

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 539.3; 622.02

МОДЕЛЬ КВАЗИХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

В. М. Корнев, А. А. Зиновьев

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
проспект Академика Лаврентьева, 15, 630090, Новосибирск, Россия
E-mail: kornev@hydro.nsc.ru; AlexeyAZinovyev@hotmail.com*

Предложена модель квазихрупкого разрушения горных пород. Построены аналитические выражения для критических напряжений по необходимому и достаточному критериям разрушения горных пород со структурой. Рассмотрен случай растяжения нормальными напряжениями массива с внутренней трещиной. Построена диаграмма квазихрупкого разрушения с использованием аппроксимации двухзвенной ломаной $\sigma - \varepsilon$ диаграмм образцов угля при растяжении. Приведены оценки критических значений напряжений в предельных случаях.

Квазихрупкое разрушение, материалы со структурой, уголь, внутренняя трещина, необходимый и достаточный критерии

ВВЕДЕНИЕ

В зависимости от характера поведения горных пород при нагружении можно выделить три основных типа моделей разрушения (развития трещин). Каждая из существующих моделей в той или иной степени описывает состояние среды только при некоторых условиях.

1. Хрупкое разрушение. Описывается линейной механикой разрушения (ЛМР); зона пластичности перед кончиком трещины отсутствует.

2. Квазихрупкое разрушение. Возможно описание методами ЛМР за счет введения поправки Ирвина; считается, что длина зоны пластичности не превышает 0.2 длины трещины [1].

3. Квазивязкое разрушение. Является обобщением предыдущей модели на случай упруго-пластической среды [1]; зона пластичности определяется из условия равенства нулю коэффициента интенсивности напряжений (КИН) в вершине трещины.

В упругой постановке (хрупкое разрушение) пластические деформации, возникающие в вершине трещины, не учитываются, что приводит к снижению точности расчетов. При этом теоретические расчеты по определению зоны пластичности в вершине трещины, использующие простейшие критерии пластического течения, приводят также к неудовлетворительным результатам. Классической моделью описания поведения упругопластического материала является модель Леонова – Панасюка – Дагдейла [2, 3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы Президиума РАН № 23.16.

Рассмотрим внутреннюю трещину длиной $2l_0$ в упругопластическом материале, растягиваемом на бесконечности напряжениями σ_∞ . Для описания неупругих деформаций вводится фиктивная трещина с полудлиной $l = l_0 + \Delta$, “стягиваемая” напряжениями σ_s в зоне предразрушения (Δ — длина зоны пластичности/предразрушения). Величина напряжений в зоне предразрушения σ_s находится из аппроксимации $\sigma - \varepsilon$ диаграммы исследуемого материала.

Для исключения присущих ЛМР бесконечных напряжений в вершине трещины вводится условие отсутствия сингулярной составляющей напряжений на упругопластической границе:

$$K_I = K_I(\sigma_\infty) + K_I(\sigma_s) = 0, \quad (1)$$

где K_I — суммарный КИН для трещины нормального отрыва.

Данное условие диктует размеры зоны предразрушения Δ . Материалы, удовлетворяющие этому, называются квазивязкими. К их числу относятся различные сплавы металлов. Горные породы, как правило, проявляют квазихрупкий характер разрушения.

В [4, 5] изложена модифицированная модель Леонова – Панасюка – Дагдейла, позволяющая описать переход от хрупкого к квазихрупкому разрушению материалов с учетом структуры:

$$K_I > 0. \quad (2)$$

Для определения Δ вводится дополнительное условие на раскрытие в вершине трещины δ_t , взятое из нелинейной механики разрушения.

В настоящей работе на основе данной модели предложен алгоритм построения необходимого и достаточного критерия разрушения горных пород. Приведены экспериментальные результаты растяжения образцов угля и построена диаграмма квазихрупкого разрушения.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим в рамках модели [4, 5] трещину нормального отрыва длиной $2l_0$. На бесконечности заданы растягивающие напряжения σ_∞ , действующие по нормали к плоскости трещины. Как и в классической модели, используется упрощение этой задачи, вводится фиктивная трещина нормального отрыва с полудлиной $l = l_0 + \Delta$, которая моделируется с помощью разреза, а нелинейность задачи обусловлена только описанием зоны предразрушения. Берега модельной трещины стягиваются постоянными нормальными напряжениями σ_s в зоне предразрушения.

Расположим начало декартовой системы координат Oxy в правой вершине фиктивной трещины, ось x направлена от вершины трещины. Далее будем рассматривать случай плоского деформированного состояния (ПДС).

Для построения диаграммы квазихрупкого разрушения в [4–6] предлагается использовать достаточный критерий

$$\frac{1}{r_1} \int_0^{r_1} \sigma_{yy}(x,0) dx \leq \sigma_e, \quad (3)$$

$$\delta_t = 2v(-\Delta,0) \leq \delta_m. \quad (4)$$

Здесь $\sigma_{yy}(x,0)$ — нормальные напряжения на продолжении фиктивных трещин; r_1 — линейный размер, характеризующий макроструктуру материала; $2v(-\Delta,0)$ — раскрытие фиктивной трещины в вершине исходной трещины; δ_m — величина максимального раскрытия трещины.

Неравенство (3) является силовым критерием, который строится в окрестности вершины фиктивной трещины, а условие (4) — деформационный критерий, накладывающий ограничение на раскрытие фиктивной трещины в вершине исходной трещины.

Предлагаемый критерий (3), (4) описывает хрупкое и квазихрупкое разрушение, когда

$$\Delta \ll l_0. \tag{5}$$

В случае хрупкого разрушения зона предразрушения в вершине исходной трещины отсутствует ($\Delta \equiv 0$). При этом условие (4) выполняется автоматически.

Чтобы использовать достаточный критерий (3), (4), необходимо иметь аналитические выражения для нормальных напряжений $\sigma_{yy}(x,0)$ на продолжении фиктивной трещины $x \geq 0$ и раскрытия трещины $2v(x,0)$ при $x \leq 0$.

В модели Леонова–Панасюка–Дагдейла [2,3] поле нормальных напряжений $\sigma_{yy}(x,0)$ на продолжении фиктивной трещины можно представить в виде суммы двух слагаемых [1]:

$$\sigma_{yy}(x,0) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x}} + O(1), \quad K_I = K_{I\infty} + K_{I_s}, \quad K_{I\infty} > 0, \quad K_{I_s} < 0, \tag{6}$$

где $K_I = K_I(l, \Delta)$ — суммарный КИН в вершине фиктивной трещины; $K_{I\infty}$ — КИН, “вызываемый” напряжениями σ_∞ ; K_{I_s} — КИН, вызываемый постоянными напряжениями σ_s . Первое и второе слагаемые в (6) — сингулярная и гладкая части решения соответственно. Стоит отметить, что гладкая составляющая не отбрасывается:

$$\sigma_{yy}(x,0) = \frac{K_{I\infty}}{\sqrt{2\pi x}} + \frac{K_{I_s}}{\sqrt{2\pi x}} + \sigma_\infty. \tag{7}$$

Значение $K_{I\infty}$ для случая внутренней трещины можно найти, например, в [1, 7]:

$$K_{I\infty} = \sigma_\infty \sqrt{\pi l}. \tag{8}$$

КИН K_{I_s} , создаваемый напряжениями на берегах фиктивной трещины в зоне предразрушения, для ПДС получен в [1, 7]:

$$K_{I_s} = -2\sigma_s \sqrt{\frac{l}{\pi}} \arccos\left(1 - \frac{\Delta}{l}\right). \tag{9}$$

Для квазихрупкого разрушения $\Delta/l \ll 1$, поэтому в (9) оставим только первый член разложения:

$$K_{I_s} \approx -2\sigma_s \sqrt{2\Delta/\pi}. \tag{10}$$

Таким образом, построены приближенные аналитические выражения для нормальных напряжений $\sigma_{yy}(x,0)$ на продолжении фиктивной трещины.

Для раскрытия фиктивной трещины $2v(x,0)$ при $x < 0$ используется простейшее асимптотическое выражение для ПДС [1]:

$$2v(\Delta) = \frac{4-4\nu}{G} K_I \sqrt{\frac{\Delta}{2\pi}} + O(x), \tag{11}$$

здесь ν — коэффициент Пуассона; G — модуль сдвига материала.

При дальнейших расчетах слагаемые порядка $O(x)$ в асимптотическом представлении решения (11) отброшены, а модуль сдвига рассчитывался по следующим соотношениям:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad E = \frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}, \tag{12}$$

где E — модуль Юнга; σ_e , ε_0 — величины напряжений и деформаций при достижении предела упругости материала, определяемые из экспериментов на растяжение образцов (рис. 1).

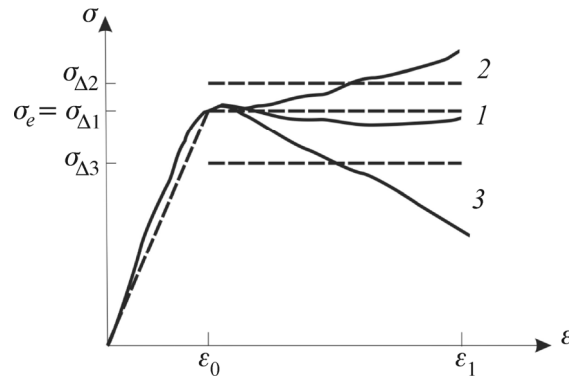


Рис. 1. Аппроксимация типичных $\sigma - \varepsilon$ диаграмм

Для определения предельного значения раскрытия в вершине реальной трещины в модель вводится размер зоны предразрушения a в направлении, ортогональном оси трещины [1, 5, 6]. Значение a равно соответствующему размеру зоны пластичности в вершине реальной трещины [1]:

$$a = \frac{K_{I\infty}^2}{4\pi\sigma_e^2} [3 + 2(1 - 2\nu)^2]. \quad (13)$$

Тогда максимальное критическое раскрытие трещины δ_m^* может быть определено из соотношения

$$\delta_m^* = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)a, \quad (14)$$

где ε_1 — деформация образца при разрушении материала, определяемая из экспериментов на растяжение (рис. 1).

Осталось найти физические параметры исследуемого материала σ_e , σ_s , ε_0 , ε_1 , ν , n_1 . Для этой цели используем экспериментальные данные [8], полученные при растяжении образцов угля.

АППРОКСИМАЦИЯ $\sigma - \varepsilon$ ДИАГРАММ

На рис. 1 представлены три характерных неупругих типа поведения материалов при растяжении: идеально-пластическое поведение (кривая 1), деформационное упрочнение (кривая 2) и деформационное разупрочнение (кривая 3). Как показано в работе [5], рассматриваемая модель допускает все перечисленные типы поведения материалов и соответствующие им аппроксимации $\sigma - \varepsilon$ диаграмм, когда $\sigma_e = \sigma_{s2}$ (штриховая 1), $\sigma_e < \sigma_{s2}$ (штриховая 2), $\sigma_e < \sigma_{s3}$ (штриховая 3).

Определение физических параметров σ_e , σ_s , ε_0 , ε_1 осуществляется по результатам экспериментов на растяжение. Для этого экспериментальные $\sigma - \varepsilon$ зависимости аппроксимируются двухзвенными ломаными линиями (рис. 1).

В работе [8] приведены результаты экспериментов по растяжению образцов угля, $\sigma - \varepsilon$ зависимости для одноосного сжатия и “бразильская” проба. В испытаниях использовались образцы антрацитов, добытых с глубины порядка 350 м.

Для расчетов выбрано 15 графиков $\sigma - \varepsilon$ зависимости при одноосном растяжении. Модуль Юнга испытываемых образцов составил в среднем 2.35 ГПа [8].

Аппроксимация экспериментальных графиков производится следующим образом. Сначала определяются значения ε_0 и σ_e и строится наклонная прямая, аппроксимирующая упругий участок. Далее находится значение деформации ε_1 , при которой происходит разрушение об-

разца. Неупругий участок экспериментальной кривой аппроксимируется горизонтальной прямой с концами в точках $(\varepsilon_0, \sigma_s)$ и $(\varepsilon_1, \sigma_s)$. Расчет величины σ_s осуществляется на основе равенства площадей под графиками исходной экспериментальной кривой и получаемой в результате аппроксимации двухзвенной линии.

В работе [8] использовалась установка с сервоприводом, позволяющая реализовать “жесткое” нагружение, поэтому все исходные кривые (тонкие линии на рис. 2) имеют характерные ниспадающие участки. В начале таких участков идет зона с большим углом наклона, далее наклон уменьшается и кривая становится практически горизонтальной, что соответствует остаточной прочности.

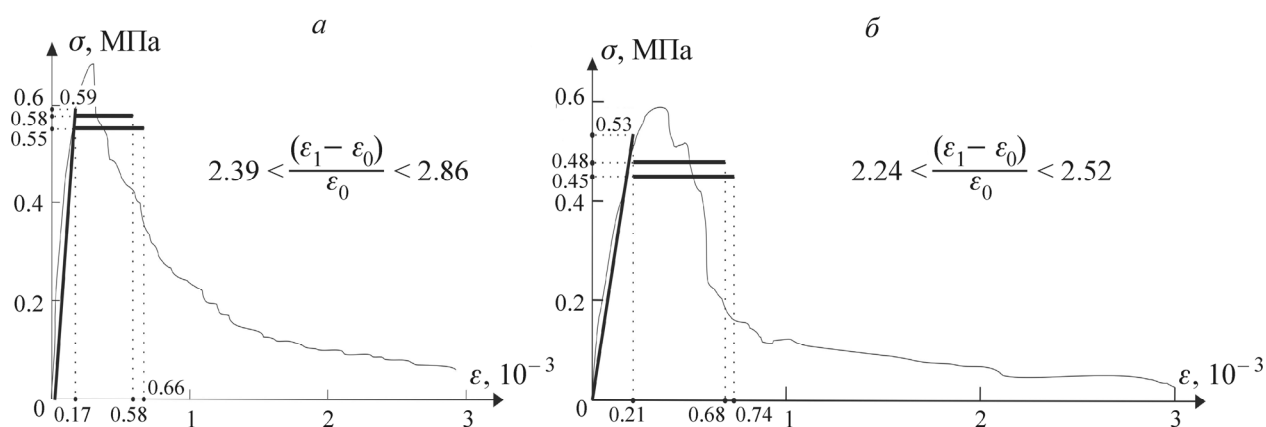


Рис. 2. Аппроксимации графиков поведения образцов угля при растяжении, заимствованных из [8]

В [9] показано, что разрушение образцов всегда происходит в начале пологого участка остаточной прочности. Таким образом, точка ε_1 , соответствующая началу процесса разрушения, выбиралась в соответствии с изменением угла ниспадающего участка исходной диаграммы. Однако некоторые экспериментальные графики не имеют четко выраженной точки изменения угла ниспадающего участка. Тогда для каждого графика строились две прямые, аппроксимирующие начальный (практически вертикальный) и конечный (практически горизонтальный) участок ниспадающей ветви. За величину ε_1 бралась точка их пересечения, которая может иметь различные значения в зависимости от способа аппроксимации прямых.

На основе описанного алгоритма построены аппроксимации для каждого графика (рис. 2). Оказалось, что величина неупругого удлинения $(\varepsilon_1 - \varepsilon_0) / \varepsilon_0$ лежит в пределах от двух до трех, т. е. рассматриваемые угли относятся к классу квазихрупких материалов.

Последним недостающим параметром является характерный линейный размер структуры материала r_l . Выделяют до пяти различных типов трещиноватости углей [10]. За линейный размер структуры взято расстояние между трещинами, образующимися в витрене на стадии первичного эндогенного кливажа. Витрен, как самый плотный и хрупкий компонент, имеет наиболее интенсивную трещиноватость. Расстояние между эндогенными трещинами в витрене варьирует от 1 до 5 мм [10]. В расчетах r_l бралось равным 1 мм. Отметим, что r_l в данном случае характеризует линейный размер наведенной структуры, более подробно данный вопрос изучается в [11].

ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММЫ КВАЗИХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ

Используем выражения для нормальных напряжений и раскрытия фиктивной трещины, а также критерий (3), (4) для построения диаграммы разрушения. Соответствующие критические величины параметров будем обозначать знаком *.

В первую очередь найдем длину зоны предразрушения Δ . Подставим (13) в формулу (14), определяющую критическое раскрытие фиктивной трещины δ_m^* . В полученном выражении учтем (11) и второе неравенство критерия (4), тогда

$$\frac{4-4\nu}{G} K_1 \sqrt{\frac{\Delta^*}{2\pi}} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \frac{K_{I\infty}^2}{4\pi\sigma_e^2} [3 + 2(1-2\nu)^2]. \quad (15)$$

При дальнейших преобразованиях будем удерживать члены с множителями $\sqrt{\Delta^*/l^*}$ и опускать слагаемые с множителями Δ^*/l^* , поскольку $\Delta^* \ll l_0$. Таким образом, длина зоны предразрушения Δ^* равна

$$\frac{\Delta^*}{l^*} = \frac{[3 + 2(1-2\nu)^2]^2}{2^9(1-\nu^2)^2} \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \right)^2 \left(\frac{\sigma_\infty^*}{\sigma_e} \right)^2, \quad (16)$$

а нормальные напряжения на продолжении фиктивной трещины

$$\sigma_{yy}(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \left(\sigma_\infty \sqrt{\pi l} - 2\sigma_s \sqrt{\frac{2\Delta}{\pi}} \right) + \sigma_\infty. \quad (17)$$

Подставив (16) и (17) в первое соотношение критерия (3), получим искомую связь длины исходной трещины и действующих на бесконечности напряжений:

$$\frac{\sigma_\infty^*}{\sigma_e} = \left[1 + \sqrt{\frac{2l^*}{r_1}} \left(1 - \frac{3 + 2(1-2\nu)^2}{2^3\pi(1-\nu^2)} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \frac{\sigma_s}{\sigma_e} \right) \right]^{-1}. \quad (18)$$

Выражения (16), (18) имеют смысл при выполнении неравенства

$$1 - \frac{3 + 2(1-2\nu)^2}{2^3\pi(1-\nu^2)} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \frac{\sigma_s}{\sigma_e} > 0, \quad (19)$$

справедливое только для хрупких и квазихрупких материалов, которое обеспечивает существование рассматриваемого класса решений (2) [6]. Неравенство (19) получено для случая ПДС. Устремляя $\nu \rightarrow 0$, находим соответствующее ограничение для плоского напряженного состояния (ПНС) [6]. При рассмотрении хрупкого разрушения ($\varepsilon_1 - \varepsilon_0 = 0$) неравенство (19) выполняется автоматически. В случае квазихрупкого разрушения ($\varepsilon_1 - \varepsilon_0 \neq 0$) выражение (19) можно переформулировать следующим образом для ПНС ($\sigma_s / \sigma_e = 1$):

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} < \frac{8\pi}{5}. \quad (20)$$

В (18) можно провести предельный переход при $\varepsilon_1 - \varepsilon_0 \rightarrow 0$, получив таким образом значения критических напряжений для хрупкого разрушения σ_∞^0 , когда длина зоны предразрушения $\Delta = 0$:

$$\frac{\sigma_\infty^0}{\sigma_e} = \left(1 + \sqrt{\frac{2l_0}{r_1}} \right)^{-1}. \quad (21)$$

Выражение (21) называется необходимым критерием разрушения [5].

Результаты расчетов для критических напряжений при хрупком и квазихрупком разрушении угля представлены на рис. 3 в двойных логарифмических и обычных координатах соответственно. В расчетах принято: $\nu = 0.3$ ([12]), $(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\varepsilon_0 = 2.52$, $\sigma_e = 0.53$ МПа, $\sigma_s = 0.45$ МПа (рис. 2б).

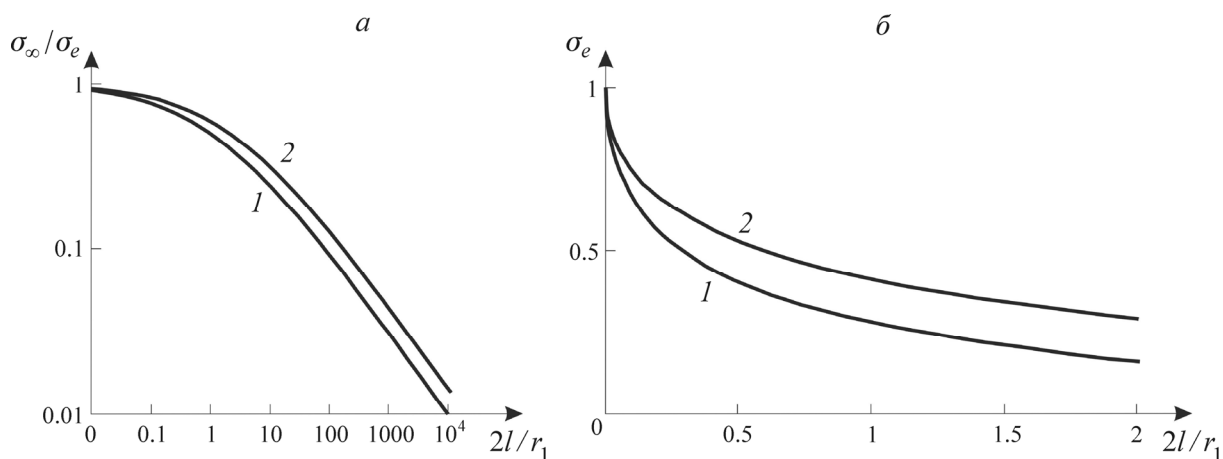


Рис. 3. Диаграмма квазихрупкого разрушения угля: *a* — в двойных логарифмических координатах; *б* — в обычных координатах. 1 — необходимый критерий (19); 2 — достаточный критерий (17)

В двойных логарифмических координатах (рис. 3а) лучше виден характер разрушения при больших (по сравнению с r_1) длинах трещины l , тогда как обычные координаты (рис. 3б) подходят для малых l .

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Диаграмма разрушения (см. рис. 3) представляет собой зависимость относительных растягивающих напряжений σ_∞/σ_e от относительной длины трещины $2l/r_1$.

На диаграмме выделяются три подобласти. Первая подобласть, ниже кривой 1 (критерий хрупкого разрушения), описывает увеличение напряжений в вершине трещины до предела упругости, рост трещины не происходит. Вторая подобласть расположена между кривыми 1 и 2 (критерий квазихрупкого разрушения), где происходит зарождение неупругих деформаций в окрестности вершины трещины. При увеличении растягивающих напряжений увеличивается и зона предразрушения, модельная трещина подрастает. В третьей подобласти, выше кривой 2, происходит неустойчивый рост трещины.

Наибольший интерес представляет подобласть, лежащая между кривыми хрупкого и квазихрупкого разрушения. При нагружении материала напряжениями, лежащими в данном промежутке, вершина реальной трещины не может продвинуться. В данном случае развитие трещины возможно в рамках малоциклового усталости, когда при каждом последующем цикле нагружения в вершине трещины изменяются свойства материала. Отмечается охрупчивание материала. На каком-то цикле система теряет устойчивость, так как уровень нагружения превосходит критический уровень нагрузки для материала с повреждениями, продвижение вершины трещины происходит скачком. Подробнее данный процесс описан в [13].

Оценим возможность реализации такого метода, определив расхождение критических напряжений по необходимому и достаточному критериям.

Поскольку в расчетах учитывались как сингулярная, так и гладкая части решения при наличии трещины (7), получим оценки критических напряжений σ_{∞}^* , σ_{∞}^0 из (18), (21) соответственно в предельных случаях: для “коротких” ($l/r_1 \rightarrow 0$) и “длинных” ($l/r_1 \rightarrow \infty$) трещин.

Эти оценки имеют следующий вид:

$$\lim_{l^*/r_1 \rightarrow 0} \sigma_{\infty}^* = \lim_{l_0/r_1 \rightarrow \infty} \sigma_{\infty}^0 = \sigma_e, \quad (22)$$

$$\lim_{l_0/r_1 \rightarrow \infty} \sigma_{\infty}^0 = \sqrt{\frac{r_1}{2l_0}} \sigma_e, \quad (23)$$

$$\lim_{l^*/r_1 \rightarrow \infty} \sigma_{\infty}^* = \left[1 - \frac{3 + 2(1-2\nu)^2}{2^3 \pi(1-\nu^2)} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \frac{\sigma_s}{\sigma_e} \right]^{-1} \sqrt{\frac{r_1}{2l^*}} \sigma_e. \quad (24)$$

При отсутствии трещины ($l/r_1 \rightarrow 0$) прочность тела зависит лишь от σ_e как для достаточного, так и для необходимого критерия прочности (22). Когда длина трещины возрастает, справедливы оценки (23), (24) по необходимому и достаточному критерию соответственно.

Как видно из рис. 3б, при малых относительно параметра наведенной структуры длинах трещины различие между σ_{∞}^* и σ_{∞}^0 незначительно. Расхождение кривых 1, 2 (см. рис. 3а) наблюдается при увеличении длины трещины. При “больших” длинах ($l/r_1 \rightarrow \infty$) на основании (23), (24) можно вычислить расхождение критических величин напряжений следующим образом:

$$\frac{\sigma_{\infty}^*}{\sigma_{\infty}^0} = \left[1 - \frac{3 + 2(1-2\nu)^2}{2^3 \pi(1-\nu^2)} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \frac{\sigma_s}{\sigma_e} \right]^{-1}. \quad (25)$$

По данному выражению построен график зависимости отличия критических напряжений для хрупкого и квазихрупкого разрушения от величины максимального неупругого деформирования горных пород для случая $\sigma_s/\sigma_e = 1$ (рис. 4). Видно, что отличие σ_{∞}^* от σ_{∞}^0 может достигать 250 % для квазихрупких материалов с ярко выраженным “пластическим” поведением ($(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\varepsilon_0 = 4$ в случае “длинных” трещин. Для угля расхождение критических величин достигает 160 %.

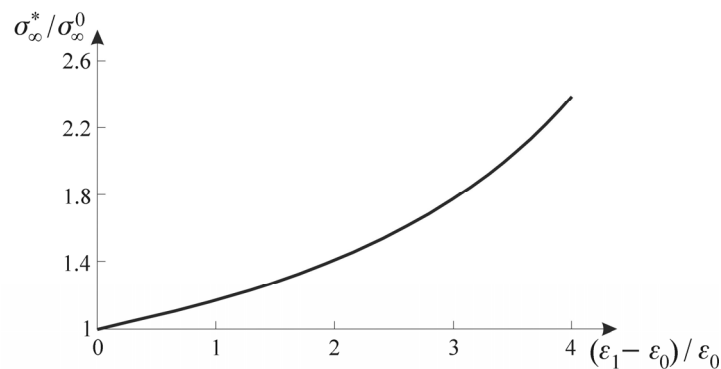


Рис. 4. Отношение критических напряжений квазихрупкого разрушения к хрупкому разрушению в зависимости от величины неупругого деформирования горной породы

ВЫВОДЫ

Рассмотрена модель квазихрупкого разрушения горных пород с учетом их структуры. Для случая внутренней трещины построены аналитические выражения для необходимого и доста-

точного критерия разрушения, соответствующие хрупкому и квазихрупкому поведению горных пород при разрушении.

На основе изложенной модели построена диаграмма разрушения горных пород на примере угля. Для этого использовались экспериментальные данные работы [8].

Модифицированная модель Леонова – Панасюка – Дагдейла обладает рядом преимуществ и недостатков. Она позволяет рассмотреть полный переход от хрупкого к квазихрупкому разрушению. В отличие от классической модели, которая навязывает размеры зоны пластичности условием равенства нулю коэффициента интенсивности напряжений, модифицированная модель использует параметры исследуемого материала, что дает возможность точнее описать процесс разрушения. Однако данное преимущество является также и недостатком в связи с необходимостью проведения экспериментов по растяжению исследуемого материала при “жестком” нагружении. Результаты таких экспериментов не входят в состав “паспортных данных” материала и зачастую отсутствуют в литературе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Керштейн И. М., Ключников В. Д., Ломакин Е. В., Шестериков С. А. Основы экспериментальной механики разрушения. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.
2. Леонов М. Я., Панасюк В. В. Развитие мельчайших трещин в твердом теле // Прикл. механика. — 1959. — Т. 5. — № 4.
3. Dugdale D. S. Yielding of steel sheets containing slits, J. Mech. Phys. Solids, 1960, Vol. 8.
4. Корнев В. М. Обобщенный достаточный критерий прочности. Описание зоны предразрушения // ПМТФ. — 2002. — Т. 43. — № 5.
5. Корнев В. М. Распределение напряжений и раскрытие трещин в зоне предразрушения (подход Нейбера – Новожилова) // Физ. мезомеханика. — 2004. — Т. 7. — № 3.
6. Корнев В. М. Оценочная диаграмма квазихрупкого разрушения тел с иерархией структур. Многомасштабные необходимые и достаточные критерии разрушения // Физ. мезомеханика. — 2010. — Т. 13. — № 1.
7. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. — Киев: Наук. думка, 1981.
8. Okubo S., Fukui K., Qi Qingxin. Uniaxial compression and tension tests of anthracite and loading rate dependence of peak strength, INT. J. COAL GEOL, 2006, No. 68.
9. Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г., Ширсек О. А., Певзнер Е. Д. Прочность и деформация горных пород в допредельной и запредельной областях // ФТПРПИ. — 1981. — № 6.
10. Шестакова О. Е. Визуальная диагностика природных видов и технологических марок ископаемых углей // Вестн. КузГТУ. — 2010. — № 1.
11. Чанышев А. И., Белоуова О. Е., Лукьяшко О. А. Математические модели блочных сред в задачах геомеханики. Ч. IV. Взаимная связь наведенной структуры и напряженного состояния // ФТПРПИ. — 2005. — № 4.
12. Th. Gentzis, N. Deisman, R. J. Chalaturnyk. Geomechanical properties and permeability of coals from the Foothills and Mountain regions of western Canada, 2007.
13. Корнев В. М. Диаграммы квазихрупкого разрушения тел с иерархией структур при малоцикловом нагружении // Физ. мезомеханика. — 2011. — Т. 14. — № 5.

Поступила в редакцию 31/V 2013