

ОБ ОДНОМ ПАРАМЕТРЕ УПРОЧНЕНИЯ

Н. С. Вилесова, В. С. Наместников

(Новосибирск)

Недавно Ю. Н. Работновым [1, 2] было выдвинуто предположение, что скорость ползучести \dot{p} определяется текущим значением напряжения σ и некоторым количеством параметров q^s

$$\dot{p} = \Phi(\sigma, q^s) \tag{1}$$

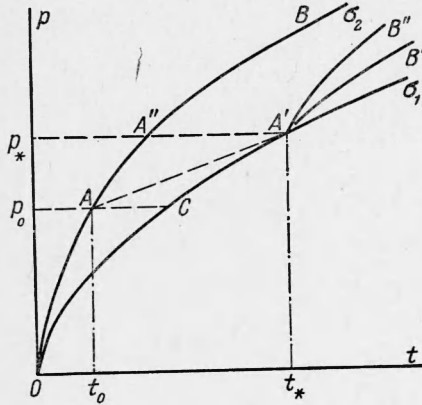
причем считалось, что

$$dq^s = a^s dp + b^s d\sigma + c^s dt + d^s dT$$

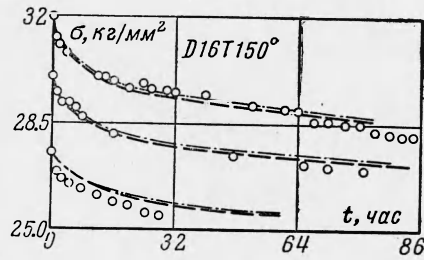
где a^s, b^s, c^s и d^s -- функции напряжения σ , деформации ползучести p , времени t и температуры T .

Если в соотношении (1) будет входить только один параметр, $dq = dp$, то оно сводится к обычной гипотезе упрочнения.

Случай, когда в соотношении (1) присутствуют параметры $dq^1 = dp, dq^2 = p d\sigma$,



Фиг. 1



Фиг. 2

изучался в работе [3]. При этом удалось учесть наблюдаемые систематические отклонения гипотезы упрочнения от опытных данных [4].

Ниже приводятся результаты изучения на основе другого простейшего предположения, что

$$\dot{p} = \Phi(\sigma, q) \quad \left(q = \int \sigma dp \right) \tag{2}$$

Известно [4, 5], что хорошую аппроксимацию гипотезы упрочнения дает соотношение

$$\dot{p} p^\alpha = k \sigma^n \tag{3}$$

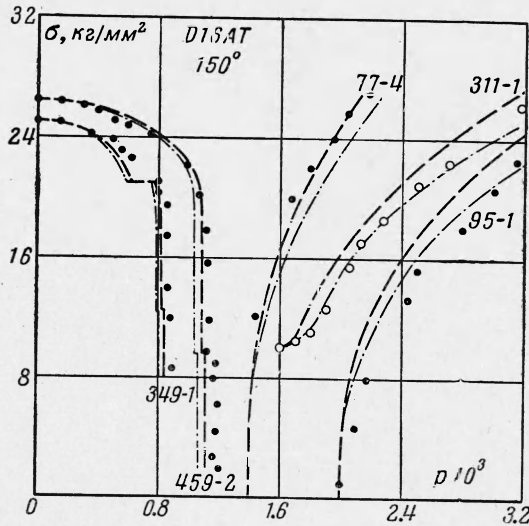
Следовательно, (2) можно принять в виде

$$\dot{p} q^\alpha = k \sigma^{n+\alpha} \tag{4}$$

При $\sigma = \text{const}, q = \sigma p$ из (4) непосредственно следует (3). Значит, постоянные в уравнениях (3) и (4) одни и те же.

Рассмотрим следующий опыт. Образец ползет при постоянном напряжении σ_1 в течение времени t_* , при этом накапливается деформация p_* . В момент t_* напряжение внезапно увеличивается до σ_2 , и испытание продолжается (фиг. 1).

Чтобы получить кривую последующего поведения по гипотезе упрочнения, нужно отрезок $A''B$ кривой σ_2 переместить поступательно так, чтобы точка A'' совпала с точкой A' (получим отрезок $A'B'$), по гипотезе же (2), как нетрудно показать [4], нужно отрезок AB переместить поступательно до совпадения точек A и A' (получим отрезок $A'B''$). Точка A нахо-



Фиг. 3

дится из условия $p_0 = p_s \sigma_1 / \sigma_2$. Следовательно, кривая, соответствующая гипотезе (2), располагается выше кривой, построенной по гипотезе упрочнения, и, по-видимому, должна лучше соответствовать опыту.

Если напряжение снижается мгновенно с величины σ_2 до σ_1 , то нетрудно убедиться, что кривая после разгрузки по соотношению (2) располагается ниже кривой, соответствующей гипотезе упрочнения. Сопоставим гипотезу (2) с имеющимися опытными данными [4, 5], в дальнейшем будем ее применять в виде (4).

При ступенчато изменяющемся напряжении на i -й ступени, интегрируя (4) при условиях

$$\sigma = \sigma_i = \text{const} \quad \text{при } t \geq t_{i0}, \quad p = p_{i0} \quad \text{при } t = t_{i0}$$

получим

$$p_i = p_{i0} - p_{i0}' + \left\{ (p_{i0}')^{1/m} + \frac{k(t-t_{i0})}{m} \sigma_i^n \right\}^m \quad (5)$$

$$p_{i0}' = \frac{1}{\sigma_i} \sum_{j=2}^i \sigma_{j-1} (p_{j0} - p_{j-10}), \quad m(\alpha + 1) = 1 \quad (6)$$

При напряжении, изменяющемся по закону

$$\sigma = \sigma_0 \pm \sigma' (t - t_0) \quad (7)$$

и начальных условиях

$$p = p_0, \quad \sigma = \sigma_0, \quad q = q_0, \quad \text{при } t = t_0 \quad (8)$$

интегрируя (4), получим

$$p = p_0 + k \int_{t_0}^t \{ \sigma_0 \pm \sigma' (\tau - t_0) \}^{n+\alpha} q^{-\alpha} d\tau \quad (9)$$

$$q = \left\{ q_0^{1/m} + \frac{k \sigma_0^{n+\alpha+2}}{m(n+\alpha+2)} \left[\mp 1 \pm \left\{ 1 \pm \frac{\sigma'}{\sigma_0} (t - t_0) \right\}^{n+\alpha+2} \right] \right\}^m$$

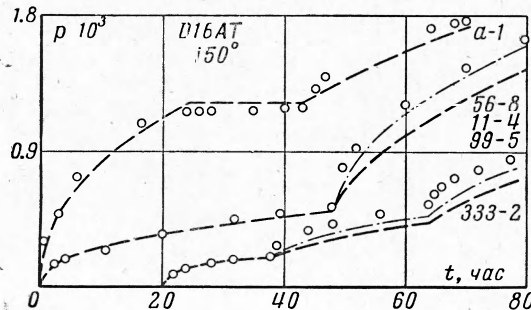
При $p_0 = \sigma_0 = q_0 = t_0 = 0$ равенство (9) интегрируется до конца; в этом случае

$$p = p_4 \left\{ 1 + \frac{1}{m(n+1)} \right\}^{1-m} \quad (10)$$

где p_4 — деформация, подсчитанная по гипотезе упрочнения в обычном виде (3). В других случаях интеграл в равенстве (9) приходится вычислять численно. Кривая релаксации напряжений по гипотезе (4) имеет вид

$$t = \frac{2}{k(2E)^{\alpha+1}} \int_{\sigma}^{\sigma_0} \sigma^{-n-\alpha} (\sigma_0^2 - \sigma^2)^\alpha d\sigma \quad (11)$$

где E — модуль упругости, а σ_0 — начальное напряжение. При целых α интеграл в правой части легко берется. Нетрудно показать, что кривая релаксации (11) располагается выше кривой, подсчитанной по (3), что, впрочем, очевидно, если обратиться к



Фиг. 4

опыту, чем (3) (см. кривые 333—2 и 56—8). Если на некоторое время часть нагрузки снимается, а затем восстанавливается, то гипотезы (3) и (4) дают одну и ту же кривую (кривая $a-1$).

фиг. 1 и считать релаксацию предельным случаем ползучести при ступенчато уменьшающейся нагрузке.

На фиг. 4 представлены кривые ползучести при ступенчато изменяющейся нагрузке, воспроизведенные из работы [5]. На этой и последующих фигурах штриховые линии соответствуют гипотезе упрочнения (3), а штрих-пунктирные — гипотезе (4). Как видно, при увеличивающейся нагрузке гипотеза (4) лучше соответствует

На фиг. 3 изображены кривые ползучести при монотонно изменяющейся нагрузке [5]. Очевидно, что при увеличивающейся нагрузке гипотеза (4) лучше соответствует опыту, чем (3), а при уменьшающейся — немного хуже.

Кривые релаксации [4], построенные по (11), мало отличаются от кривых, соответствующих гипотезе (3) (фиг. 2).

Здесь не рассмотрены при увеличивающейся нагрузке кривые ползучести при напряжениях, превышающих предел упругости, так как в этих случаях гипотеза (3) дает завышенные кривые ползучести [6]; соответствие (4) с опытом будет здесь еще хуже.

Оставляя в стороне последний случай, можно резюмировать, что новый параметр упрочнения без введения дополнительных констант позволил при неубывающих нагрузках получить лучшее соответствие с опытом по сравнению с обычной теорией упрочнения. При убывающей нагрузке соответствие новой теории с опытом несколько хуже, однако от этого расхождения можно избавиться, если, как и в работе [3], принять, что при $\sigma < 0$ действует гипотеза (3).

Поступила 5 XI 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. On the Equation of State for Creep. Progr. Appl. Mech., the Prager Anniversary Volume, the Macmillan Co., N. Y., 1963.
2. Работнов Ю. Н. On the Equation of State of Creep. Proc. of the Joint International Confer. on Creep, 1963.
3. Наместников В. С., Работнов Ю. Н. О гипотезе уравнения состояния при ползучести. ПМТФ, 1961, № 3.
4. Наместников В. С., Хвостунков А. А. Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках. ПМТФ, 1960, № 4.
5. Наместников В. С. О ползучести алюминиевого сплава при переменных нагрузках. ПМТФ, 1964, № 2.

КАЧЕНИЕ ВЯЗКО-УПРУГОГО ЦИЛИНДРА ПО ОСНОВАНИЮ ИЗ ТОГО ЖЕ МАТЕРИАЛА

Р. Я. Иванова (Новосибирск)

Рассматривается контактная задача линейной вязко-упругости. Многие задачи этого класса решаются с применением преобразования Лапласа, решение же данной задачи основывается на принципах теории наследственности. В задаче рассмотрен только один вид ядра — экспонента, хотя может быть применено любое вырожденное ядро. Задача о качении цилиндрического тела по вязко-упругому основанию в плоской постановке решалась Г. А. Бойченко [1], но со значительными упрощениями. В последние годы аналогичные задачи вызывают интерес в США. Об этом свидетельствуют многие работы и, в частности, работа Хантера [2].

Ниже эта задача решается другим методом. Каток и основание считаются изготовленными из одного и того же материала. Таким материалом может быть даже сталь, так как есть основание полагать, что при малых напряжениях сталь ведет себя как линейно-вязкий материал¹.

При решении задачи используются следующие предположения.

1. Движение катка начинается в момент времени $t = -\infty$ и продолжается с постоянной скоростью s .
2. Задача рассматривается, как плоская.
3. Материал катка и основания подчиняется закону Больцмана — Вольтерра

$$\sigma_{ij} = \lambda^\circ \theta + 2\mu^\circ \varepsilon_{ij}$$

где λ° , μ° — интегральные операторы вида

$$\lambda^\circ = \lambda (1 - \lambda^*), \quad \mu^\circ = \mu (1 - \mu^*)$$

причем

$$\lambda^* \varphi(t) = \int_{-\infty}^t \Lambda(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau, \quad \mu^* \varphi(t) = \int_{-\infty}^t M(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau$$

¹ В. С. Наместников. Внутреннее трение чистых металлов и сплавов при высоких температурах. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, Кемерово, 1959.