трещины $\beta^* l$ значение I убывает: $I \sim \beta^* l$. Однако значение I ограничено снизу, что связано с необходимостью выполнения условия $2\beta^* \gg \sigma_0 / \sigma_1$. Если это условие не выполняется, то плотность тока в вершине трещины падает $\sim 2\beta^* / (2\beta^* + \sigma_0 / \sigma_1)$, что приводит к снижению эффективности механического действия тока и соответственно к необходимости увеличения значения I , разрушающего среду. В случае мгновенного энерговыведения, изменение температуры жидкости в поровом пространстве с учетом формулы (2.3) равно

$$\Delta T \approx \frac{4I^2}{(\pi\beta^* l)^2} \frac{\Delta\tau_1}{\sigma_0 c_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}} m}.$$

Полагая пористость среды $m = 0,1$, получаем $\Delta T \approx 83$ К. Соответствующее изменение порового давления жидкости можно оценить в предположении, что сжимаемость скелета много меньше сжимаемости жидкости, по формуле $\Delta p = (\beta_1 / \gamma) \Delta T$, где γ — объемная сжимаемость жидкости. Для воды $(\beta_1 / \gamma) \approx 4 \cdot 10^5$ Н/(м²·град) [8], соответственно изменение порового давления составляет величину $\Delta p \approx 3 \cdot 10^7$ Н/м², сравнимую с характерными значениями предельных напряжений, разрушающих среду. В принципе

при увеличении температуры жидкости возможен фазовый переход, который может приводить к изменению значения параметров β_1 и γ . Однако из уравнения состояния воды, приведенного в [9], следует, что в достаточно широком диапазоне изменения температуры и давления, даже в том случае, когда имеет место фазовый переход, величины β_1 и γ можно считать постоянными. Необходимо отметить оценочный характер полученных результатов, что связано как с модельностью рассматриваемой задачи, так и с некоторой неопределенностью выбора параметров β^* и a^* , которые желательно определять из эксперимента.

Обсудим область применимости рассмотренных в работе моделей. Рассмотрение задачи о росте трещины проводилось в макроскопическом приближении, которое требует выполнения условия $\beta^*l \gg d$, где d — характерный размер неоднородности среды, например размер микропоры. Поэтому полученные в работе оценки справедливы лишь для трещин с достаточно большим раскрытием, удовлетворяющих приведенному требованию. Отметим, что при оценке плотности тока, при которой начинается рост трещины, необходимо, как было указано выше, учитывать влияние хорошо проводящего слоя, образующегося вокруг трещины при заполнении ее жидкостью с высокой электропроводностью. Эта жидкость, фильтруясь через боковую поверхность трещины, может отгнать жидкость, насыщающую пористую среду от трещины. В результате вокруг трещины образуется хорошо проводящая область эллиптической формы. Решение задачи о распределении токов вокруг этой области совпадает с решением, приведенным в данной работе. Остаются в силе и приведенные зависимости, определяющие плотность тока, необходимую для начала разрушения в вершине эллиптической области с высокой электропроводностью. Однако в соответствующие формулы вместо величины $\beta l/4$, равной ширине трещины, необходимо подставлять величину $\beta^*l/4$, характеризующую ширину слоя, образовавшегося вокруг трещины. Отметим также, что в случае, когда выполняется условие $c/l \gg \sigma_0/\sigma_1$, а длина трещины много больше диаметра электродов, зависимости, полученные в работе, справедливы даже при невыполнении условия малости диаметра электродов по сравнению с шириной трещины. Необходимо также отметить, что использованная в работе теория консолидации грунтов Био не учитывает инерционных эффектов, связанных с процессом установления равновесного распределения напряжений в среде. Поэтому модель мгновенного энерговыделения справедлива лишь для времен энерговыделения $\Delta t_1 \gg \beta^*l/4c^*$, где c^* — скорость звука в скелете. Если же выделение энергии E , достаточной для разрушения среды, происходит за время $\Delta t_1 < \beta^*l/4c^*$, то, по-видимому, возможен взрывной характер разрушения среды.

В данной работе рассмотрен вопрос лишь о критическом значении плотности тока, при котором начинается разрушение среды в окрестности вершины трещины. При этом, по-видимому, возможны процессы как дальнейшего роста трещины, так и образования розетки трещин в ее вершинах. Существенное влияние на характер разрушения среды может оказать сверхтонкая структура концов трещины в пористом насыщенном материале. Если начальная трещина не является эллиптической и ее раскрытие в концах трещины соизмеримо с характерными размерами микрокапилляров, то возможно интенсивное выделение тепла не только в окрестностях вершин трещины, но и в концах трещины. В этом случае повышенное давление в концах трещины может приводить к увеличению коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины и снижению значения плотности тока, при котором начинается рост трещины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Салганик Р. Л. Термоупругое равновесие тела с трещинами при разогреве, вызванном пропусканием тока перпендикулярно трещинам. — Изв. АН СССР. МТТ, 1978, № 3.
2. Biot M. A. General solutions of equations of elasticity and consolidation of porous material. — J. Appl. Tech., 1956, vol. 23, N 1.
3. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
4. Космодамианский А. С. Плоская задача упругости для пластин с отверстиями, вырезами и выступами. Киев: Наукова думка, 1975.
5. Керчман В. И. Задачи консолидации и связанной термоупругости для деформируемого полупространства. — Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 1.
6. Новацкий В. Вопросы термоупругости. М.: Наука, 1962.
7. Пыхачев Г. Б., Исачев Р. Г. Подземная гидравлика. М.: Недра, 1973.
8. Справочник химика. Т. 1. М.: Наука, 1974.
9. Физика взрыва/Под ред. К. П. Сташюковича. М.: Наука, 1975.

Поступила 8/II 1983 г.