

УДК 539.3

КВАЗИХРУПКОЕ РАЗРУШЕНИЕ КОМПАКТНЫХ ОБРАЗЦОВ ПРИ НАЛИЧИИ ОСТРЫХ НАДРЕЗОВ И U-ОБРАЗНЫХ ВЫРЕЗОВ

В. М. Корнев, А. Г. Демешкин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
E-mails: kornev@hydro.nsc.ru, demeshkin@hydro.nsc.ru

Предложен двухпараметрический (сдвоенный) дискретно-интегральный критерий разрушения, который может быть использован при построении диаграмм разрушения компактных образцов при наличии в них острых трещин. В плоскости напряжения — длина трещины построены кривые, разделяющие эту плоскость на три области, соответствующие отсутствию разрушения, накоплению повреждений в зоне предразрушения при повторных нагружениях и разделению образца на части при монотонном нагружении. Подбор постоянных, применяемых для аналитического описания диаграмм разрушения квазихрупких материалов при наличии трещин, осуществляется с использованием аппроксимации классической диаграммы напряжение — деформация для исходного материала и критического коэффициента интенсивности напряжений. Проведено сравнение результатов экспериментов по разрушению компактных образцов различного радиуса, изготовленных из полиметилметакрилата (ПММА) и эбонита, с трещиноподобными дефектами в виде U-образных вырезов и данных, полученных с использованием предлагаемой теории.

Ключевые слова: хрупкое и квазихрупкое разрушение, маломасштабная текучесть, необходимые и достаточные критерии разрушения, упругопластический материал, краевая трещина, U-образный вырез.

DOI: 10.15372/PMTF20180115

Введение. Анализ расчетных схем разрушения конструкций в рамках линейной механики разрушения (ЛМР) и нелинейной механики разрушения (НЛМР) [1, 2] показывает, что в настоящее время не существует простых схем расчета конструкций, изготовленных из квазихрупких материалов. Желательно, чтобы при расчете использовались общепринятые характеристики материалов. В обзоре [2] отмечается, что в общем случае коэффициент интенсивности напряжений K , J -интеграл, величина раскрытия трещины в ее вершине и угол раскрытия трещины в ее вершине — наиболее важные параметры, используемые в механике разрушения. При расчетах критических напряжений для образцов с трещинами достаточно большой длины с использованием ЛМР единственным определяющим параметром является коэффициент интенсивности напряжений (КИН).

В работе [3] рассмотрены однопараметрические локальные критерии разрушения хрупких и квазихрупких тел в окрестности концентраторов напряжений.

Ниже рассматриваются упругопластические тела с предельной деформацией. При изучении разрушения квазихрупких тел при маломасштабной текучести необходимо исполь-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 16-08-00483, 18-08-00528).

© Корнев В. М., Демешкин А. Г., 2018

зовать квазилинейную механику разрушения (КЛМР). В предлагаемом варианте КЛМР используются критический КИН и классическая диаграмма напряжения — деформация с учетом предельной деформации исследуемого материала.

Целями данной работы являются вывод соотношений для критических напряжений в компактных образцах с острой трещиной и сравнение теоретических критических нагрузок с экспериментальными данными, полученными при разрушении компактных образцов с U-образными вырезами.

1. Модель, описывающая разрушение компактных образцов с острыми трещинами. Выберем для описания разрушения реального материала модельный упруго-пластический материал с ограниченными деформациями. Рассматривается двухзвенная аппроксимация $(\sigma-\varepsilon)$ -диаграммы исходного материала, имеющая следующие параметры: E — модуль упругости, σ_Y — условный предел текучести материала, т. е. постоянные напряжения, действующие на линии продолжения трещины согласно модифицированной модели Леонова — Панасюка — Дагдейла [4, 5], ε_0 — максимальная упругая деформация материала ($\sigma_Y = E\varepsilon_0$), ε_1 — максимальная (предельная) деформация материала. Пусть для материала с регулярной структурой r — феноменологический размер, который можно трактовать как условный диаметр зерна. Подход Нейбера — Новожилова [6, 7] позволяет использовать решения, имеющие сингулярную составляющую, для сред со структурой.

Предлагается модель распространения плоской острой трещины в квазихрупком материале. Рассматривается первая мода разрушения, причем трещина моделируется разрезом. Предположим, что начальный этап роста трещины описывается модифицированной моделью Леонова — Панасюка — Дагдейла [4, 5]. Берега модельной трещины стягиваются напряжениями σ_Y , соответствующими условному пределу текучести.

На рис. 1 для предлагаемой модели представлены схема нагружения (σ_∞ — нормальные напряжения, заданные на бесконечности), напряжения на линии трещины в окрестности вершины модельной трещины и схема раскрытия модельной трещины в ее вершине. Пусть имеется краевая острая трещина длиной l_0 . В случае острой трещины будем рассматривать модельные краевые трещины-разрезы длиной $l = l_0 + \Delta$. Зоны предразрушения модельных трещин расположены на продолжении оси симметрии трещины (l, Δ — длины модельных трещин и зон предразрушения).

В случае маломасштабной текучести достаточный (сдвоенный) критерий разрушения для острой трещины можно представить в виде [8]

$$\frac{1}{r} \int_0^r \sigma_y(x, 0) dx = \sigma_Y; \quad (1)$$

$$2\nu(-\Delta^*, 0) = \delta^*. \quad (2)$$

Здесь $\sigma_y(x, 0)$ — нормальные напряжения на продолжении модельной краевой трещины; $2\nu = 2\nu(x, 0)$ — величина раскрытия модельной трещины ($x < 0$); δ^* — критическая величина раскрытия модельной трещины; Δ^* — критическая длина зоны предразрушения (критические величины, полученные с использованием достаточного и необходимого критериев разрушения, отмечены верхними индексами “*”, “0”). Ось x прямоугольной системы координат с началом в вершине модельной трещины направлена вдоль трещины, ось y — по нормали к ее плоскости. Следует отметить, что предлагаемый критерий является двухпараметрическим, причем соотношение (1) выполняется с учетом осреднения напряжений в окрестности вершины модельной трещины, а соотношение (2) справедливо в точке, соответствующей вершине реальной трещины. Таким образом, при формулировке достаточного критерия (1), (2) используются интервал интегрирования $0 \leq x \leq r$ и

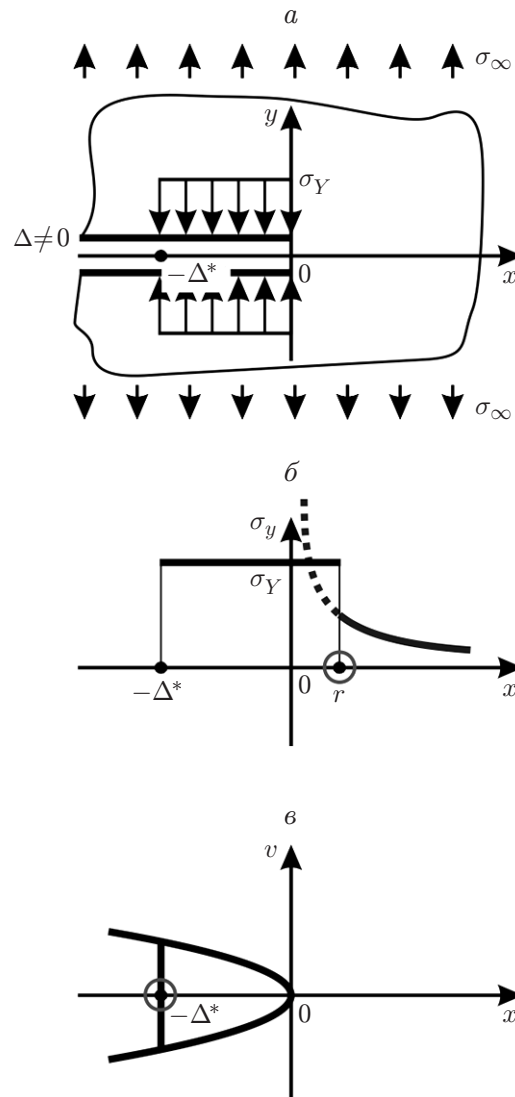


Рис. 1. Схема нагружения (а), поле напряжений (б) и схема раскрытия трещины (в) в окрестности вершины модельной трещины

точка $x = -\Delta^*$ в зоне предразрушения (см. рис. 1, б, в). Равенство (1) достаточного критерия (1), (2) представляет собой типичный силовой критерий разрушения [9], а равенство (2) — деформационный критерий [9]. Зона предразрушения является частью зоны пластичности.

Предлагаемый критерий (1), (2) описывает хрупкое ($\Delta \equiv 0$) и квазихрупкое ($\Delta > 0$) разрушения при

$$\Delta^* \ll l_0, \quad (3)$$

что соответствует маломасштабной текучести при разрушении тел с трещинами.

Все необходимые расчеты с соответствующими пояснениями для конструкций с трещинами приведены в работах [8, 10, 11].

Для компактных образцов поле напряжений в окрестности вершин модельных трещин $x > 0$ можно представить в виде [9, 12, 13]

$$\sigma_y(x, 0) \simeq K_I / (2\pi x)^{1/2} + \sigma_{nom}, \quad K_I = K_{I\infty} + K_{I\Delta}, \quad K_{I\infty} > 0, \quad K_{I\Delta} < 0. \quad (4)$$

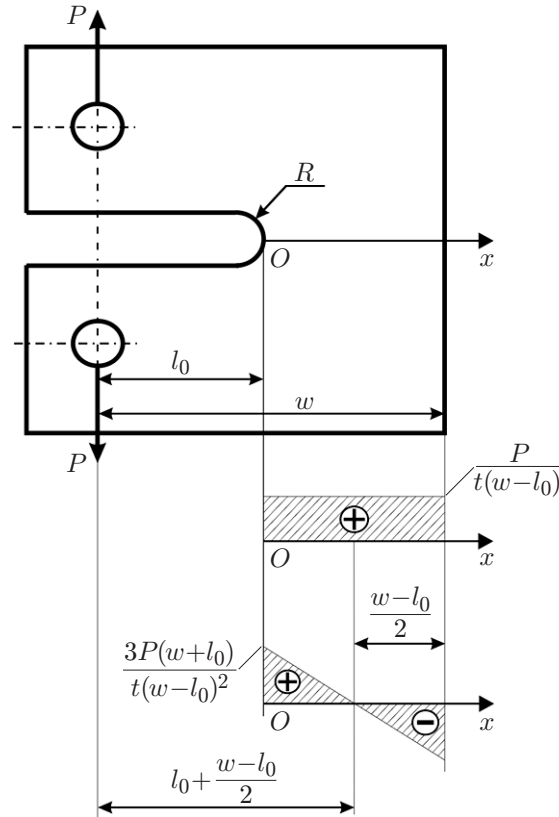


Рис. 2. Компактный образец с узким U-образным вырезом

Здесь $\sigma_y(x, 0)$ — нормальные напряжения на оси Ox ; σ_{nom} — номинальные напряжения, т. е. оценки несингулярных членов решений в окрестности вершин модельных трещин; $K_{I\infty}$ — КИН, обусловленный заданными условиями испытаний; $K_{I\Delta}$ — КИН, обусловленный постоянными напряжениями $-\sigma_Y$, действующими в зоне предразрушения. Суммарный КИН K_I в вершине модельной трещины положителен, так как рассматривается маломасштабная текучесть.

На рис. 2 показан компактный образец с узким U-образным вырезом (P — приложенные при испытаниях усилия, R — радиус закругления). Размеры испытанных образцов соответствуют рекомендациям справочников [12, 13].

Соотношения (4) включают сингулярную и регулярную части решений. Сначала опишем регулярную часть решения, используя простейшую аппроксимацию поля напряжений. Пусть регулярная часть поля напряжений соответствует приближению сопротивления материалов [9]. В компактных образцах с краевой трещиной реализуется напряженное состояние, представляющее собой сумму напряженных состояний при растяжении и изгибе. Влияние наличия трещин в изгибаемых элементах конструкций на процесс разрушения изучено в [14]. Внецентренное растяжение компактного образца в условиях упругого деформирования рассмотрено в работе [9. С. 96–97]. Для оценки регулярной части решения в соотношениях (4) используются условия равновесия сил и моментов. Эпюры растягивающих и изгибных напряжений для компактного образца приведены на рис. 2.

Регулярные части решений для нормальных напряжений в окрестности вершины модельной трещины ($x = 0$) в случае внецентренного растяжения раскладываются в ряд Маклорена. В полученном разложении удерживается только первый член, содержащий информацию о постоянных растягивающих напряжениях и изгибных напряжениях в точ-

ке $x = 0$; следуя работе [6], эти напряжения в точке $x = 0$ будем называть номинальными. Для компактных образцов с острой трещиной предлагаемая аппроксимация нормальных напряжений в вершинах модельных трещин имеет вид

$$\sigma_{nom} = \sigma_{1nom} + \sigma_{2nom}, \quad \sigma_{1nom} = \frac{P}{t(w-l)}, \quad \sigma_{2nom} = \frac{3P(w+l)}{t(w-l)^2}. \quad (5)$$

Здесь σ_{1nom} , σ_{2nom} — номинальные напряжения при растяжении и изгибе соответственно (см. рис. 2); t — толщина компактного образца; первый и второй члены соответствуют постоянным растягивающим напряжениям и изгибным напряжениям в вершинах модельных трещин.

При $l \rightarrow w$ в соотношении (5) $\sigma_{nom} \rightarrow \infty$, что соответствует росту напряжений при уменьшении до нуля нетто-сечения при постоянной нагрузке.

2. Оценки КИН и критические напряжения компактных образцов. Так как изучается деформирование материалов в условиях маломасштабной текучести, для компактных образцов с острыми трещинами имеем

$$K_I = K_{I\infty}(P/(tw), l, l/w) + K_{I\Delta}(l, \Delta, \sigma_Y) > 0.$$

Выражение для КИН $K_{I\infty}$, обусловленного заданными условиями испытаний компактных образцов с острой трещиной, можно представить в виде

$$K_{I\infty} = (P/(tw))Y(l/w)\sqrt{\pi l}, \quad (6)$$

$$Y(l/w) = 16,7 - 104l/w + 370(l/w)^2 - 574(l/w)^3 + 361(l/w)^4.$$

Здесь выражение для К-гарировки заимствовано из справочника [15. С. 34–35].

КИН $K_{I\Delta}$, обусловленный постоянными напряжениями $-\sigma_Y$, действующими в зоне предразрушения, имеет универсальное представление. Для полуплоскости с краевой трещиной КИН $K_{I\Delta}$ вычисляются следующим образом (см. [12. С. 113–114; 13. С. 117]):

$$K_{I\Delta} = -\sigma_Y\sqrt{\pi l} [1 + f(1 - \Delta/l)][1 - (2/\pi) \arcsin(1 - \Delta/l)]. \quad (7)$$

Здесь $f(1 - \Delta/l)$ — некоторая функция, причем имеет место оценка $0 \leq f(1 - \Delta/l) \leq 0,0138$ при $\Delta/l \leq 0,1$ [12, 13]. Для квазихрупкого приближения выполняется неравенство (3), поэтому величиной функции $f(1 - \Delta/l)$ можно пренебречь. При рассмотрении квазихрупкого разрушения с точностью до величин высшего порядка малости для слагаемого $\arcsin(1 - \Delta/l)$ в соотношении (7) имеет место представление

$$\arcsin(1 - \Delta/l) \simeq \pi/2 - \sqrt{2\Delta/l}, \quad \Delta/l \ll 1.$$

В результате упрощений получаем следующее выражение для КИН $K_{I\Delta}$:

$$K_{I\Delta} \approx -2\sigma_Y\sqrt{2\Delta/\pi}. \quad (8)$$

При наличии сингулярной составляющей решения в условиях маломасштабной текучести (5) выражение для величины раскрытия модельных трещин $2v$ в компактном образце с острой трещиной можно представить в виде [9. С. 30–32]

$$2v(-x, 0) \approx \frac{\eta + 1}{G} K_I \left(l, \Delta, \frac{l}{w} \right) \sqrt{\frac{-x}{2\pi}}, \quad K_I > 0, \quad \eta_d = 3 - 4\mu, \quad \eta_s = \frac{3 - \mu}{1 + \mu}. \quad (9)$$

Здесь η — коэффициенты η_d и η_s для плоского деформированного и плоского напряженного состояний; $G = E/[2(1 + \mu)]$ — модуль сдвига; μ — коэффициент Пуассона.

Для образцов с острой трещиной критическая величина раскрытия модельных трещин δ^* в соотношении (2) вычисляется по формуле

$$\delta^* = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)a. \quad (10)$$

Будем считать ширину a зоны предразрушения для компактных образцов с острой трещиной в соотношении (10) тождественной ширине зоны пластичности в вершине реальной трещины:

$$a = \frac{[K_{I\infty}]^2}{2\pi(\sigma_Y)^2} \left[\frac{3}{2} + (1 - 2\mu)^2 \right]. \quad (11)$$

Ширина зоны пластичности в соотношении (11) зависит от исходной длины l_0 трещины [9], т. е. для КИН $K_{I\infty}$ используется представление (5), в котором длина модельной трещины l и параметр l/w заменены длиной исходной трещины l_0 и параметром l_0/w соответственно. Соотношение (11) записано для плоского деформированного состояния, в случае плоского напряженного состояния в этом соотношении $\mu = 0$. Критическая величина раскрытия модельной трещины δ^* в соотношениях (10), (11) соответствует переходу материала в вершине реальной трещины в критическое состояние и его разрушению.

Получим оценки параметров критического состояния материала в вершине трещины в компактном образце. Вся информация, необходимая для применения двухпараметрического достаточного критерия (1), (2), содержится в соотношениях (4)–(6), (8)–(11). После соответствующих преобразований исходные равенства критерия (1), (2) переходят в приближенные равенства для компактных образцов с острыми трещинами

$$\begin{aligned} K_{I\infty}\left(\frac{P}{tw}, l^*, \frac{l^*}{w}\right) + K_{I\Delta}(l^*, \Delta^*, \sigma_Y) &\approx \left(\sigma_Y - \frac{P}{t(w-l^*)} - \frac{3P(w+l^*)}{t(w-l^*)^2}\right) \sqrt{\frac{\pi r}{2}}, \\ \frac{2(\eta+1)(1+\mu)}{E} \left[K_{I\infty}\left(\frac{P}{tw}, l^*, \frac{l^*}{w}\right) + K_{I\Delta}(l^*, \Delta^*, \sigma_Y) \right] \sqrt{\frac{\Delta^*}{2\pi}} &\approx \\ &\approx (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \left[\frac{3}{2} + (1 - 2\mu)^2 \right] \frac{[K_{I\infty}(\sigma_\infty, l_0, l_0/w)]^2}{2\pi(\sigma_Y)^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Следует отметить, что во второе уравнение системы (12) входит исходная длина трещины l_0 . Поскольку изучается квазихрупкое приближение, заменим эту длину l_0 критической длиной модельной трещины l^* с учетом неравенства (3). После ряда преобразований получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_\infty^*}{\sigma_Y} Y\left(\frac{l^*}{w}\right) \sqrt{\frac{2l^*}{r}} - \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{2l^*}{r}} \sqrt{\frac{\Delta^*}{l^*}} &\approx 1 - \frac{1}{1-l^*/w} \frac{\sigma_\infty^*}{\sigma_Y} - 3 \frac{1+l^*/w}{(1-l^*/w)^2} \frac{\sigma_\infty^*}{\sigma_Y}, \\ \frac{2(\eta+1)(1+\mu)}{E/\sigma_Y} \left[\frac{\sigma_\infty^*}{\sigma_Y} Y\left(\frac{l^*}{w}\right) - \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{\Delta^*}{l^*}} \right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta^*}{l^*}} &\approx \\ &\approx (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \frac{3 + 2(1 - 2\mu)^2}{4} \left[Y\left(\frac{l^*}{w}\right) \frac{\sigma_\infty^*}{\sigma_Y} \right]^2, \quad \frac{\sigma_\infty^*}{\sigma_Y} = \frac{P^*}{tw\sigma_Y}. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь σ_∞^*/σ_Y — безразмерные условные критические напряжения в компактных образцах, соответствующие достаточному критерию разрушения; P^* — критическое усилие. После раскрытия квадратных скобок в левой части второго уравнения системы (13) появляется член с множителем Δ^*/l^* , которым с учетом неравенства (3) далее пренебрегаем. В преобразованной системе (13) остаются члены с множителями $\sqrt{\Delta^*/l^*}$. В результате решения упрощенной системы получаем аналитические выражения для безразмерных

условных критических напряжений $\sigma_{\infty}^*/\sigma_Y$ и относительных критических длин Δ^*/l^* зон предразрушения

$$\frac{\sigma_{\infty}^*}{\sigma_Y} \approx \left[\frac{1}{1-l^*/w} + \frac{3(1+l^*/w)}{(1-l^*/w)^2} + \left(1 - \frac{3+2(1-2\mu)^2}{8\pi(1-\mu^2)} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right) Y\left(\frac{l^*}{w}\right) \sqrt{\frac{2l^*}{r}} \right]^{-1},$$

$$\frac{\Delta^*}{l^*} \approx \frac{[3+2(1-2\mu)^2]^2}{2^9(1-\mu^2)^2} \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right)^2 \left[\frac{\sigma_{\infty}^*}{\sigma_Y} Y\left(\frac{l^*}{w}\right) \right]^2; \quad (14)$$

$$\frac{3+2(1-2\mu)^2}{8\pi(1-\mu^2)} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} < 1. \quad (15)$$

Неравенство (15) является ограничением, при котором существует квазихрупкое разрушение в условиях маломасштабной текучести материала в зоне предразрушения.

Соотношения (14) и ограничение (15) для критических параметров $\sigma_{\infty}^*/\sigma_Y$ и Δ^*/l^* справедливы в случае плоского деформированного состояния образца. В случае плоского напряженного состояния в соотношениях (14) следует положить $\mu = 0$. Представление критических параметров (14) для достаточного критерия разрушения аналогично полученным в работах [8, 10, 11, 14, 16] формулам для соответствующих параметров образцов другого типа.

При $\varepsilon_1 \rightarrow \varepsilon_0$ из первой формулы (14) следует формула, соответствующая необходимому критерию разрушения. Условные критические напряжения $\sigma_{\infty}^0/\sigma_Y$ вычисляются по формуле

$$\frac{\sigma_{\infty}^0}{\sigma_Y} \approx \left[\frac{1}{1-l_0/w} + \frac{3(1+l_0/w)}{(1-l_0/w)^2} + Y\left(\frac{l_0}{w}\right) \sqrt{\frac{2l_0}{r}} \right]^{-1}. \quad (16)$$

Соотношение (16) описывает хрупкое разрушение материалов. Очевидно, что $\sigma_{\infty}^0/\sigma_Y < \sigma_{\infty}^*/\sigma_Y$ при $l_0 < l^*$.

В соотношения (14), (16) входит параметр r , характеризующий эффективный диаметр структур разрушения. Если известны критические КИН K_{Ic} , то для эффективных диаметров структур разрушения в случае хрупких (r_0) и квазихрупких (r) материалов справедливы представления [16]

$$r_0 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_Y} \right)^2, \quad r = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_Y} \right)^2 \left(1 - \frac{3+2(1-2\mu)^2}{8\pi(1-\mu^2)} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right)^2.$$

Таким образом, если в двух лабораторных экспериментах получены критический КИН K_{Ic} и классическая (σ - ε)-диаграмма (точнее, ее аппроксимация), то по трем параметрам r , σ_Y , $(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\varepsilon_0$ с учетом коэффициента Пуассона μ на плоскости напряжение — длина трещины можно построить две критические кривые $\sigma_{\infty}^*/\sigma_Y$, $\sigma_{\infty}^0/\sigma_Y$ для трещин, длины которых изменяются в широком диапазоне. Построенные графики (диаграмма квазихрупкого разрушения для рассматриваемого типа образца) зависят от геометрического отношения l^*/w , характеризующего выбранный тип образца. Две кривые разделяют плоскость напряжение — длина трещины на три области, соответствующие отсутствию разрушения, накоплению повреждений в материале в зоне предразрушения при повторных нагружениях и разделению образца на части при монотонном нагружении.

На рис. 3 показаны условные безразмерные критические напряжения $\sigma_{\infty}^0[2l_0/r, l_0/w]/\sigma_Y$ (кривые 1, 3) и $\sigma_{\infty}^*[2l^*/r, (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\varepsilon_0, l^*/w]/\sigma_Y$ (кривые 2, 4) в компактных образцах с острой трещиной. Пары кривых 1, 2 и 3, 4 представляют собой диаграммы квазихрупкого разрушения для рассматриваемого типа образца. При проведении расчетов в формулах (14), (16) использовались параметры $l_0/w = 0,2; 0,4$ для кривых 1, 3

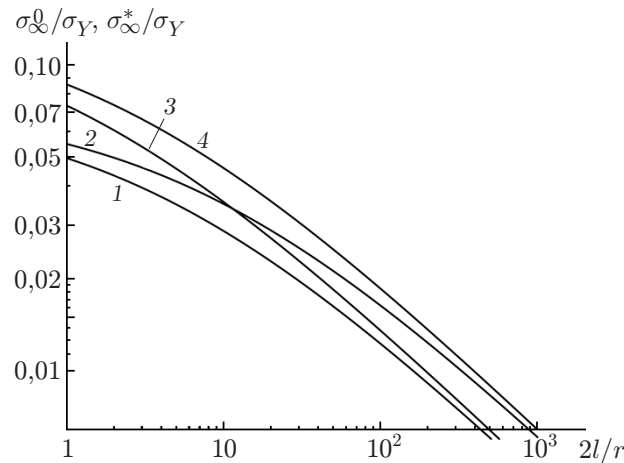


Рис. 3. Условные критические напряжения $\sigma_{\infty}^0/\sigma_Y$ (1, 3), $\sigma_{\infty}^*/\sigma_Y$ (2, 4) в компактных образцах с острой трещиной:

1 — $l_0/w = 0,2$, 2 — $l^*/w = 0,2$, 3 — $l_0/w = 0,4$, 4 — $l^*/w = 0,4$

соответственно и параметры $l^*/w = 0,2; 0,4$ для кривых 2, 4 соответственно. В расчетах принималось $(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\varepsilon_0 = 1,5$ и $\mu = 0$, так как коэффициент Пуассона оказывает незначительное влияние на критические параметры. Наибольший интерес представляют области, расположенные между кривыми 1, 2 и 3, 4. В этих областях происходит накопление повреждений материала в зоне предразрушения в случае пульсирующей нагрузки с последующей разгрузкой [17].

3. Экспериментальные оценки критических состояний компактных образцов при наличии U-образных вырезов. Проведены эксперименты на компактных образцах с U-образными вырезами, трещиноподобные дефекты моделировались узкими вырезами. Образцы были изготовлены из полиметилметакрилата (ПММА) и эбонита. Поведение этих материалов при разрушении можно характеризовать как квазихрупкое [3, 11, 14–18].

Исходными характеристиками использованных материалов являются критический КИН K_{Ic} и классическая $(\sigma-\varepsilon)$ -диаграмма (точнее, ее двухзвенная аппроксимация). Исходная $(\sigma-\varepsilon)$ -диаграмма аппроксимировалась двухзвенной $(\sigma-\varepsilon)$ -диаграммой таким образом, чтобы площади областей, ограниченных соответствующими кривыми $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, прямой $\varepsilon = \varepsilon_1$ и осью абсцисс, были равны. С использованием результатов, полученных в двух предварительно проведенных лабораторных экспериментах, можно оценить параметры r , σ_Y , $(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\varepsilon_0$ изучаемых материалов. С помощью формул (14), (16) по этим параметрам вычисляются условные критические напряжения $\sigma_{\infty}^*/\sigma_Y$, $\sigma_{\infty}^0/\sigma_Y$ для образцов с острыми трещинами. Затем проводится сравнение полученных теоретических напряжений $\sigma_{\infty}^*/\sigma_Y$, $\sigma_{\infty}^0/\sigma_Y$ с экспериментальными данными о разрушении компактных образцов с U-образными вырезами при известных радиусах R этих вырезов.

На рис. 4, 5 и в табл. 1, 2 приведены экспериментальные данные, на основе которых строились аппроксимации классических $(\sigma-\varepsilon)$ -диаграмм исследуемых материалов двухзвенными диаграммами. Величины, приведенные в табл. 1 для образцов из ПММА, имели следующие средние значения: $E = 3145$ МПа, $\varepsilon_0 = 1,37$ %, $\varepsilon_1 = 2,30$ %, $\sigma_Y = 43,1$ МПа. Величины, приведенные в табл. 2 для образцов из эбонита, имели следующие средние значения: $E = 2905$ МПа, $\varepsilon_0 = 1,69$ %, $\varepsilon_1 = 3,33$ %, $\sigma_Y = 47,7$ МПа. Эксперименты проводились на универсальной испытательной машине Zwick/Roell TC-FR 100TL A4K.

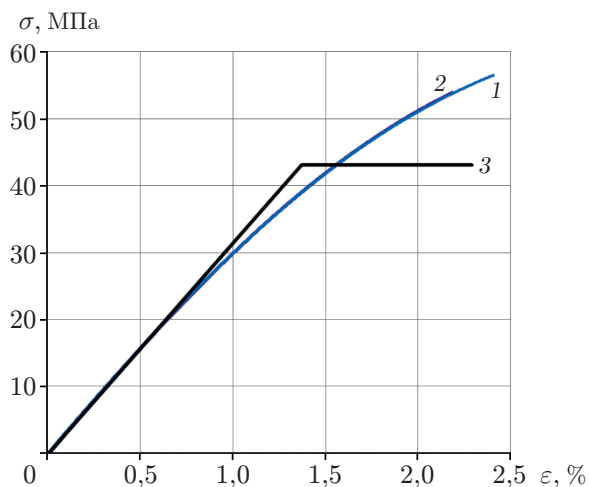


Рис. 4

Рис. 4. Классическая $(\sigma-\varepsilon)$ -диаграмма для ПММА:
1, 2 — номера образцов, 3 — предлагаемая аппроксимация

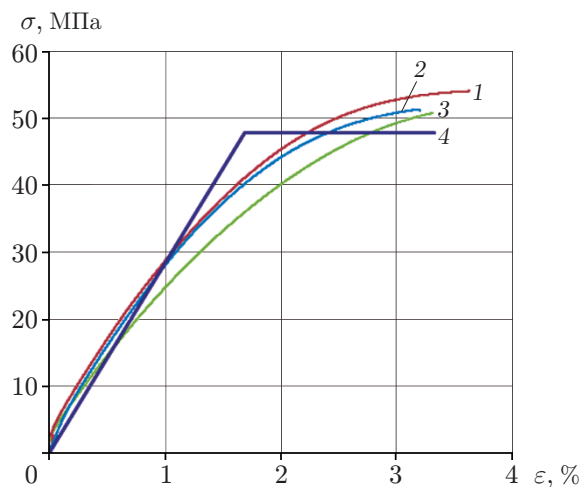


Рис. 5

Рис. 5. Классическая $(\sigma-\varepsilon)$ -диаграмма для эбонита:
1–3 — номера образцов, 4 — предлагаемая аппроксимация

Таблица 1

Основные параметры аппроксимации для образцов из ПММА

Номер образца	E , МПа	ε_0 , %	ε_1 , %	σ_Y , МПа
1	3155,2	1,23	2,41	38,80
2	3133,9	1,51	2,18	47,32

Таблица 2

Основные параметры аппроксимации для образцов из эбонита

Номер образца	E , МПа	ε_0 , %	ε_1 , %	σ_Y , МПа
1	2980	1,63	3,63	48,57
2	3334	1,29	3,20	43,06
3	2401	2,14	3,15	51,49

В табл. 3 приведены осредненные параметры квазихрупких материалов (ПММА и эбонита). Получены следующие оценки критического КИН K_{Ic} для образца из ПММА: $K_{Ic} = (1,02 \pm 0,05) \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ [15. С. 161], $K_{Ic} \approx 1 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ [18. С. 157]. Приведенные критические значения КИН K_{Ic} хорошо согласуются. В лабораторных экспериментах по определению критического КИН K_{Ic} для ПММА получены значения, практически совпадающие с K_{Ic} . В выполненных ниже расчетах использовалось значение $K_{Ic} = 1 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$. Следует отметить, что для предлагаемых аппроксимаций $(\sigma-\varepsilon)$ -диаграмм для образцов из ПММА и эбонита условный предел текучести σ_Y существенно превышает реальный предел текучести $\sigma_{0,2}$. Параметр $(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\varepsilon_0$, характеризующий квазихрупкость изучаемых материалов, удовлетворяет ограничению (15). Из результатов расчетов следует, что коэффициент Пуассона $\mu = 0,4$ или $\mu = 0$ оказывает незначительное влияние на параметр r для ПММА и эбонита. При расчетах относительных длин $2l_0/r$ трещиноподобных дефектов в компактных образцах с U-образными вырезами использовалась длина $l_0 = 10 \text{ мм}$. Напряженное состояние лабораторных образцов представляет собой промежуточное на-

Таблица 3

Осредненные параметры квазихрупких материалов

Материал	K_{Ic} , МПа · м ^{1/2}	σ_Y , МПа	$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}$	r , мм		$2l_0/r$	
				$\mu \neq 0$	$\mu = 0$	$\mu \neq 0$	$\mu = 0$
ПММА	1,0	43	0,68	0,279	0,258	71,7	77,5
Эбонит	1,3	48	0,97	0,344	0,304	58,1	65,8

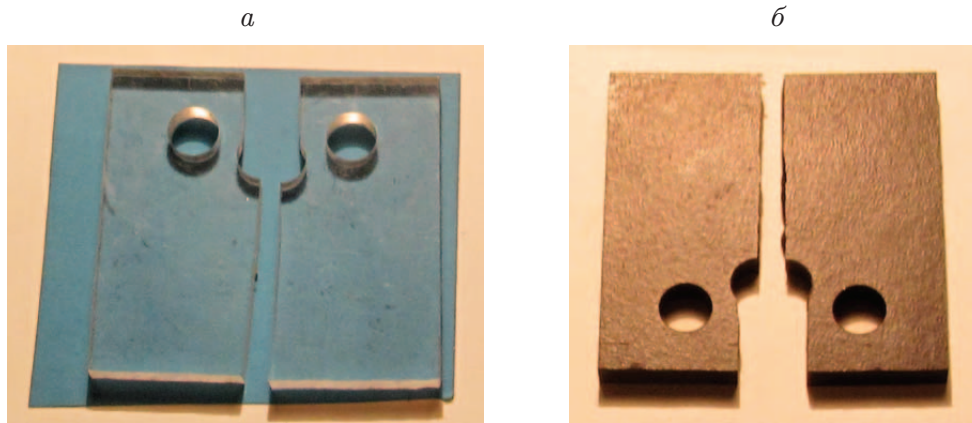


Рис. 6. Разрушенные компактные образцы из ПММА (а) и эбонита (б) с U-образными вырезами

пряженное состояние между плоским деформированным ($\mu \neq 0$) и плоским напряженным ($\mu = 0$) состояниями, в случае если учитывается трехосность напряженного состояния.

На рис. 6 показаны разрушенные компактные образцы двух типов с U-образными вырезами. В табл. 4, 5 приведены результаты экспериментов по разрушению двух типов компактных образцов шириной $w = 50$ мм с U-образными вырезами (P — разрушающие нагрузки образцов, изготовленных из листового ПММА толщиной $t = 6,3$ мм и листового эбонита толщиной $t = 7$ мм; \bar{P} — средние значения разрушающих нагрузок; $\bar{\sigma}_\infty^*/\sigma_Y$ — средние безразмерные значения разрушающих напряжений, вычисляемые по формуле $\bar{\sigma}_\infty^*/\sigma_Y = \bar{P}/(tw\sigma_Y)$ в (13)).

Разброс значений разрушающих нагрузок для ПММА и эбонита обусловлен существенным разбросом максимальных значений деформаций ε_1 , оказывающим влияние на условный предел текучести материала σ_Y при использовании предлагаемой аппроксимации.

Приведенные в табл. 4, 5 средние безразмерные значения разрушающих напряжений $\bar{\sigma}_\infty^*/\sigma_Y$ сравниваются с аналогичными величинами, полученными в результате теоретических построений (рис. 7). На рис. 7 приведены три кривые для компактных образцов с острыми трещинами: критические напряжения σ_∞^0/σ_Y (кривая 1 для ПММА и эбонита) и σ_∞^*/σ_Y (кривая 2 для ПММА и кривая 3 для эбонита) описывают хрупкое и квазихрупкое разрушения соответственно. При построении кривых 2, 3 и 1 используются соотношения (14) и (16) для компактных образцов. При расчетах теоретических нагрузок использовались осредненные параметры квазихрупких материалов (см. табл. 3) и исходная длина $l_0 = 10$ мм острой трещины (принималось $\mu = 0$). Поскольку напряженное состояние лабораторных образцов представляет собой промежуточное напряженное состояние между плоским деформированным и плоским напряженным состояниями, средние безразмерные значения разрушающих напряжений $\bar{\sigma}_\infty^*/\sigma_Y$ соответствуют диапазонам

Таблица 4

Разрушающие нагрузки для компактных образцов из ПММА с трещиноподобными дефектами при $t = 6,3$ мм, $l_0 = 10$ мм

R , мм	P , Н			\bar{P} , Н	$\bar{\sigma}_\infty^*/\sigma_Y$
	Эксперимент 1	Эксперимент 2	Эксперимент 3		
0,6	746	903	716	788	0,0582
1,0	785	942	785	837	0,0618
2,0	1050	1099	1177	1109	0,0819
3,0	1354	1275	1344	1324	0,0977
4,0	1825	1962	1766	1851	0,1367
5,0	2080	2021	2021	2041	0,1507

Таблица 5

Разрушающие нагрузки для компактных образцов из эбонита с трещиноподобными дефектами при $t = 7$ мм, $l_0 = 10$ мм

R , мм	P , Н			\bar{P} , Н	$\bar{\sigma}_\infty^*/\sigma_Y$
	Эксперимент 1	Эксперимент 2	Эксперимент 3		
0,6	824	814	845	828	0,0493
1,0	1050	942	1059	1017	0,0605
2,0	1246	1246	1334	1275	0,0759
3,0	1501	1442	1432	1458	0,0868
4,0	1579	1589	1521	1563	0,0930
5,0	1785	1678	1756	1740	0,1036

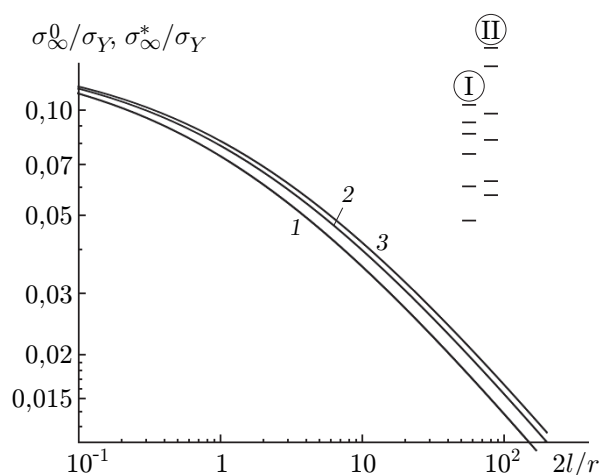


Рис. 7. Теоретические (1–3) и экспериментальные (I, II) критические напряжения для образцов с острыми трещинами и разрушающие напряжения для компактных образцов с U-образными вырезами:

1 — σ_∞^0 для ПММА и эбонита, 2 — σ_∞^* для ПММА, 3 — σ_∞^* для эбонита; I, II — интервалы значений $2l/r$, соответствующие критическим напряжениям для ПММА и эбонита, при значениях радиуса закругления $R = 0,6; 1,0; 2,0; 3,0; 5,0$ мм (нижний интервал — $R = 0,6$ мм)

безразмерных длин $2l_0/r$ трещиноподобных дефектов, приведенных в табл. 3. Для эбонита этот интервал составляет $58,1 < 2l_0/r < 65,8$ (интервалы I на рис. 7), для ПММА — $71,7 < 2l_0/r < 77,5$ (интервалы II). Каждому из шести интервалов для ПММА и эбонита соответствуют безразмерные значения разрушающих напряжений $\bar{\sigma}_\infty^*/\sigma_Y$ для компактных образцов с U-образными вырезами при $R = 0,6; 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0$ мм. С учетом разброса значений разрушающих нагрузок P получаем некоторую область на плоскости $\sigma_\infty^*/\sigma_Y - 2l/r$. Разрушающие (критические) нагрузки для компактных образцов с острыми трещинами и U-образными вырезами существенно различаются.

Результаты сравнения теоретических критических напряжений для компактных образцов с острыми трещинами и критических напряжений для компактных образцов с U-образными вырезами позволяют сделать вывод, что часто применяемый технологический прием высверливания вершины острой трещины весьма эффективен. При высверливании должно выполняться следующее ограничение: радиус U-образного выреза не может быть меньше длины зоны предразрушения Δ^*/l^* , определенной в (14), если ось сверла при высверливании проходит через вершину реальной трещины. Параметр $(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\varepsilon_0$ оказывает существенное влияние на критические напряжения $\bar{\sigma}_\infty^*/\sigma_Y$ для компактных образцов с U-образными вырезами, изготовленных из ПММА и эбонита.

4. Обсуждение результатов. Сравнение предлагаемой модели [8, 10, 11, 14, 16, 17] с моделью Леонова — Панасюка — Дагдейла [4, 5] и когезионной моделью Баренблатта [19] показывает, что решения, полученные с использованием обеих классических моделей [4, 5, 19], не имеют сингулярной составляющей (гипотеза С. А. Христиановича). Поскольку в решении, полученном с использованием предлагаемой модели, имеется сингулярная составляющая, можно применять двухпараметрический (сдвоенный) критерий. Параболическая форма раскрытия модельной трещины обусловлена наличием сингулярности. При построении диаграмм квазихрупкого разрушения используются те же результаты лабораторных экспериментов, что и при определении критического КИН K_{Ic} и при построении классической $(\sigma - \varepsilon)$ -диаграммы материала образца. Одна из кривых σ_∞^*/σ_Y построенных диаграмм квазихрупкого разрушения подобна критическим диаграммам разрушения плоскости с трещинами различного типа [20. С. 231–235]. Область между кривыми σ_∞^*/σ_Y и σ_∞^0/σ_Y предлагаемой диаграммы на плоскости напряжения — длина трещины представляет собой область, в которой имеет место повреждение материала в зоне предразрушения. Следует отметить, что длина зоны предразрушения вычисляется из решения задачи, причем зона предразрушения является частью зоны пластичности. Поскольку при построении решения используется ширина зоны предразрушения, равная ширине зоны пластичности, рассматривалось разрушение биматериала, образующегося при сварке двух материалов [21–26]. В случае когда трещина проходит вдоль границы сварного шва — основной материал, критические нагрузки σ_∞^*/σ_Y сварных соединений оказались значительно меньше соответствующих критических нагрузок для основного материала (односторонняя зона пластичности располагается в более слабом материале). Классические модели не описывают накопление повреждений и разрушение сварных соединений. Численные эксперименты [8, 22, 25, 27] показали, что предлагаемая модель достаточно точно описывает квазихрупкое разрушение и результаты расчетов, полученные с ее использованием, согласуются с результатами, полученными с помощью классических моделей для материалов, имеющих квазивязкий тип разрушения (для этого типа разрушения нарушено ограничение (15)).

Построенные диаграммы квазихрупкого разрушения использовались при описании движения вершин трещин при усталостном нагружении однородных [17, 28–30] и сварных [31, 32] конструкций. Следует отметить, что в работе [17] квазихрупкие материалы образцов были получены из конструкционных материалов марок Д16 и Д16Т после предварительного неупругого деформирования (в состоянии поставки материалы марок Д16 и

Д16Т имеют квазивязкий тип разрушения). Классические модели не позволяют описать усталостные режимы разрушения тел с трещинами, эмпирические закономерности усталостного разрушения приведены в работах [33, 34].

Заключение. На плоскости нагрузка — длина трещины построена диаграмма квазихрупкого разрушения для компактных образцов, состоящая из двух кривых, которые разделяют эту плоскость на три области. В первой области отсутствует разрушение, во второй происходит накопление повреждений при повторных нагружениях, в третьей области образец разделяется на части при монотонном нагружении. Подбор постоянных для аналитического описания диаграмм разрушения квазихрупких материалов при наличии трещин осуществляется с использованием аппроксимации классической диаграммы напряжение — деформация для исходного материала и критического КИН. Проведено сравнение результатов экспериментов по разрушению компактных образцов с трещиноподобными дефектами в виде U-образных вырезов и результатов, полученных с использованием предложенной модели. Сопоставление результатов теоретических расчетов и экспериментов позволило выявить существенное влияние радиусов закруглений на значения разрушающих нагрузок. Приведено правило подбора радиуса закругления U-образного выреза по длине зоны предразрушения при высверливании испорченного материала в вершине острой трещины.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Панасюк В. В.** Основы механики разрушения материалов / В. В. Панасюк, А. Е. Андрейкив, В. З. Партон. Киев: Наук. думка, 1988. (Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т.; Т. 1).
2. **Zhu X.-K., Joyce J. A.** Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization // *Engng Fracture Mech.* 2012. V. 85. P. 1–46.
3. **Berto F., Lazzarin P.** Recent developments in brittle and quasi-brittle failure assessment of engineering materials by means of local approaches // *Materials Sci. Engng R.* 2014. V. 75. P. 1–48.
4. **Леонов М. Я., Панасюк В. В.** Развитие мельчайших трещин в твердом теле // *Прикл. механика.* 1959. Т. 5, № 4. С. 391–401.
5. **Dugdale D. S.** Yielding of steel sheets containing slits // *J. Mech. Phys. Solids.* 1960. V. 8. P. 100–104.
6. **Нейбер Г.** Концентрация напряжений. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1947.
7. **Новожилов В. В.** О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // *Прикл. математика и механика.* 1969. Т. 33, вып. 2. С. 212–222.
8. **Кургузов В. Д., Корнев В. М.** Построение диаграмм квазихрупкого и квазивязкого разрушения материалов на основе необходимых и достаточных критериев // *ПМТФ.* 2013. Т. 54, № 1. С. 179–195.
9. **Керштейн И. М.** Основы экспериментальной механики разрушения / И. М. Керштейн, В. Д. Ключников, Е. В. Ломакин, С. А. Шестериков. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1989.
10. **Корнев В. М.** Оценочная диаграмма квазихрупкого разрушения тел с иерархией структур. Многомасштабные необходимые и достаточные критерии разрушения // *Физ. мезомеханика.* 2010. Т. 13, № 1. С. 47–59.
11. **Корнев В. М., Демешкин А. Г.** Диаграмма квазихрупкого разрушения тел со структурой при наличии краевых трещин // *ПМТФ.* 2011. Т. 52, № 6. С. 152–164.
12. **Саврук М. П.** Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. Киев: Наук. думка, 1988. (Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т.; Т. 2).

13. **Справочник** по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2 т. / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. Т. 1.
14. **Корнев В. М.** Диаграммы квазихрупкого разрушения изгибаемых элементов конструкций при наличии трещин // Пробл. машиностроения и надежности машин. 2015. № 2. С. 38–46.
15. **Ковчик С. Е.** Характеристики кратковременной трещиностойкости материалов и методы их определения / С. Е. Ковчик, Е. М. Морозов. Киев: Наук. думка, 1988. (Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т.; Т. 3).
16. **Корнев В. М.** Критические кривые разрушения и эффективный диаметр структуры хрупких и квазихрупких материалов // Физ. мезомеханика. 2013. Т. 16, № 5. С. 25–34.
17. **Корнев В. М.** О диаграммах разрушения тел с короткими макротрещинами. Охрупчивание материала при усталостном разрушении // Физ. мезомеханика. 2016. Т. 19, № 2. С. 80–99.
18. **Eleces M., Guinea G. V., Gomez J., Planas J.** The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges // Engng Fracture Mech. 2002. V. 69. P. 137–163.
19. **Баренблатт Г. И.** Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении // ПМТФ. 1961. № 4. С. 3–56.
20. **Партоп В. З.** Механика упругопластического разрушения: Основы механики разрушения / В. З. Партоп, Е. М. Морозов. М.: Изд-во ЛКИ, 2008.
21. **Корнев В. М., Астапов Н. С.** Модель разрушения кусочно-однородной среды при расслоении упругопластических структурированных материалов // Механика композиц. материалов и конструкций. 2010. Т. 16, № 3. С. 347–360.
22. **Kornev V. M., Kurguzov V. D., Astapov N. S.** Fracture model of bimaterial under delamination of elasto-plastic structured media // Appl. Composite Materials. 2013. V. 20, N 2. P. 129–143.
23. **Демешкин А. Г., Корнев В. М., Астапов Н. С.** Прочность клееного композита при наличии трещиноподобных дефектов // Механика композиц. материалов и конструкций. 2013. Т. 19, № 3. С. 445–458.
24. **Kornev V. M.** Delamination of bimaterial and critical curves of quasi-brittle fracture in the presence of edge cracks // Adv. Materials Sci. Appl. 2014. V. 3, N 4. P. 164–176.
25. **Астапов Н. С., Кургузов В. Д., Корнев В. М.** Моделирование расслоения биматериала при поперечном сдвиге // Механика композиц. материалов и конструкций. 2016. Т. 22, № 1. С. 40–53.
26. **Астапов Н. С., Корнев В. М., Кургузов В. Д.** Модель расслоения разномодульного биматериала с трещиной // Физ. мезомеханика. 2016. Т. 19, № 4. С. 49–57.
27. **Шакиртов М. М., Шабанов А. П., Корнев В. М.** Построение диаграмм разрушения для пластин с трещиноподобным дефектом с использованием необходимых и достаточных критериев // ПМТФ. 2013. Т. 54, № 2. С. 163–170.
28. **Корнев В. М.** Диаграммы квазихрупкого разрушения при усталости (двухчастотное нагружение) // Физ. мезомеханика. 2012. Т. 15, № 6. С. 45–58.
29. **Kornev V. M.** Quasi-brittle fracture diagrams under low-cycle fatigue (variable amplitude loadings) // Engng Failure Anal. 2013. V. 35. P. 533–544.
30. **Ларичкин А. Ю., Корнев В. М., Демешкин А. Г.** Изменения зон пластичности и накопление повреждений с ростом трещины при малоцикловом нагружении квазихрупких материалов // Физ. мезомеханика. 2016. Т. 19, № 4. С. 38–48.
31. **Корнев В. М.** Диаграммы квазихрупкого разрушения сварных соединений при малоцикловой усталости // Механика композиц. материалов и конструкций. 2013. Т. 19, № 4. С. 568–581.
32. **Kornev V. M.** Damage accumulation and fracture of welded joints under low-cyclic loading conditions // Appl. Mech. Materials. 2015. V. 784. P. 179–189.

33. **Романив О. Н.** Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / О. Н. Романив, С. Я. Ярема, Г. Н. Никифорчин, Н. А. Махутов, М. М. Стадник. Киев: Наук. думка, 1990. (Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т.; Т. 4).
34. **Bolotin V. V.** Mechanics of fatigue. Boca Raton; L.: CRC Press, 1998.

*Поступила в редакцию 20/VII 2016 г.,
в окончательном варианте — 18/XI 2016 г.*
