

## О РАЗРУШЕНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОЛЕЦ В ПЛАСТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ

*В. М. Кузнецов*  
(Новосибирск)

### Описание эксперимента

Внутри плоского кругового металлического кольца устанавливается соосно с ним круглая шашка взрывчатого вещества. Высота шашки равна высоте кольца, диаметр ее меньше внутреннего диаметра кольца. Инициирование заряда ВВ производится в центре. Под действием высокого давления, возникающего в результате взрыва, кольцо с большой скоростью расширяется и разрушается на осколки. При проведении таких экспериментов изменялся диаметр шашки ВВ, начальные диаметр и толщина кольца, а также материал, из которого изготавливались опытные образцы. В некоторых случаях процесс расширения и разрушения кольца прослеживался во времени при помощи импульсного рентгенографирования.

Во всех опытах производился сбор осколков и при большом количестве их — статистический анализ по размерам. Подробное описание методики экспериментов и анализ экспериментальных данных приведены в работах [1, 2]. Остановимся на одном экспериментальном результате, не нашедшем отражения в [1, 2] и резко выпадающем из найденных там закономерностей. Было проведено три серии опытов, в которых все начальные геометрические размеры сохранялись одинаковыми, но менялся материал кольца: в первой серии кольца были изготовлены из чистого алюминия, во второй — из дюралюминия Д-16 отожженного, в третьей — из дюралюминия Д-16 закаленного. Вес заряда ВВ (ТГ 50/50) 18 г, внутренний диаметр кольца 8 см, толщина 0,6 см, высота 1 см.

Плотность материала кольца примерно одинакова во всех случаях ( $2,7 \div 2,8$  г/см<sup>3</sup>), модуль Юнга и, следовательно, скорость звука также изменяются незначительно ( $c_e = 6250$  м/с).

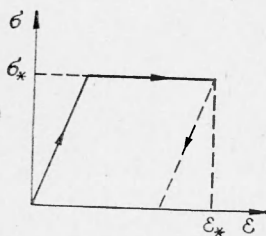
Существенно изменяющимся параметром является прочность, а точнее, предел текучести материала. Для чистого алюминия предел текучести равен 450, для Д-16 отожженного — 1600, для Д-16 закаленного — 3000 кг/см<sup>2</sup>. Эти же материалы обладают различными предельными деформациями растяжения, при достижении которых происходит разрушение испытуемых образцов. Для чистого алюминия эта величина равна примерно 45%, для закаленного и отожженного Д-16 — 13%. Эти величины получены из статических испытаний.

Результаты трех серий экспериментов можно коротко сформулировать так: кольцо из чистого алюминия разрушилось на 5 осколков, а из отожженного и закаленного Д-16 — на 20. Следует отметить, что это средние величины. Как обычно, в результате взрывного разрушения образуется наряду с крупными осколками различной длины большое количество мелких с размерами во много раз меньше основной группы осколков. Методика анализа осколков подробно описана в [2]. Основное содержание парадокса: менее прочный материал разрушается на меньшее количество осколков, чем более прочный при сохранении постоянными всех остальных характеристик явления.

### Основные предположения и уравнения

Для качественного объяснения и количественного анализа описанного явления сформулируем следующие гипотезы.

1. Действие взрыва состоит только в создании начального поля скоростей в кольце. При дальнейшем расширении кольца давление на его поверхности равно нулю. Это предположение основано на кратковременности воздействия продуктов взрыва на кольцо. Действительно напряжение и скорости возникают в кольце в период обтекания его ударной волной и продуктами детонации. Ясно, что скорости элементов в кольце будут значительно меньше скорости газа. Основное движение и разрушение происходит уже за фронтом ударной волны, где давление мало. С другой стороны, время прохождения волн сжатия по толщине кольца составляет менее 1 мкс, а разрушение наступает спустя 10 мс. При таких временных соотношениях можно пренебречь волновыми процессами внутри кольца.



2. Материал кольца несжимаем.

3. Поведение материала при растяжении описывается диаграммой идеальной пластичности (см. рисунок).

4. Существует предельная величина деформации  $\epsilon_*$ , при которой материал разрушается и его физико-механические свойства изменяются.

Это предположение формально совпадает с так называемой второй теорией прочности [3]. Уравнения движения и неразрывности для случая осевой симметрии в лагранжевом представлении имеют вид:

$$\rho_0 \frac{R}{r} \cdot \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial R} + \frac{\rho}{\rho_0} \cdot \frac{\partial r}{\partial R} \cdot \frac{\sigma_r - \delta_0}{r}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial r}{\partial R} = \frac{\rho_0}{\rho} \cdot \frac{R}{r}. \quad (2)$$

Здесь  $R$  — начальное положение частицы (лагранжева координата);  $r(R, t) = R + u(R, t)$  — текущее положение частицы (эйлерова координата);  $t$  — время;  $\sigma_r, \sigma_\theta$  — компоненты тензора напряжений ( $\sigma_z = 0$ );  $\rho_0, \rho$  — начальная и текущая плотность частицы;  $u(R, t)$  — радиальное перемещение.

К уравнениям (1), (2) следует добавить условие пластичности

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \text{const.}$$

В силу первого предположения  $\sigma_r = 0$  на внутренней и внешней стороне кольца. Так как очевидно, что  $\sigma_r(R)$  — монотонная функция, то следует положить  $\sigma_r \equiv 0$ . Тогда условие пластичности примет тривиальный вид

$$\sigma_\theta = \sigma_*$$

По второму предположению  $\rho = \rho_0$  и уравнение (1) сильно упрощается:

$$\rho \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = - \frac{\sigma_*}{r}. \quad (3)$$

Первый интеграл этого уравнения есть

$$v^2 = v_0^2 - \frac{2\sigma_*}{\rho} \ln \frac{r}{R}, \quad (4)$$

где  $v = \frac{\partial r}{\partial t}$ ;  $v_0$  — начальная скорость частицы.

Уравнение (4) выражает закон сохранения энергии. Действительно, вследствие несжимаемости элементарные деформации  $d\varepsilon_\varphi = -d\varepsilon_r = \frac{dr}{r}$ , а работа против внутренних сил, отнесенная к единице объема,

$$w = \int_R^r \sigma_* \frac{dr}{r} = \sigma_* \ln \frac{r}{R}, \quad (5)$$

выражение (4) можно переписать в виде

$$\frac{\rho v_0^2}{2} = \frac{\rho v^2}{2} + w.$$

#### Фронт разрушения. Образование осколков

Как видно из (4) и (5), в данном случае совершенно естественным образом возникает понятие о величине логарифмической деформации [3]:

$$\bar{\varepsilon} = \ln \frac{r(R, t)}{R} = \ln \frac{R + u}{R} = \ln(1 + \varepsilon). \quad (6)$$

Согласно четвертому предположению момент разрушения  $t_*$  определяется равенством  $\varepsilon = \varepsilon_*$ , или

$$\frac{u(R, t_*)}{R} = \varepsilon_*. \quad (7)$$

Можно показать, что это условие впервые достигается на внутренней стороне кольца, откуда с течением времени разрушение распространится по всему радиальному сечению кольца. Если найдено решение  $r(R, t)$  уравнения (4), то смещение  $u = r - R$  можно считать известной функцией  $R$  и  $t$ . Следовательно, уравнение (7) определяет  $R = f(t)$  как траекторию движения некоторой поверхности, на которой деформации достигают критических значений. Назовем эту поверхность фронтом зоны разрушения. Для определения скорости этого фронта продифференцируем (7) по времени:

$$\frac{\frac{\partial u}{\partial R} \cdot \frac{dR}{dt} + \frac{\partial u}{\partial t}}{R} - \frac{u}{R^2} \cdot \frac{dR}{dt} = 0,$$

отсюда

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\frac{\partial u}{\partial t}}{\frac{u}{R} - \frac{\partial u}{\partial R}}. \quad (8)$$

Из уравнения неразрывности (2) (при  $\rho = \rho_0$ ) получаем

$$\frac{\partial u}{\partial R} = -\frac{u}{R} \cdot \frac{1}{1 + \frac{u}{R}}. \quad (9)$$

Подставляя (7) и (9) в (8) и учитывая, что  $\frac{\partial u}{\partial t} = v$ , получаем

$$\frac{dR}{dt} = \frac{v}{\varepsilon_* \left(1 + \frac{1}{1 + \varepsilon_*}\right)}.$$

В терминах логарифмической деформации (6) это выражение записывается более компактно

$$\frac{dR}{dt} = \frac{v}{2 \operatorname{sh} \bar{\epsilon}_*}.$$

Величина  $v$ , входящая в эти формулы, определяется уравнением (3) при  $\ln \frac{r}{R} = \bar{\epsilon}_*$ :

$$v = \left( v_0^2 - \frac{2\sigma_* \bar{\epsilon}_*}{\rho} \right)^{1/2}.$$

Таким образом, получаем:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{2 \operatorname{sh} \bar{\epsilon}_*} \left[ v_0^2(R) - \frac{2\sigma_* \bar{\epsilon}_*}{\rho} \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Обозначим через  $R_1$  и  $R_2$  внутренний и внешний радиус кольца, через  $\delta = R_2 - R_1$  — его начальную толщину. Из уравнения неразрывности (2) имеем

$$v_0(R_1) \cdot R_1 = v_0(R) \cdot R. \quad (11)$$

Количество движения всего кольца в начальный момент времени будем считать заданным:

$$I_0 = 2\pi\rho \int_{R_1}^{R_2} v_0(R) \cdot R dR = 2\pi\rho v_0(R_1) R_1 \cdot \delta. \quad (12)$$

Учитывая (11) и (12), перепишем (10) в виде

$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{2 \operatorname{sh} \bar{\epsilon}_*} \left[ \frac{A}{R^2} - B \right]^{1/2}. \quad (13)$$

где

$$A = \frac{I_0^2}{4\pi^2 \rho^2 \delta^2}; \quad B = \frac{2\sigma_* \bar{\epsilon}_*}{\rho}.$$

Производя интегрирование (13) по  $R$  от  $R_1$  до  $R_2$ , определяем время разрушения кольца  $\tau = t_2 - t_1$ :

$$\tau = \frac{2 \operatorname{sh} \bar{\epsilon}_*}{B} \left( \sqrt{A - BR_1^2} - \sqrt{A - BR_2^2} \right). \quad (14)$$

При  $A - BR_1^2 \leq 0$  разрушения не происходит, при  $A - BR_2^2 \leq 0 < A - BR_1^2$  разрушение может начаться на  $R_1$ , но не достигнет внешней стороны кольца.

Рассмотрим случай  $A \gg BR_2^2$ . Тогда из (14) с точностью до членов первого порядка малости получаем

$$\tau \approx \frac{2\delta \operatorname{sh} \bar{\epsilon}_*}{v}. \quad (15)$$

Эту формулу можно использовать для оценки времени разрушения тонкого кольца в случае, если это разрушение происходит весьма интенсивным образом: образовавшиеся осколки разлетаются с большими скоростями. Тот же результат получается непосредственно из формулы (10), если под  $v$  понимать величину скорости, соответствующую началу разрушений.

До сих пор характер разрушения не конкретизировался. Предположим теперь, что разрушение кольца происходит при помощи обра-

зования радиальных трещин. Развитие каждой трещины сопровождается разгрузкой вдоль окружности, распространяющейся со скоростью звука (в соответствии с рисунком). Рассмотрим две трещины, находящиеся на расстоянии  $l$  друг от друга. Появление одной трещины будет маловероятно, если за время  $\tau$  материал между трещинами полностью разгрузится. Иными словами, для оценки длины осколка можно воспользоваться соотношением

$$\frac{e}{c} \sim \frac{\delta}{v}.$$

Отсюда и из (15)

$$l \sim \frac{2\delta c \operatorname{sh} \bar{\epsilon}_*}{v}.$$

Количество осколков  $n$ , очевидно, оценивается как

$$n = \frac{2\pi R}{l} \sim \frac{\pi R \cdot v}{\delta \operatorname{sh} \bar{\epsilon}_* \cdot c}.$$

По данным экспериментов, описанных выше, к моменту разрушения скорость кольца  $v=500$  м/с. Скорость разгрузки в данном случае целесообразно принять равной «стержневой» скорости звука  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \approx 5000$  м/с.

Для чистого алюминия  $\operatorname{sh} \bar{\epsilon}_* = 0,12$ , для Д-16 —  $\operatorname{sh} \bar{\epsilon}_* = 0,38$ . Подставляя эти числа, а также  $R=4$  см,  $\delta=0,6$  см, получаем для чистого алюминия  $n=5$ , для Д-16 —  $n=17$ . Совпадение опытных и расчетных данных получается весьма хорошим.

В заключение автор благодарит Е. И. Шемякина, Е. Н. Шера за полезные обсуждения задачи, а также А. Г. Черникова — за проведение экспериментов.

Поступила в редакцию  
14/III 1973

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Кузнецов. ПМТФ, 1968, 2.
2. Э. А. Кошелев и др. ПМТФ, 1971, 2.
3. А. Н. Надаи. Пластичность и разрушение твердых тел. Т. II. М., «Мир», 1969.

УДК 532.593

### ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В МЕТАЛЛАХ ПОСЛЕ ПРОХОЖДЕНИЯ ПЛОСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Т. М. Соболенко, Т. С. Тесленко  
(Новосибирск)

#### Постановка задачи

В настоящей работе изучались некоторые явления на поверхности металлов, нагруженных плоскими ударными волнами. Опыты проводились по следующей схеме (рис. 1). Цилиндрические образцы 4 и 5 вы-