

УДК 532.529

Исследование гидродинамических характеристик неподвижного пузыря Тейлора при различных скоростях опускного потока жидкости*

О.Н. Кашинский¹, М.В. Алексеев^{1,2}, Ан.А. Лукьянов^{1,2},
А.С. Курдюмов¹, П.Д. Лобанов¹

¹Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

E-mail: almaxcom@mail.ru, a.lukyanov1@gsu.ru

Проведено комплексное экспериментально-расчетное исследование течения при обтекании неподвижного газового снаряда при скоростях опускного потока от 0,15 до 0,3 м/с в вертикальной трубе диаметром 20 мм. Выполнены трехмерные расчеты методом VOF (volume of fluid) в пакете OpenFOAM с применением нестационарной модели турбулентности $k-\omega$ SST. Экспериментальное исследование гидродинамических характеристик потока проведено с использованием электродиффузионного метода. Показано влияние скорости потока на изменение формы носика газового снаряда. В ходе работы выполнено сравнение расчетных и экспериментальных данных и показано их хорошее соответствие. Изучено распределение скоростей в жидкости и газе, а также распределение толщины пленки жидкости вокруг газового снаряда. Показано, что трение на стенке в пленке жидкости вокруг газового снаряда не зависит от скорости нисходящего потока.

Ключевые слова: газовый снаряд, VOF-метод, модель турбулентности $k-\omega$ SST.

Введение

Снарядный режим течения двухфазного потока характеризуется наличием газовых пузырей, по форме напоминающих снаряд. Такие пузыри получили название «пузыри Тейлора». Скорость всплытия одиночного пузыря Тейлора в вертикальной трубе не зависит от длины снаряда [1] и определяется как

$$V_b = 0,345\sqrt{gD}, \quad (1)$$

* Работа поддержана государственным контрактом Российской Федерации с Институтом теплофизики СО РАН (121032200034-4); расчеты выполнены на кластере Информационно-вычислительного центра Новосибирского государственного университета; расчетная часть работы выполнена Алексеевым М.В., Лукьяновым Ан.А.; экспериментальная часть работы выполнена Кашинским О.Н., Курдюмовым А.С., Лобановым П.Д.

где g — ускорение свободного падения, D — диаметр трубы. Зависимость (1) является упрощением более общей зависимости [2], полученной при следующих допущениях: преобладание инерционных сил над силами вязкости и поверхностного натяжения (число Бонда $Bo = [D/(2\lambda_c)]^2 > 25$, а обратный безразмерный коэффициент вязкости $N_f = -(D^{3/2}\sqrt{g})/\nu > 300$), плотность жидкости намного больше плотности газа $\rho \gg \rho_g$. Здесь $\lambda_c = \sqrt{\sigma/(\rho g)}$ является капиллярной постоянной, σ — поверхностное натяжение, ρ — плотность жидкости, ν — кинематическая вязкость жидкости. При возникновении опускного течения жидкости в вертикальной трубе зависимость будет иметь следующий вид:

$$V_b = C_0(\text{Re}, \text{Bo}, N_f) \cdot U + C_\infty(\text{Re}, \text{Bo}, N_f) \sqrt{gD}, \quad (2)$$

где U — расходная скорость опускного потока, V_b — скорость всплытия снаряда в лабораторной системе отчета. Коэффициенты C_0 , C_∞ зависят от числа Рейнольдса $\text{Re} = (UD)/\nu$, построенного по скорости опускного потока жидкости, числа Бонда Bo и обратного безразмерного коэффициента вязкости N_f . Для случая зависания снаряда в опускном потоке (условие $V_b = 0$) скорость потока запишется в виде

$$U = -\frac{C_\infty(\text{Re}, \text{Bo}, N_f)}{C_0(\text{Re}, \text{Bo}, N_f)} \cdot \sqrt{gD}. \quad (3)$$

При зависании пузыря Тейлора ($V_b = 0$) скорость натекающего потока U может быть как выше, так и ниже скорости всплытия газового снаряда в неподвижном столбе жидкости, которая определяется по формуле (1). Функции $C_0(\text{Re}, \text{Bo}, N_f)$, $C_\infty(\text{Re}, \text{Bo}, N_f)$ являются нелинейными и зависят от режимных параметров, поэтому изначально определялись экспериментально [3] при разных диаметрах трубы и разных свойствах жидкости (плотность, вязкость, поверхностное натяжение). Далее по тексту для скорости опускного потока U будем рассматривать модуль скорости (без знака минус в формулах).

В работе [4] было экспериментально показано, что в опускном ламинарном течении возможно появление неустойчивости и возникновение асимметричного профиля газового снаряда. В аналитической статье [5] была описана критическая скорость опускного потока $U_c = 0,13\sqrt{gD}$, при которой форма газового снаряда в пуазейлевском потоке является неустойчивой (соотношение $U_c = 0,13\sqrt{gD}$ можно переписать как $U_c = \sqrt{Fr \cdot gD}$, где $Fr = U^2/(gD)$ — число Фруда; далее для удобства будем использовать корабельное число Фруда $Fr_{sh} = \sqrt{Fr} = 0,13$, которое определяется из скорости потока U). В расчетной работе [6] было выявлено, что скорость всплытия газового снаряда при несимметричной форме оказывается выше. В последующей экспериментально-теоретической работе [4] было показано, что при ламинарном и турбулентном опускных течениях в трубах диаметром 20, 40, 80 мм существует критическая скорость U_c , при которой происходит переход от симметричной к несимметричной форме. Выявлено, что для диаметров 20, 40 и 80 мм критическая скорость соответственно составляет $U_c = 0,09\sqrt{gD}$ ($Fr_{sh} = 0,09$), $U_c = 0,038\sqrt{gD}$ ($Fr_{sh} = 0,038$), $U_c = 0,09\sqrt{gD}$ ($Fr_{sh} = 0,09$). Экспериментальные данные для трубы 20 мм были получены только в ламинарной области течения при значениях $\text{Re} < 2000$, что соответствует предельной скорости $U_c = 0,22\sqrt{gD}$ ($Fr_{sh} = 0,22$).

Детальные численный и параметрический анализы движения пузыря Тейлора в исходящем потоке жидкости представлены в работе [7]. Было выявлено влияние скорости, вязкости и поверхностного натяжения на форму и движение снарядов. Также был проведен линейный анализ устойчивости газового снаряда для области безразмерных параметров, в которых снаряд неустойчив и принимает асимметричную форму, и исследованы механизмы, ответственные за нарушение симметрии.

Авторы работы [13] при отрыве газового снаряда от зонда наблюдали, что в опускном турбулентном потоке для диаметра трубы 20 мм ($Bo \approx 13$) при отрицательной скорости дрейфа газового снаряда ($V_b \leq 0$) существуют колебания носика, донышка и пленки относительно средней псевдосимметричной формы снаряда.

В экспериментальной работе [8] для диаметра трубы 26 мм ($Bo \approx 23$) исследовалась неустойчивость формы газового снаряда при $Re = 6000$. Были зафиксированы волны возмущений на пленке жидкости вокруг газового снаряда, проходящие от носика снаряда к донышку.

В работе [3] была экспериментально показана зависимость изменения скорости потока U от диаметра трубы D , при котором происходит зависание снаряда. Для диаметра трубы $D = 16$ мм скорость опускного потока, при котором зависает одиночный газовый снаряд, составляет $U = 0,30\sqrt{gD}$ ($Bo = 8,7$, $Re = 1901$, $Fr_{sh} = 0,30$), для $D = 24$ мм — $U = 0,33\sqrt{gD}$ ($Bo = 19,7$, $Re = 3842$, $Fr_{sh} = 0,33$), для $D = 32$ мм — $U = 0,47\sqrt{gD}$ ($Bo = 35,1$, $Re = 8426$, $Fr_{sh} = 0,47$) и для $D = 38$ мм — $U = 0,53\sqrt{gD}$ ($Bo = 49,5$, $Re = 12296$, $Fr_{sh} = 0,53$).

По полученным в работе [3] данным можно оценить скорость потока, при которой происходит зависание газового снаряда в трубе диаметром $D = 20$ мм, она составляет $U \approx 0,315\sqrt{gD}$ ($Bo \approx 13$, $Re = 2790$, $Fr_{sh} = 0,315$). Таким образом, обтекание газового снаряда должно происходить в турбулентном потоке жидкости ($Re > 2000$), при этом силы поверхностного натяжения будут сравнимы с силами инерции ($0,84 < Bo < 25$), что должно приводить к стабилизации межфазной поверхности.

В работе [9] проводилось численное исследование движения пузыря Тейлора при всплытии в вертикальных трубах. Было показано существование осевого и радиального напряжений на границе раздела областей носика снаряда и установлено, что при подавлении пульсаций скорости и давления на носике возможны уменьшение колебаний межфазной границы и стабилизация формы пузыря Тейлора.

Установка зонда-трубки в опускном турбулентном потоке перед носиком приводит к стабилизации межфазной поверхности газового снаряда. Впервые возникновение устойчивой квазистационарной газовой каверны (снаряда) в опускном течении было замечено в пузырьковой колонне диаметром 57 мм при интенсивном инжектировании газа [10]. Каверна возникала за устройством инжектирования и занимала почти все сечение канала.

В работе [11] с помощью зонда-трубки на оси симметрии был получен неподвижный газовый снаряд в трубе диаметром 99,7 мм при скорости опускного течения, определенной по формуле (1). В работе [12] было проведено исследование массообмена, выявлена степень уноса пузырей от дна каверны, измерена и вычислена толщина пленки жидкости.

Похожим образом с помощью установки зонда-трубки был получен стабилизированный газовый снаряд в трубе диаметром 20 мм [13, 14] для скорости жидкости

$U = [0,345 \dots 0,361] \sqrt{gD}$ ($Fr_{sh} = 0,345 - 0,361$). Данная геометрия позволила измерить такие характеристики течения жидкости, как трение на стенке перед газовым снарядом, в области течения пленки жидкости и за дном пузыря Тейлора.

Детальные экспериментальные данные работ [13 – 15] позволили использовать рассматриваемую задачу для верификации CFD-кодов. Впервые в качестве верификации результаты были применены в исследованиях [16, 17]. Расчет выполнялся в плоской двумерной постановке на ортогональных сетках различной детализации: 200×15 и 300×65 расчетных узлов по длине и ширине канала соответственно. Было получено количественное сравнение результатов расчетов с данными эксперимента по величине напряжения трения на стенке канала τ_w . Также было выявлено, что на расчетное значение τ_w существенное влияние оказывает детализация сетки в области пограничного пристеночного слоя.

Ранее авторами проводилось трехмерное моделирование неподвижного снаряда [18] по условиям эксперимента [13 – 15]. Были выполнены расчеты для пяти длин газовых снарядов в расчетной области от 2,7 до 4,2 млн ячеек с помощью кода OpenFOAM и решателя compressibleInterFoam с применением нестационарной модели турбулентности $k-\omega$ SST. Расчеты проводились для скорости исходящего потока $U = 0,15$ м/с ($Fr_{sh} = 0,345$). Также был выполнен анализ объемного распределения жидкости, скорости, кинетической энергии турбулентности и удельной скорости диссипации. Исследование показало, что перед газовым снарядом и в пленке реализуется развитое турбулентное течение. Внутри газового снаряда реализуется ламинарное течение в виде тороидального газового вихря, за снарядом — развитое турбулентное течение с возникновением смешения кольцевой струи и тороидального вихря. В работе было получено хорошее согласование расчетной формы снаряда с экспериментальными данными для носика и пленки жидкости. Результаты расчета трения на стенке в пленке жидкости показали хорошую согласованность с экспериментальными данными.

Экспериментально [15] был выявлен факт «прилипания» неподвижного пузыря Тейлора к зонду даже при скоростях отпускного потока выше ($U = 0,15 - 0,3$ м/с, $Fr_{sh} = 0,345 - 0,69$), чем значение скорости всплытия одиночного снаряда. При данных расходах опускного течения носик снаряда больше заостряется и его форма становится схожа с формой носика у газовых снарядов, полученных при вынужденном течении для переходных чисел Рейнольдса [19].

Вышеизложенный обзор определил цель настоящей работы — осуществить комплексное экспериментально-расчетное исследование неподвижного газового снаряда при скоростях опускного потока от 0,15 до 0,3 м/с ($Fr_{sh} = 0,345 - 0,69$) в вертикальной трубе диаметром 20 мм, выполнить трехмерные расчеты методом VOF с применением нестационарной модели турбулентности $k-\omega$ SST, провести сравнение полученной в эксперименте формы газового снаряда с расчетной и изучить закономерности распределения напряжения трения на стенке.

2. Методика расчета и математическая модель

Авторы расчетной части ранее проводили численные исследование движения пузырей Тейлора [20 – 22] с помощью кода OpenFoam [23]. Развитие кластерных вычислений с использованием кода OpenFOAM позволяет вычислять движение пузырей Тейлора на сетках с количеством узлов, достигающим 10 миллионов ячеек и более. Например, в работе [24] проводилось исследование движения и процесса слияния двух снарядов

в восходящем течении. Расчеты выполнялись с помощью решателя *interFoam* кода *OpenFOAM*. Схожие расчетные решения *compressibleInterFoam* реализуются в представленной работе.

Численный подход, включая условия расчета, геометрию расчетной области, основные уравнения двухфазной среды, модель турбулентности, за исключением начальных и граничных условий, был подробно описан в работе [18]. В настоящем исследовании подробно рассматривается обтекание неподвижного пузыря Тейлора опускным потоком жидкости для скоростей $0,15 - 0,30$ м/с. Общая схема расчетной области представлена на рис. 1a. Данная область состоит из круглого цилиндра длиной $L = 250$ мм и диаметром $D = 20$ мм. Внутри канала устанавливался цилиндрический зонд длиной $l_1 = 65$ мм и диаметром $d_1 = 2$ мм, который заканчивался усеченным конусом длиной $l_1 = 5$ мм и диаметром $d_2 = 4$ мм. В расчетах использовалась мультиблочная радиальная сетка со сгущением около стенки (рис. 1b), с общим числом расчетных элементов 4,2 млн и минимальной шириной ячейки $2,9 \cdot 10^{-5}$ мм.

В начальный момент времени ($t = 0$) распределение фаз внутри расчетной области задавалось с учетом наличия газового снаряда, который состоял из цилиндра и двух полусфер (рис. 1a). Диаметр цилиндра и полусферы составлял $d_b = 9,5$ мм, длина снаряда l_b задавалась так, чтобы стационарная длина соответствовала средней длине пузыря, полученного в эксперименте, — 60 мм. Ускорение свободного падения g задавалось по направлению с потоком жидкости.

Для описания гидродинамики двухфазного потока использовалась система уравнений Навье–Стокса, состоящая соответственно из уравнений сохранения массы, импульса и энергии:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{U}) = 0, \quad (4)$$

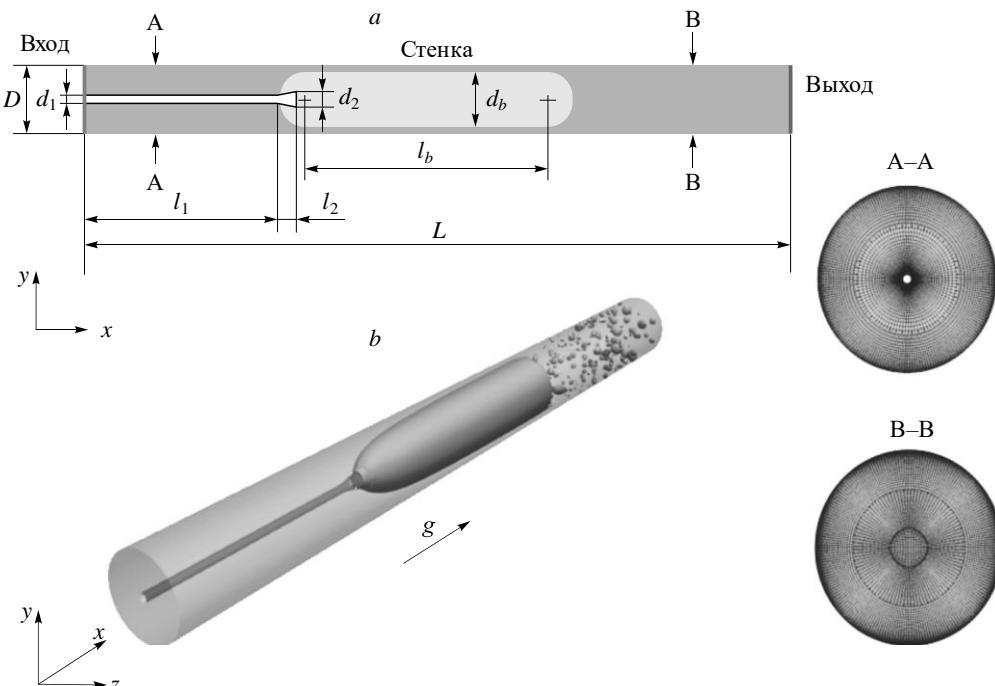


Рис. 1. Схема расчетной области (a), вид расчетной области (b), сечение сетки в разных плоскостях (c).

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{U} \rho \vec{U}) = -\nabla \left(p + \frac{2}{3} \mu_{\text{eff}} \nabla \cdot \vec{U} \right) + \left[\nabla \left(\mu_{\text{eff}} \nabla \cdot \vec{U} \right) + \left(\nabla \vec{U} \cdot \nabla \mu_{\text{eff}} \right) \right] + \rho \vec{g} + \vec{f}_s, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U} T) + \left(\frac{\alpha}{C_{V,\text{l}}} + \frac{1-\alpha}{C_{V,\text{g}}} \right) \left(\frac{\partial \rho K}{\partial t} + \nabla \left(\rho \vec{U} K \right) + \nabla \left(\vec{U} p \right) \right) = \nabla \alpha_{\text{eff}} \nabla T, \quad (6)$$

где \vec{U} — локальный вектор скорости, μ_{eff} — эффективная динамическая вязкость (сумма молекулярной и турбулентной вязкостей), p — давление, T — температура, ρ — плотность, α_{eff} — эффективная температуропроводность. Подробно уравнения были описаны в работе [18].

Сила поверхностного натяжения в уравнении (5) на границе раздела «жидкость — газ» определялась с помощью модели сплошной поверхности (CSF) [25] — $f_s = \sigma k_s n$, где σ — коэффициент поверхностного натяжения, k_s — кривизна свободной поверхности, которая определяется как дивергенция вектора нормали: $k_s = \nabla \cdot (\nabla \alpha / |\nabla \alpha|)$. Нормаль к свободной поверхности вычисляется как градиент объемной доли жидкой фазы в ячейке — $n = \nabla \alpha$, где α — объемная доля жидкой фазы.

Численное моделирование проводилось с использованием солвера compressible-InterFoam, предназначенного для двух сжимаемых, неизотермических, несмешивающихся жидкостей, с применением подхода захвата границы раздела фаз на основе метода VOF. Объемная доля жидкости в расчетной ячейке определяется функцией α как

$$\alpha(x, y, z, t) = \begin{cases} 1 & \text{(для жидкой фазы),} \\ 0 & \text{(для газа),} \\ 0 < \alpha < 1 & \text{(для межфазной границы).} \end{cases} \quad (7)$$

Теплофизические свойства двухфазной среды определяются как линейные комбинации свойств жидкой и газовой фаз:

$$\rho = \alpha \rho_l + (1 - \alpha) \rho_g, \quad (8)$$

$$\mu = \alpha \mu_l + (1 - \alpha) \mu_g, \quad (9)$$

где индексы l и g обозначают жидкую и газовую фазы соответственно. Свойства каждой фазы указаны в табл. 1.

Уравнение объемной доли жидкости двухфазного сжимаемого потока записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \vec{U}_l) + \nabla \cdot (\alpha (1-\alpha) \vec{U}_r) = \alpha (1-\alpha) \left(\frac{\psi_g}{\rho_g} - \frac{\psi_l}{\rho_l} \right) \frac{Dp}{Dt} + \alpha \nabla \cdot \vec{U}, \quad (10)$$

Таблица 1
Теплофизические свойства фаз

Параметры	Вода	Воздух
ρ , кг/м ³	999,2	1,206
μ , Па·с	$1,002 \cdot 10^{-2}$	$1,84 \cdot 10^{-5}$
c , м/с	1481	343
σ , Н/м		$72,74 \cdot 10^{-3}$

где $\vec{U}_r = \vec{U}_1 - \vec{U}_g$ — межфазная скорость, $\vec{U} = \alpha \vec{U}_1 + (1 - \alpha) \vec{U}_g$ — вектор скорости через скорости фаз, ψ_g , ψ_l — сжимаемость соответственно для газа и жидкости.

На входной границе расчетной области (см. рис. 1a) задавалось аналитическое решение для профиля скорости $U(r)$ в ламинарном приближении для кольцевого канала. Расчет проводился для четырех случаев, когда расходная скорость составляла 0,15, 0,20, 0,26, 0,30 м/с. Также на входе задавались условия: $\alpha = 1$, градиент давления $\partial p / \partial n = 0$, температура $T = 293,15$ К. На стенках канала и зонда ставились условия прилипания и непротекания, для канала — полная смачиваемость (контактный угол $\theta = 0^\circ$); для стенки зонда задавался контактный угол $\theta = 90^\circ$. На выходе из канала задавались градиент скорости $\partial U / \partial n = 0$, градиент объемного содержания жидкости $\partial \alpha / \partial n = 0$, градиент температуры $\partial T / \partial n = 0$, постоянное значение давления $p = 101315$ Па. Подробное математическое описание граничных условий с их реализацией в OpenFOAM [23] приведено в работе [18].

Границное условие для турбулентной кинетической энергии k [$\text{м}^2/\text{с}^2$] на входе определялось из расчета по согласованию значения трения на стенке трубы в зоне однородного участка. Значения подбирались отдельно для каждого случая в зависимости от скорости потока жидкости на этой же границе. На стенках канала и зонда значение вычислялось с помощью пристенных функций.

Для связи скорости и давления применялся алгоритм PIMPLE. Моделирование проводилось с использованием неявной временной схемы Эйлера с таким шагом по времени, чтобы максимальное значение числа Куранта не превышало 0,25.

Для расчета турбулентной вязкости использовалась модель $k-\omega$ SST [26], которая сочетает в себе преимущества модели турбулентности $k-\varepsilon$ для набегающего потока и стандартной модели турбулентности $k-\omega$ Уилкокса [27] для течения в пограничном слое.

Для определения кинетической энергии турбулентности k , удельной скорости диссипации энергии турбулентности ω в модели $k-\omega$ SST использовались следующие уравнения:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = P_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k(F_1) \cdot \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right], \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \omega)}{\partial x_i} = & \alpha(F_1) \cdot \rho S^2 - \beta(F_1) \cdot \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_\omega(F_1) \cdot \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + \\ & + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \cdot \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_i}. \end{aligned} \quad (12)$$

Все эмпирические константы модели $k-\omega$ SST вычисляются из уравнения $\Phi(F_1) = \Phi_1 F_1 + \Phi_2(1 - F_1)$ с использованием функции F_1 и имеют следующие значения: $\beta = 0,09$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 3/40$, $\sigma_{k1} = 0,85$, $\sigma_{\omega 1} = 0,5$, $\alpha_2 = 0,44$, $\beta_2 = 0,0828$, $\sigma_{k2} = 1$, $\sigma_{\omega 2} = 0,856$. Функции смешивания F_1 и F_2 имеют вид:

$$F_1 = \tanh \left(\left(\min \left[\max \left[\frac{\sqrt{k}}{\beta^* y \omega}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right], \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} \cdot k}{CD_{k \omega} \cdot y^2} \right] \right)^4 \right), \quad (13)$$

$$CD_{k \omega} = \max \left[2 \rho \sigma_{\omega 2} \cdot \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right], \quad (14)$$

где y — расстояние от каждой расчетной ячейки до ближайшей стенки. Функция F_1 равна нулю вдали от поверхности (работает модель $k-\varepsilon$) и переключается на единицу внутри пограничного слоя (работает модель $k-\omega$).

Турбулентная вихревая вязкость определяется следующим образом:

$$\mu_t = \frac{\rho \alpha_1 k}{\max[\alpha_1 \cdot \omega, SF_2]}, \quad (15)$$

где S — инвариантная мера скорости деформации, а F_2 — вторая функция смешивания, определяемая как

$$F_2 = \tanh \left(\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* y \omega}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right)^2 \right). \quad (16)$$

Скорость генерации турбулентной энергии за счет энергии осредненного поля записывается в виде:

$$P_k = \mu_t S^2, \quad (17)$$

где S определяется как

$$S = \sqrt{\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)}. \quad (18)$$

3. Экспериментальная установка и методика измерений

Эксперименты проводились в циркуляционном контуре (рис. 2). Подача жидкости из бака 1 осуществлялась с помощью центробежного насоса Grundfos CHI-440 2. В качестве рабочей жидкости применялся стандартный ферро-феррицианидный электрохими-

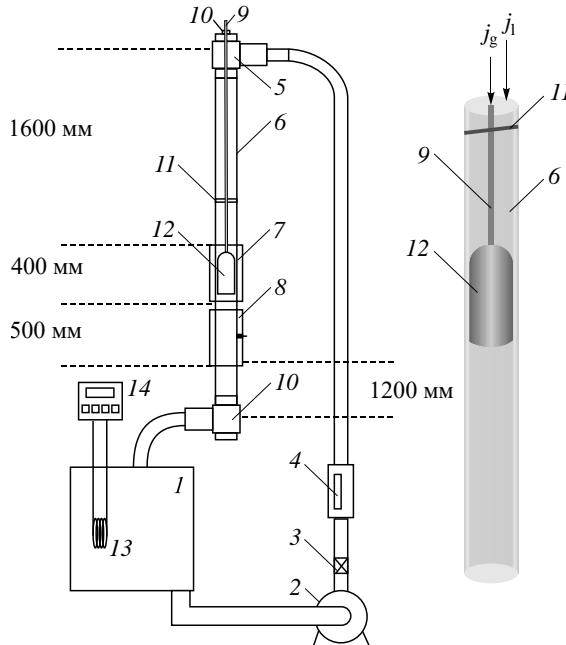


Рис. 2. Схема экспериментальной установки.

1 — бак, 2 — центробежный насос, 3 — регулирующий вентиль, 4 — расходомер, 5 — коллектор, 6 — труба рабочей области, 7 — оптический рабочий участок, 8 — рабочий участок, 9 — зонд-трубка, 10 — входной и выходной штуцер, 11 — центрирующий держатель зонда, 12 — пузыри Тейлора, 13 — теплообменник термостата, 14 — блок регулировки термостата, j_g — расход газа, j_l — расход жидкости.

ческий раствор [28, 29]. Температура рабочей жидкости поддерживалась постоянной с помощью автоматической системы термостабилизации в пределах $25 \pm 0,2$ °С. Физические параметры жидкости при измерениях были эквивалентны таковым для воды. Управление расходом несущей фазы осуществлялось с помощью системы вентиляй и предварительно проградуированного весовым методом расходомера. Через коллектор 5 рабочая жидкость поступала в верхнюю часть вертикальной трубы с внутренним диаметром 20 мм. Таким образом был организован опускной поток жидкости. Входной участок 6 длиной 1600 мм был выполнен из нержавеющей стали. Далее следовал участок, предназначенный для визуализации течения (здесь производились фото- и видеосъемка течения), представляющий собой кварцевую трубу, которая для снижения оптических искажений была заключена в прозрачный корпус с квадратным сечением и заполнена иммерсионной жидкостью 7.

Ниже по потоку размещался рабочий участок для измерения напряжения трения на стенке трубы 8. Он был изготовлен из оргстеклянного блока, посредине которого было просверлено отверстие диаметром 20 мм. Все поверхности были отполированы до прозрачного состояния, что позволяло точно установить длину и позицию стационарного газового пузыря, устройство для создания которого показано на рис. 2. Воздух подавался в вертикальную трубку 9 с внешним диаметром 1,5 мм. Нижняя часть трубы располагалась в потоке жидкости по оси основной трубы, а верхняя выходила наружу установки. Герметизация осуществлялась при помощи штуцера 10, который обеспечивал вертикальное перемещение трубы. К нижнему концу трубы крепилась фторопластовая насадка, имеющая коническую форму, с отверстием для выхода газа. При подаче газа в трубку под поверхностью насадки наблюдалось образование газового пузыря. В определенном диапазоне скоростей опускного течения жидкости в рабочем участке происходило формирование стационарного газового снаряда 12, носик которого располагался в точке ввода газа на нижнем торце насадки.

Напряжение трения на стенке измерялось электродиффузионным методом [28, 30, 31]. В измерительный блок были вклеены заподлицо со стенкой два электрохимических датчика напряжения трения на стенке. Усиленные сигналы датчиков с помощью инструментальной платы L-Card E440 записывались в память компьютера. До и после проведения экспериментальных исследований в двухфазном потоке производилась калибровка датчиков при течении однофазного потока в трубе с помощью формулы Блазиуса. Оценка влияния тефлонового сопла на касательное напряжение стенки в однофазном потоке была выполнена ранее в работе [32]. Неопределенность измерений составляла 3 и 7 % для длины снарядов и напряжения трения на стенке трубы соответственно.

4. Результаты и обсуждение

Экспериментальные фотографии неподвижного пузыря Тейлора при значениях расходной скорости жидкости $U = 0,15, 0,20, 0,26, 0,30$ м/с ($Fr_{sh} = 0,345, 0,4515, 0,5869, 0,69$) представлены соответственно на изображениях 1, 2, 3, 4 ($Re = 3000, 4000, 5200, 6000$) рисунка 3а. При увеличении расхода опускного течения носик газового снаряда все более заостряется. Форма становится схожей с формой носика газовых снарядов, полученных при вынужденном течении для переходных чисел Рейнольдса [19]. Вблизи носа пузыря Тейлора происходит колебание его формы с небольшой амплитудой. На рис. 3б показана расчетная поверхность газовых снарядов, полученная при тех же условиях, что и в эксперименте. В ходе моделирования был проведен расчет для начального снаряда

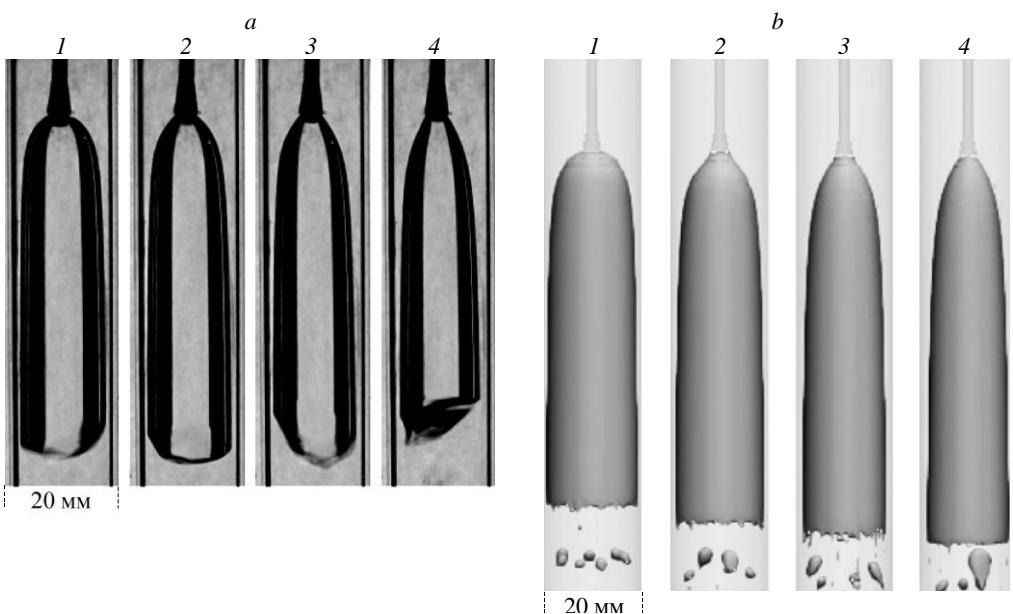


Рис. 3. Расчетная (а) и экспериментальная (б) формы межфазной поверхности для скоростей опускного потока U : 0,15 (1), 0,20 (2), 0,26 (3), 0,30 (4) м/с.

длиной $l_b = 68$ мм для скорости течения 0,15 м/с. При увеличении скорости l_b также увеличивалась и составила 72, 76, 79 мм для скоростей жидкости 0,20, 0,26, 0,30 м/с соответственно. Расчетная межфазная поверхность строилась по объемной доле жидкости $\alpha = 0,5$. Одно из отличий моделируемого газового снаряда от экспериментального заключается в форме его донышка. В экспериментах донышко газового снаряда неустойчиво, есть плавный загиб боковой поверхности снаряда к донышку. По описанию в расчете донышко вогнуто внутрь снаряда, край между донышком и боковой поверхностью газового снаряда острый с мелкими волнами, которые генерируют пузыри. Это различие может быть связано либо с подходом для расчета турбулентности при моделировании, либо с использованием в эксперименте жидкости, отличной от дистиллированной воды.

При проведении экспериментов наблюдалось образование пузырей в следе за газовым снарядом. Фотофиксация газового снаряда в эксперименте производилась в такие моменты времени, когда пузыри находились далеко от донышка снаряда внизу по течению. Также съемка производилась в начальный момент времени после формирования газового снаряда, когда в следе снаряда практически не было пузырей. Одна из целей фотофиксации заключалась в исследовании деформации формы донышка газового снаряда. При больших скоростях нисходящего потока пузыри отрываются от снаряда интенсивнее, поэтому получить фотографию одиночного газового снаряда сложнее. Это явилось основной причиной различия длин газовых снарядов, запечатленных на фотографиях, приведенных на рис. 3, т.к. подобрать снаряды одинаковой длины без мелких пузырей в области донышка — практически неосуществимая задача.

Анализ эксперимента показал, что при обтекании жидкостью газового снаряда скорость потока соответствует переходному и развитому турбулентному режимам течения ($Re = 3000, 4000, 5200, 6000$). Численное решение данной задачи невозможно в ламинарной постановке без применения моделей турбулентности. Использование модели турбулентности $k-\omega$ SST позволяет вычислить дополнительную турбулентную диссиацию, которая существенно стабилизирует поток в пленке жидкости как в однофазной

области жидкости перед газовым снарядом, так и в потоке жидкости за снарядом. На рис. 4 для неподвижного пузыря Тейлора длиной 68 мм представлена расчетная трехмерная межфазная поверхность и распределение параметров в поперечном сечении. Слева направо на рисунке представлены: объемное содержание жидкости α , модуль скорости $|\vec{U}|$, локальное число Рейнольдса Re^* . Распределение локального числа Рейнольдса вычислялось по формуле $Re^* = (L|\vec{U}|)/\nu$, где L — характерный размер течения, $|\vec{U}|$ — модуль скорости, ν — кинематическая вязкость среды. Характерный размер течения выбирался в зависимости от области течения. В области однофазного течения жидкости перед снарядом величина $L = 2R - 2r = 18$ мм определялась гидравлическим диаметром для кольцевого зазора между зондом и стенкой трубы. В пленке жидкости вокруг снаряда характерный размер течения L равнялся локальной толщине пленки. Внутри снаряда и за снарядом L был равен диаметру трубы: $L = 2R = 20$ мм.

Распределение α на рис. 4 дополнено линиями тока. Наличие замкнутых контуров линий тока внутри газового снаряда и за ним указывает на возникновение тороидальных вихрей. Линии тока входящего потока полностью обтекают газовый снаряд. Происходит сгущение линий тока в пленке жидкости, которое свидетельствует об увеличении скорости. Картина распределений модуля скорости показывает, что максимальная скорость в кольцевом зазоре перед газовым снарядом не превышает 0,16 м/с, а перед донышком она составляет 0,8 м/с. В жидкой пробке формируется зона смешения кольцевой струи, находящейся около стенки трубы, и тороидального вихря, который формируется за снарядом.

Максимальное локальное число Рейнольдса Re^* в кольцевом канале перед газовым снарядом превышало 3000. В пленке жидкости оно упало до 1000, за снарядом в зоне кольцевой струи указанное число составляло более 10000. Внутри газового снаряда

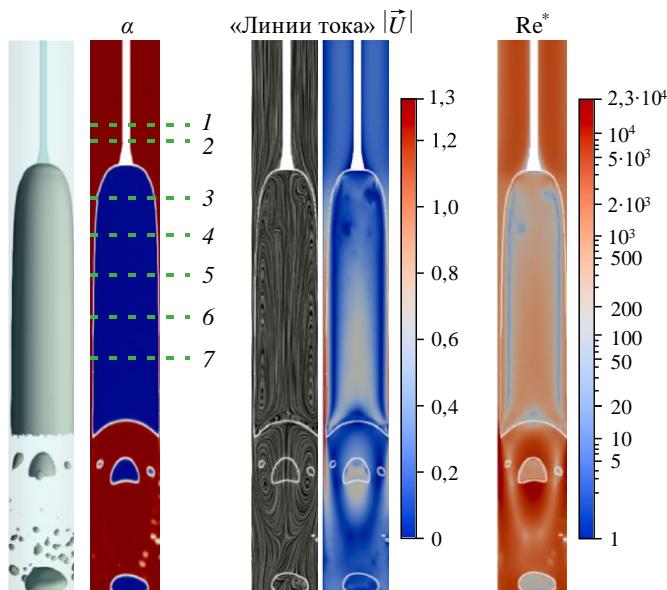


Рис. 4. Расчетная межфазная поверхность и распределение параметров в поперечном сечении для газового снаряда длиной 60 мм.

α — объемное содержание жидкости, $|\vec{U}|$ — модуль скорости [м/с],
 Re^* — локальное число Рейнольдса, координата радиальных профилей для параметров: $x = -10$ (1), -5 (2), 10 (3), 20 (4), 30 (5), 40 (6), 50 (7) мм.

максимальное локальное число Рейнольдса было на уровне 600. Число Рейнольдса в вихре, который находится за снарядом, превышало 4000. Значения чисел Рейнольдса в жидкости показывают, что перед газовым снарядом реализуется развитый режим турбулентности, в пленке также формируется развитый турбулентный режим ($Re^* > 400$ [33] для пленок жидкости), за снарядом развитая турбулентность составляет $Re^* > 4000$. Внутри снаряда газ течет в ламинарном режиме течения ($Re^* \leq 600$).

Рассмотрим детально изменение модуля скорости в зависимости от радиальной координаты (рис. 5–8). Профили величин получены в радиальных сечениях для различных скоростей опускного потока жидкости. Место сечений указано штриховыми линиями 1–7 на рис. 4 на распределении α и соответствуют $-10, -5, 0, 10, 20, 30, 40, 50$ мм, где координата сечения 0 — начало носика снаряда. При рассмотрении модуля скорости $|\vec{U}|$ в сечениях 1–7 выявлено, что модуль скорости мало отличается от модуля компоненты U_x скорости. Координата $r = 0$ соответствует оси трубы, а $r = 10$ мм — внешней стенке. Рисунок 5 показывает, что для линий 1, 2 (координата $x = -10, -5$ мм до носика газового снаряда) происходит перестройка профиля скорости вследствие турбулентности. Профиль становится равномерным, основное изменение скорости наблюдается около стенок трубы и зонда. Следующие профили — 3–7 — построены в области снаряда. Символами на рисунках указана граница межфазной поверхности. Так, профиль скорости в жидкой пленке, носящий турбулентный характер, можно наблюдать между линией в виде точек и координатой $r = 10$ мм. Присутствует также равномерная часть профиля, где скорость почти не меняется и наблюдается быстрый спад скорости у стенки. Основная скорость потока в пленке увеличивается при уменьшении толщины пленки (линии 3–7). В газовом снаряде существует тороидальный вихрь, поэтому максимальная скорость газа находится на межфазной границе и на оси трубы. Скорость газа около оси трубы изменяется не сильно и лежит в пределах 0,25–0,65 м/с.

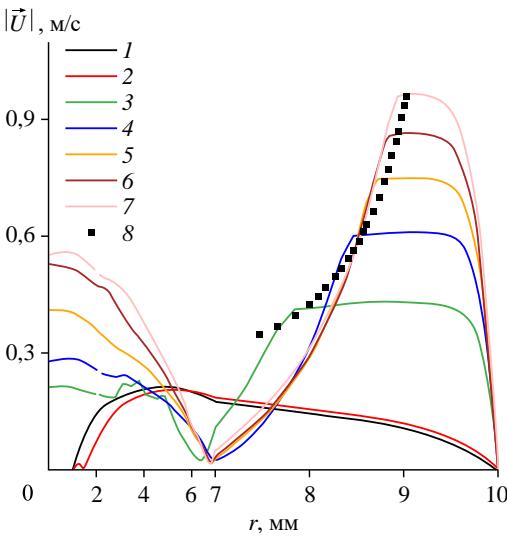


Рис. 5. Профиль модуля скорости $|\vec{U}|$, построенный по радиусу канала в разных сечениях для скорости опускного потока 0,15 м/с.
Сечения: $x = -10$ (1), -5 (2), 0 (3), 10 (4), 20 (5), 30 (6), 50 (7) мм.

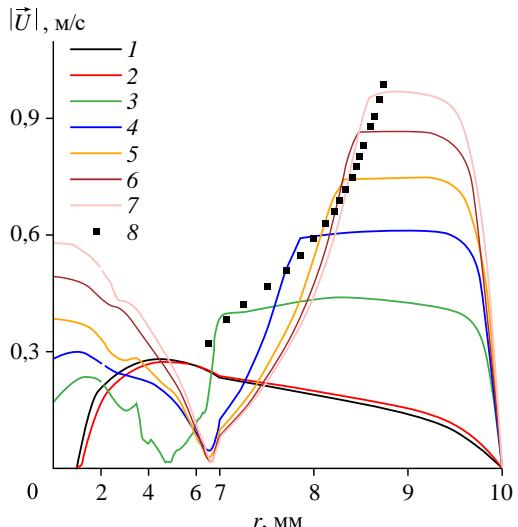


Рис. 6. Профиль модуля скорости $|\vec{U}|$, построенный по радиусу канала в разных сечениях для скорости опускного потока 0,20 м/с.
Обозначения см. на рис. 5.

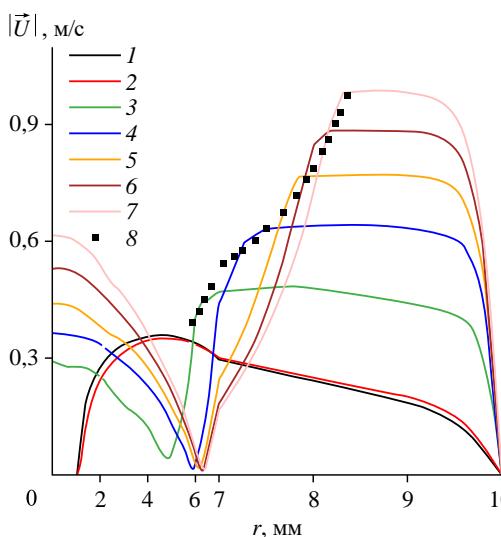


Рис. 7. Профиль модуля скорости $|\vec{U}|$, построенный по радиусу канала в разных сечениях для скорости опускного потока 0,26 м/с.
Обозначения см. на рис. 5.

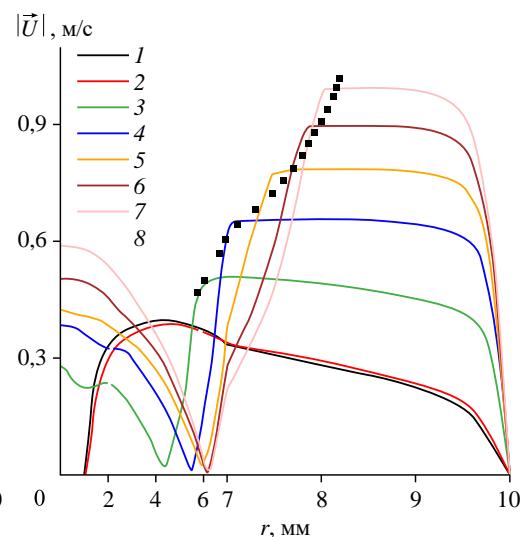


Рис. 8. Профиль модуля скорости $|\vec{U}|$, построенный по радиусу канала в разных сечениях для скорости опускного потока 0,30 м/с.
Обозначения см. на рис. 5.

На рис. 9 представлено расчетное распределение трения жидкости в пленке, вычисленное следующим образом:

$$\tau(h) = [\mu + \mu_t(h)] \frac{\partial U_x(h)}{\partial h}, \quad (19)$$

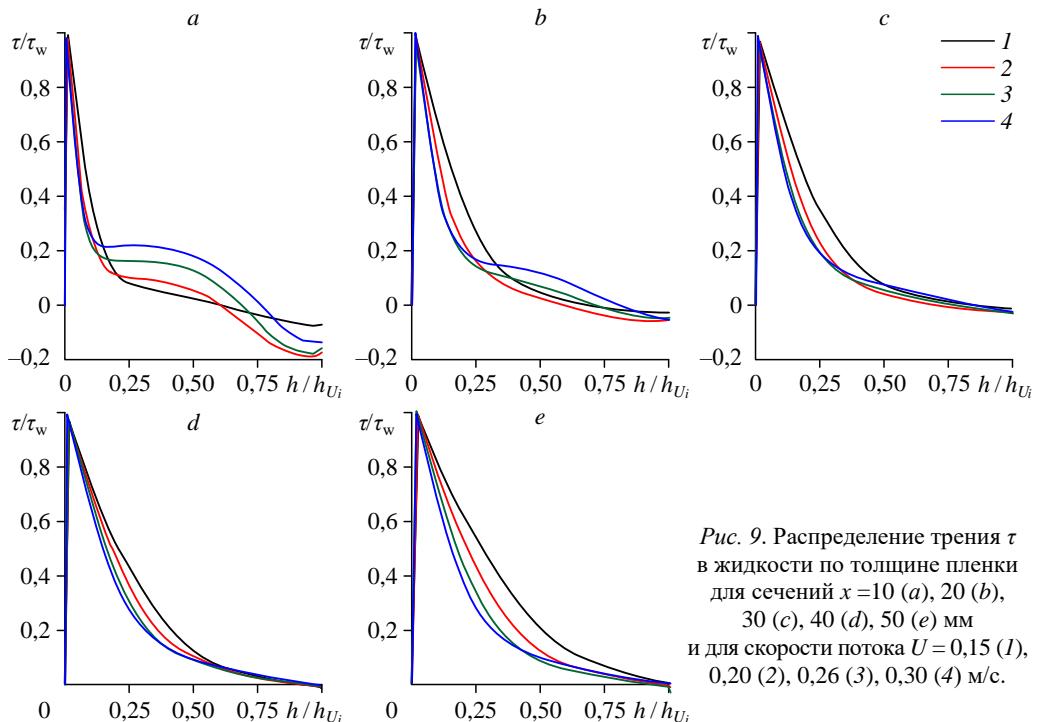


Рис. 9. Распределение трения τ в жидкости по толщине пленки для сечений $x = 10$ (а), 20 (б), 30 (с), 40 (д), 50 (е) мм и для скорости потока $U = 0,15$ (1), 0,20 (2), 0,26 (3), 0,30 (4) м/с.

Таблица 2

Значение трения на стенке τ_w и толщина пленки h_{Ui} для разных сечений

	$x = 10$ мм	$x = 20$ мм	$x = 30$ мм	$x = 40$ мм	$x = 50$ мм
τ_w , Па	2,31	2,96	3,45	3,8	4,0
h_{U1} , м	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$1,25 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-3}$
h_{U2} , м	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$1,75 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
h_{U3} , м	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$1,75 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
h_{U4} , м	$3,7 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$

где h — координата от стенки канала вглубь пленки. На стенке канала ($h = 0$ мм) трение в жидкости будет равно трению на стенке $\tau(0$ мм) = τ_w , так как $\mu \gg \mu_t$. На межфазной границе ($h = h_{Ui}(x)$) трение в пленке жидкости определяется межфазным трением.

Каждая линия на графиках рис. 9 была обезразмерена на величину трения на стенке τ_w и на локальную толщину пленки $h_{Ui}(x)$. В табл. 2 представлены значения τ_w и h_{Ui} для пяти сечений и разных начальных скоростей потока. Можно заметить, что трение $\tau(h = h_{Ui}(x))$ на межфазной поверхности в начале пузыря Тейлора ($x = 10, 20, 30$ мм)

имеет отрицательные значения. Но так как нормаль к межфазной поверхности направлена против h , то отрицательные значения трения показывают торможение жидкости. Таким образом, газ внутри пузыря тормозит жидкость. Амплитуда трения на межфазной границе уменьшается с увеличением расстояния. В сечениях $x = 40, 50$ мм трение τ на межфазной поверхности близко нулю. Также можно заметить, что трение внутри пленки $\tau(h = [0,25 \div 0,75]h_{Ui}(x))$ больше в сечениях ($x = 10, 20$ мм), что связано с перестройкой кольцевого однофазного течения в течение жидкой пленки вокруг снаряда в трубе. Многогранность и сложность течения пленки жидкости с сопряженной межфазной поверхностью пузыря Тейлора требует отдельной расчетно-аналитической работы.

В ходе численного моделирования также был получен профиль трения на стенке в области вблизи носика пузыря Тейлора в зависимости от скорости опускного потока жидкости для значений скоростей потока $U = 0,15, 0,20, 0,26, 0,30$ м/с ($Fr_{sh} = 0,345, 0,4515, 0,5869, 0,69$). Величина трения на стенке определялась по формуле $\tau_w = \mu[\partial U_x / \partial h]$, которая по сути является предельным значением формулы (19). На рис. 10 символами показаны экспериментальные данные, а линиями — данные, соответствующие численной модели. Экспериментальные результаты получены для снаряда длиной 60 мм, а расчетные результаты для $l_b = 68, 72, 76$ и 79 мм для скорости жидкости $U = 0,15, 0,20, 0,26, 0,30$ м/с соответственно.

На рисунках 10, 11 точка $x = 0$ определяет местоположение начала носика газового снаряда. В области до пузыря Тейлора ($x < 0$) расчетное трение вычислялось так, чтобы было хорошее совпадение с результатами эксперимента при вариации входного значения k . Значение трения в начальном потоке определяется заданной изначально скоростью. Видно, что в области после носика ($x > 10$), значение τ_w не зависит от скорости опускного потока жидкости и выходит на постоянное значение.

Сравнение толщин пленки жидкости, полученных экспериментально и численно, показало их хорошее соответствие (рис. 11). Также видно, что пузырь Тейлора, полученный

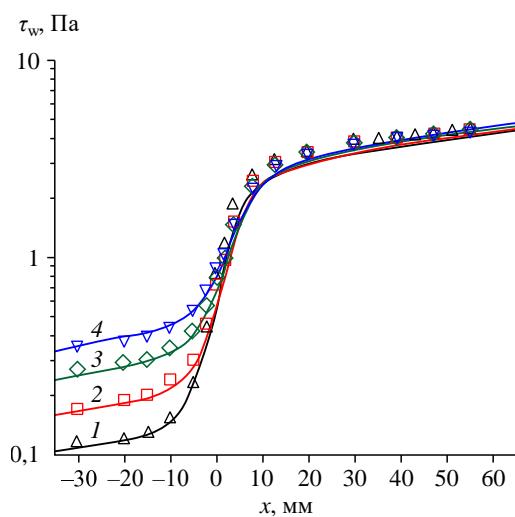


Рис. 10. Профиль трения на стенке для скорости опускного потока жидкости $U = 0,15$ (1), $0,20$ (2), $0,26$ (3), $0,3$ (4) м/с. Символы — результаты эксперимента, линии — результаты расчетов.

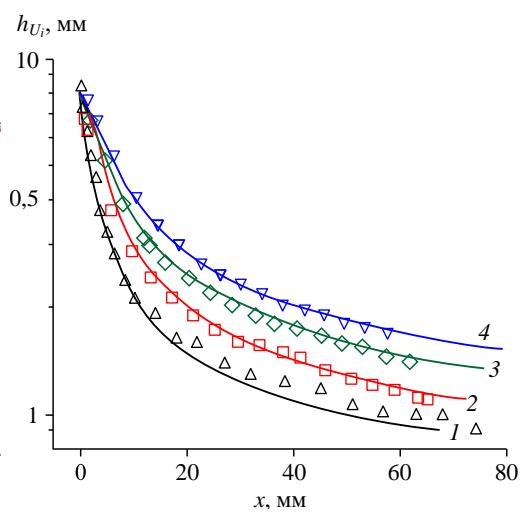


Рис. 11. Распределение толщины пленки жидкости вдоль пузыря Тейлора для скорости опускного потока. Символы — данные эксперимента, линии — результаты расчетов.

с помощью численного моделирования, немного длиннее экспериментального, это связано с тем, что в процессе увеличения скорости опускного потока он начинает вытягиваться. В эксперименте длина пузыря Тейлора устанавливалась от 60 до 75 мм.

Выводы

Проведено расчетно-экспериментальное исследование гидродинамики течения для неподвижного газового снаряда при скоростях опускного потока жидкости $U = 0,15, 0,20, 0,26, 0,30$ м/с для диаметра трубы 20 мм (корабельное число Фруда $Fr_{sh} = 0,345, 0,4515, 0,5869, 0,69$ соответственно).

Анализ литературы показал, что зависание газового снаряда в трубе диаметром 20 мм происходит при скорости опускного потока $U \approx 0,315\sqrt{gD}$ ($Fr_{sh} = 0,315$), что меньше скорости всплытия газового снаряда в стоячей жидкости $V_b = 0,345\sqrt{gD}$ ($Fr_{sh} = 0,345$).

Экспериментально определено, что неподвижный газовый снаряд устойчив при наличии зонда-инжектора, который находится на оси трубы в опускном потоке жидкости, при этом максимальная скорость потока составляет $U = 0,30$ м/с ($Fr_{sh} = 0,69$ соответственно).

Выполнено трехмерное численное моделирование неподвижного газового снаряда с помощью открытого программного кода OpenFOAM с использованием метода VOF и модели турбулентности $k-\omega$ SST на расчетных сетках до $4,2 \cdot 10^6$ ячеек. Проведено численное исследование структуры течения в пленке, показано распределение скорости и трения по толщине пленки.

С помощью электродиффузационного метода измерено напряжение трения на стенке перед газовым снарядом и в пленке жидкости. Показано, что напряжение трения на стенке в жидкой пленке вокруг пузыря Тейлора зависит от расстояния до носика пузыря и не зависит от его длины и скорости жидкости. Расчеты подтвердили данную зависимость.

Осуществлена фотофиксация формы неподвижного пузыря Тейлора. Выполнено сравнение толщины пленки жидкости вокруг пузыря Тейлора в эксперименте и расчете. Показано хорошее согласование расчетной и экспериментальной форм газовых снарядов.

В ряде производственных процессов вероятно образование крупных стационарных газовых снарядов, обтекаемых нисходящим потоком жидкости [13 – 15, 18]. Понимание физики процесса обтекания газовых снарядов и верификация численного моделирования экспериментально позволили понять закономерности распределения толщины пленки жидкости и напряжения трения на стенке. В дальнейшем представленная работа позволит рассчитать сопряженные процессы тепло- и массообмена, определить гидравлическое сопротивление стационарных пузырей в сложной геометрии.

Список литературы

1. Collins R., de Moraes F.F., Davidson J.F., Harrison D. The motion of a large gas bubble rising through liquid flowing in a tube // J. Fluid Mech. 1978. Vol. 89, Pt 3. P. 497–514.
2. Уоллис, Грэхэм Б. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972. 440 с.
3. Usui K., Sato K. Vertically downward two-phase flow. Pt. 1. Void distribution and average void fraction // J. Nuclear Sci. and Technology. 1989. Vol. 26, No. 7. P. 670–680.
4. Fabre J., Figueiroa-Espinoza B. Taylor bubble rising in a vertical pipe against laminar or turbulent downward flow: symmetric to asymmetric shape transition // J. Fluid Mechanics. 2014. Vol 755. P. 485–502.
5. Lu X., Prosperetti A. Axial stability of Taylor bubbles // J. of Fluid Mech. 2006. Vol. 568. P. 173–192.
6. Figueiroa-Espinoza B., Fabre J. Taylor bubble moving in a flowing liquid in vertical channel: transition from symmetric to asymmetric shape // J. Fluid Mech. 2011. Vol. 679. P. 432–454.
7. Abubakar H.A. Taylor bubble rise in circular tubes: steady-states and linear stability analysis. 2019. 202 p.
8. Kren J., Zajec B., Tiselj I., El S.S., Perne Ž., Tekavčič M., Mikuž B. Dynamics of Taylor bubble interface in vertical turbulent counter-current flow // Int. J. of Multiphase Flow. 2023. Vol. 165. P. 104482-1–104482-20.
9. Wang X., Zhang J., Chen Y., Kuai Z. Numerical study of rising Taylor bubbles driven by buoyancy and additional pressure // Intern. J. Multiphase Flow. 2023. Vol. 159. P. 104309-1–104309-12.
10. Bacon R.P., Scott D.M., Thorpe R.B. Large bubbles attached to spargers in downwards two-phase flow // Intern. J. Multiphase Flow. 1995. Vol. 21, No. 5. P. 949–959.
11. Delfos R., Wisse C.J., Oliemans R.V.A. Measurement of air-entrainment from a stationary Taylor bubble in a vertical tube // Intern. J. Multiphase Flow. 2001. Vol. 27, No. 10. P. 1769–1787.
12. Kockx J.P., Nieuwstadt F.T.M., Oliemans R.V.A., Delfos R. Gas entrainment by a liquid film falling around a stationary Taylor bubble in a vertical tube // Intern. J. Multiphase Flow. 2005. Vol. 31, No. 1. P. 1–24.
13. Кашинский О.Н., Курдюмов А.С., Лобанов П.Д. Трение на стенке при обтекании стационарного газового снаряда опускным потоком жидкости // Термофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 1. С. 93–98
14. Кашинский О.Н., Курдюмов А.С., Лобанов П.Д. Возмущение нисходящего потока жидкости стационарным газовым снарядом // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. №. 4. С. 88–96.
15. Лобанов П.Д. Экспериментальное моделирование локальной гидродинамики и теплообмена в элементах ядерных энергетических установок: дис. ... докт. техн. наук. Новосибирск. 2021. 237 с.
16. Гузей Д.В., Минаков А.В., Пряжников М.И., Дектерев А.А., Численное моделирование газожидкостных потоков в мини- и микроканалах // Термофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 1. С. 61–72.
17. Минаков А.В. Изучение многофазных потоков в микроканалах и теплофизических характеристиках наножидкостей: дис. ... докт. физ.-мат. наук, Красноярск. 2021. 368 с.
18. Алексеев М.В., Лукьянов А.Н.А., Численное моделирование неподвижного газового снаряда Тейлора // Термофизика и аэромеханика. 2023. Т. 30, № 2. С. 293–307.
19. Накоряков В.Е., Тимкин Л.С., Горелик Р.С. Экспериментальное исследование трения тейлоровского пузыря в восходящем течении в вертикальной трубе // Термофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18, № 2. С. 293–304.
20. Vozhakov I.S., Lukyanov An.A., Kochkin D.Yu., Ronshin F.V. Experimental and numerical study of Taylor flow in a square minichannel // Physics Fluids. 2022. Vol. 34, No. 12. P. 122103-1–122103-13.
21. Alekseev M., Lukyanov A., Vozhakov I.S. Numerical simulation of a Taylor bubble in a heated tube // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2023. Vol. 11, No. 2. P. 65–79.
22. Alekseev M.V., Vozhakov I.S. 3D numerical simulation of hydrodynamics and heat transfer in the Taylor flow // J. Eng. Thermophysics. 2022. Vol. 31, No. 2. P. 299–308.

23. Greenshields C. OpenFOAM v9 User Guide // The OpenFOAM Foundation: London, UK. 2021. 241 p.
24. Shaban H., Tavoularis S. Detached eddy simulations of rising Taylor bubbles // Intern. J. Multiphase Flow. 2018. Vol. 107. P. 289–300.
25. Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C. A continuum method for modeling surface tension // J. of Computational Physics. 1992. Vol. 100, No. 2. P. 335–354.
26. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Turbulence, Heat and Mass Transfer. 2003. Vol. 4, No. 1. P. 625–632.
27. Wilcox D.C. Simulation of transition with a two-equation turbulence model // AIAA J. 1994. Vol. 32, No. 2. P. 247–255.
28. Nakoryakov V.E., Kashinsky O.N., Petukhov A.V., Gorelik R.S. Study of local hydrodynamic characteristics of upward slug flow // Experiments in Fluids. 1989. Vol. 7, No. 8. P. 560–566.
29. Nakoryakov V.E., Kashinsky O.N., Kozmenko B.K. Experimental study of gas-liquid slug flow in a small-diameter vertical pipe // Intern. J. Multiphase Flow. 1986. Vol. 12, No. 3. P. 337–355.
30. Прибатурина Н.А., Лобанов П.Д., Рандин, В.В., Кашинский О.Н., Воробьев М.А., Волков С.М. Экспериментальное исследование напряжения трения при течении жидкости в модели ТВС // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 6. С. 869–874.
31. Кашинский О.Н., Курдюмов А.С. Трение на стенке при движении газовых снарядов в кольцевом канале // Теплофизика и аэромеханика. 2021. Т. 28, № 2. С. 265–269.
32. Kashinskii O.N., Kurdyumov A.S., Lobanov P.D. Perturbation of a downward liquid flow by a stationary gas slug // Fluid Dynamics. 2010. Vol. 45, No. 4. P. 591–598.
33. Алексеенко С.В., Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г. Волновое течение пленок жидкости. Новосибирск: Наука, 1992. 255 с.

Статья поступила в редакцию 16 мая 2023 г.,
после доработки — 12 июля 2023 г.,
принята к публикации 17 августа 2023 г.