

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 539.371

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРНОЙ ПОРОДЫ С ВНУТРЕННИМИ САМОУРАВНОВЕШЕННЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ. КОНТИНУАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

А. Ф. Ревуженко, О. А. Микенина

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: revuzhenko@yandex.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Построено континуальное приближение модели среды с внутренней структурой и внутренними самоуравновешенными напряжениями. Значительно ослаблен постулат о диффеоморфизме — предположение о существовании частных производных перемещений по координатам. Отмечено, что данный постулат привносит в замкнутую модель геосреды информацию, вполне сравнимую с информацией, доставляемой собственно определяющими уравнениями. В построенной модели учитываются локальные изгибы зерен несущего скелета, пластичность и упругие деформации связующей среды, заполняющей поровое пространство. Показано, что модель относится к градиентному типу.

Горная порода, упругость, пластичность, самоуравновешенные напряжения

DOI: 10.15372/FTPRPI20200201

Внутренние самоуравновешенные напряжения играют фундаментальную роль во всех процессах деформирования и разрушения горных пород. Они влияют на все нелинейные характеристики горных пород, критерии предельного состояния и разрушения, а также на степень удароопасности горных пород. Специфика распределения самоуравновешенных напряжений не позволяет выявить их традиционными методами измерения: методом гидроразрыва [1–3], методами параллельных скважин, частичной и полной разгрузки [4] и другими аналогичными методами.

В теоретической основе данных методов лежат решения краевых задач механики деформируемого твердого тела [5] (как правило, упругих задач). Эти решения связывают напряжения на границе некоторой области, выделенной из массива горных пород, с напряжениями и смещениями внутри данной области. Располагая некоторой информацией о последних, можно сделать определенное заключение о граничных напряжениях, например о главных напряжениях

и их ориентации. Вычисленные таким образом граничные напряжения интерпретируются уже как напряжения в исходном нетронутом массиве. Вопрос о степени адекватности такой интерпретации является чрезвычайно сложным, и здесь необходимы дополнительные исследования. Основная проблема состоит в том, что горный массив представляет собой иерархически организованную среду с различными масштабными уровнями [6, 7], напряжения на которых могут значительно различаться между собой.

Принципиально важным является то обстоятельство, что на микроуровнях внутренние самоуравновешенные напряжения не могут быть определены из решения краевой задачи. Они определяются всей историей формирования горной породы. Для их измерения необходима разработка специальных методов и соответствующих математических моделей деформирования. В таких моделях самоуравновешенные напряжения на микроуровнях должны учитываться явно. Это необходимо при формулировке критериев предельного состояния и разрушения, а также при решении других задач геомеханики.

В [8] построена упругопластическая модель горной породы, способной накапливать энергию внутренних самоуравновешенных напряжений. Модель сформулирована в виде замкнутой системы конечно-разностных уравнений. Для численного решения краевых задач этого вполне достаточно, однако для аналитических исследований необходима континуальная формулировка всех уравнений. Формально это означает, что в дискретных уравнениях [8] размеры структурных элементов необходимо устремить к нулю и затем от конечных разностей перейти к частным производным.

РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим рис. 1, 2 и приведем краткие комментарии к ним из [8]. На рис. 1 показано два структурных уровня среды (ограничимся только двумя уровнями): элементарный объем, представляющий собой эффективную упаковку несущих зерен и поровое пространство, заполненное связующим и/или подвижным флюидом (нефтью, водой, газом). Зерна будем предполагать идеально упругими, возможно, нелинейными. Все неупругие эффекты свяжем с относительными проскальзываниями по контактам между зернами. Таким образом можно учесть сухое трение, дилатансию, вязкость и другие более сложные реологические свойства. Соответствующая реологическая модель показана на рис. 2. Контакт ab соответствует контакт между зернами, упругому элементу c — упругость несущих зерен, элементу d соответствует поровая среда. Считаем, что в ее сопротивлении есть упругая составляющая. Более сложные реологические свойства не показаны, но в уравнениях могут быть учтены.

Нетрудно убедиться в том, что приведенная модель способна описать внутренние самоуравновешенные напряжения. Действительно, приложим достаточно большую нагрузку F так, чтобы произошло пластическое течение на контакте ab . Затем снимем нагрузку. Тогда упругий элемент c получит остаточное растяжение, а элемент d — остаточное сжатие. Силы полностью компенсируют друг друга, за счет остаточного сопротивления на контакте. Если в силу каких-то причин это сопротивление упадет (например, за счет длительных слабых динамических воздействий [9], закачки флюида и др.), то энергия самоуравновешенных напряжений может высвободиться. Принципиально важным является вопрос о том, в какой форме произойдет это высвобождение. В зависимости от параметров возможен как плавный, асейсмический, так и катастрофический режимы [7, 10].

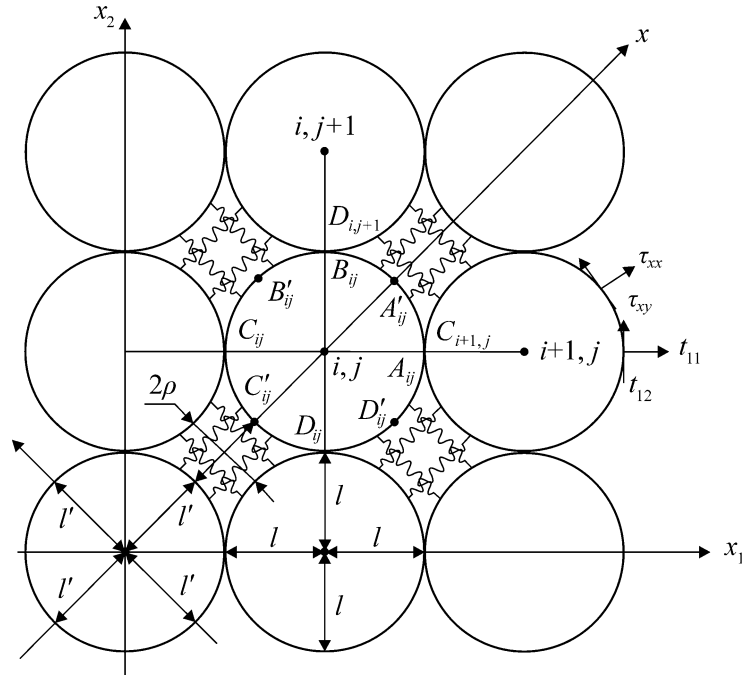


Рис. 1

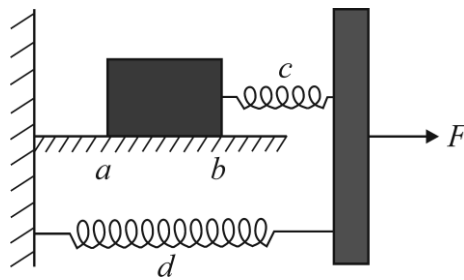


Рис. 2

КОНТИНУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

Перейдем к формулировке континуальной версии модели. В пределах элементарного объема упаковка зерен предполагается регулярной. На рис. 1 ρ — расстояние от центра поры до контакта с зерном, через l — расстояние от центра зерна до контакта с другим зерном, через l' — расстояние от центра зерна до контакта со связующим материалом. Нигде не предполагается, что $l' = l$. Обозначим через m параметр просветности [11]. Тогда

$$m = \frac{\rho}{l' + \rho}, \quad 1 - m = \frac{l'}{l' + \rho}, \quad \lambda = \frac{l'}{l} = \sqrt{2}(1 - m). \quad (1)$$

Рассмотрим переход от конечных разностей [8] к частным производным. Он достаточно нетривиален. Проблема связана с тем, что действительное поле смещений разрывно и частных производных для него не существует. Наличие частных производных означает, что локально деформации являются аффинными. Для среды со структурой это предположение не выполняется. В [12] показано, что предположение о существовании частных производных, т. е. принятие постулата о диффеоморфизме [13], равносильно введению в плоском случае двух определяющих уравнений. Таким образом, в классической теории упругости два уравнения фактиче-

ски содержатся в предположении о гладкости поля перемещений и три уравнения — в собственно законе Гука. Иными словами, закон Гука дает только 60 % уравнений, а оставшиеся 40 % следуют из постулата о диффеоморфизме. Аналогичная картина имеет место и в других областях механики [14]. Это означает только одно, поскольку степень значимости гипотезы о гладкости функций вполне сравнима со значимостью собственно определяющих уравнений, то и степени их обоснованности должны быть сравнимыми между собой.

Итак, поле смещений в элементарном объеме гладким не является. С другой стороны, весь рабочий аппарат классического анализа оперирует с гладкими функциями. Поэтому от разрывного действительного поля необходимо перейти к нескольким гладким полям, которые адекватно описывали бы как осредненные характеристики исходного поля, так и разрывы между структурными уравнениями. Ограничимся только двумя структурными уравнениями. Тогда в пределах зерна и в пределах отдельной поры смещения можно считать гладкими. Будем использовать две системы координат Ox_1x_2 — координаты, связанные с зернами и их контактами и Oxu — координаты, связанные с зернами поровым материалом и контактами между ними (см. рис. 1).

Предположим, что некоторая функция определена вдоль оси Ox . Если точки x и $x + \Delta x$ лежат внутри или на границе некоторого зерна, то предел

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

обозначим как $\delta f / \delta x$. Если точки лежат внутри или на границе фиксированной поры, то используем обозначение $\delta_{\text{п}} f / \delta_{\text{п}} x$. Если же Δx равно периоду решетки, то предел можно отождествить с частной производной $\partial f / \partial x$. Например, запишем тождество

$$\frac{f(C'_{i+1,j+1}) - f(C'_{ij})}{2l' + 2\rho} = \frac{2\rho}{2l' + 2\rho} \frac{f(C'_{i+1,j+1}) - f(A'_{ij})}{2\rho} + \frac{2l'}{2l' + 2\rho} \frac{f(A'_{ij}) - f(C'_{ij})}{2l'}. \quad (2)$$

Положим $f = w_x$, где w_x — компонента смещения вдоль оси Ox . Тогда при $l, l', \rho \rightarrow 0$ левая часть выражения (2) стремится к частной производной $\partial w_x / \partial x$, а правая часть — к сумме деформации поры $\delta_{\text{п}} w_x / \delta_{\text{п}} x$ и деформации зерна $\delta w_x / \delta x$ с весами m и $(1 - m)$:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} = m \frac{\delta_{\text{п}} w_x}{\delta_{\text{п}} x} + (1 - m) \frac{\delta w_x}{\delta x}. \quad (3)$$

Определяющие уравнения позволяют найти деформации пор и частиц через напряжения. Отсюда и (3) последует уравнение, связывающее частную производную $\partial w_x / \partial x$ с напряжениями.

Аналогичным путем можно получить и остальные уравнения континуальной модели. Например для производной вдоль оси Ox_1 , т. е. вдоль оси контактов между зернами, имеем:

$$\frac{f(C_{i+1,j}) - f(C_{ij})}{2l} = \frac{f(C_{i+1,j}) - f(A_{ij})}{2l} + \frac{f(A_{ij}) - f(C_{ij})}{2l}. \quad (4)$$

Точки A_{ij} и $C_{i+1,j}$ расположены по разные стороны одного и того же контакта между зернами. Поэтому в выражение для производной войдет скачок функции r , отнесенный к $2l$:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\delta f}{\delta x_1} + r. \quad (5)$$

Для компонент напряжений разрывы отсутствуют, поэтому формулы перехода упрощаются:

$$\begin{aligned} \frac{\delta t_{11}}{\delta x_1} &= \frac{\partial t_{11}}{\partial x_1}, & \frac{\delta t_{22}}{\delta x_2} &= \frac{\partial t_{22}}{\partial x_2}, \\ \frac{\delta t_{12}}{\delta x_1} &= \frac{\partial t_{12}}{\partial x_1}, & \frac{\delta t_{21}}{\delta x_2} &= \frac{\partial t_{21}}{\partial x_2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь и ниже используем обозначения [8]: $t_{ij} = T_{ij} / 2l$, $i, j = 1, 2$ — компоненты усилий, действующих на контактах между зёрнами. По-видимому, нет большого смысла сразу строить сложную версию модели. Примем, что на контакте зёрен с поровой средой моменты не передаются, а материал в поре находится в однородном напряжённом состоянии. Следовательно, приращения напряжений внутри поры равны нулю и на основании (2) запишем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} &= (1-m) \frac{\delta \tau_{xx}}{\delta x}, & \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} &= (1-m) \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta x}, \\ \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} &= (1-m) \frac{\delta \tau_{yy}}{\delta y}, & \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} &= (1-m) \frac{\delta \tau_{yx}}{\delta y}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\tau_{xx} = G_{xx} / 2l'$, G_{xx} — нормальная сила, действующая на зерно со стороны связующего материала поры. Аналогично определяются и остальные переменные в (7).

Вопрос с производными от перемещений несколько сложнее. Если перемещение в точке C_{ij} известно, то, согласно (3), можно сделать переход к точке $C_{i+1,j}$. Аналогично можно сделать переход от точки D_{ij} к $D_{i,j+1}$. Однако на этом основании сделать переход от точки C_{ij} к точке $D_{i,j+1}$ невозможно, так как деформации самих частиц аффинными не являются. Точно также, зная производные смещений вдоль оси Ox , можно от смещения в точке C'_{ij} перейти к смещению в точке A'_{ij} . Но перейти к смещениям в точках B'_{ij} , D'_{ij} уже невозможно. Это означает, что одному полю $\{u_1, u_2\}$ в конечно-разностных уравнениях должно отвечать четыре гладких поля в континуальных уравнениях. Необходимость их введения диктуется также требованием замкнутости континуальной системы — число неизвестных должно равняться числу уравнений. Для упрощенной модели подробнее этот вопрос рассматривался в [15].

Первое поле соответствует смещениям в точках A_{ij} , C_{ij} (для него оставим прежнее обозначение u_1, u_2), а второе поле — смещениям в точках B_{ij} , D_{ij} (его обозначим через \hat{u}_1, \hat{u}_2). Для указанных перемещений связи типа (5) приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} &= \frac{\delta u_1}{\delta x_1} + r_{11}, & \frac{\partial u_2}{\partial x_1} &= \frac{\delta u_2}{\delta x_1} + r_{12}, \\ \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x_2} &= \frac{\delta \hat{u}_1}{\delta x_2} + r_{21}, & \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_2} &= \frac{\delta \hat{u}_2}{\delta x_2} + r_{22}. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично одному полю $\{w_x, w_y\}$ в конечно-разностных уравнениях должно отвечать два гладких поля в континуальной модели. Для одного из них в точках A'_{ij} , C'_{ij} оставим прежнее обозначение w_x, w_y , а для второго (в точках B'_{ij} , D'_{ij}) введем обозначение \hat{w}_x, \hat{w}_y .

Таким образом, в континуальной модели должны фигурировать следующие четырнадцать гладких функций:

$$t_{11}, t_{22}, t_{12}; \tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{xy}; u_1, u_2, \hat{u}_1, \hat{u}_2; w_x, w_y; \hat{w}_x, \hat{w}_y. \quad (9)$$

Перейдем теперь к уравнениям. Зерна предполагаются идеально упругими. Это значит, что существует потенциал Π , который зависит только от достигнутых напряжений и не зависит от траектории нагружения. На зерно действуют две системы сил: одна система сил со стороны соседних зерен другая — со стороны поровой среды. Каждой силе соответствует свой вектор перемещения. Сумма их произведений представляет собой работу внешних сил. Для построения определяющих уравнений необходимо выделить ту часть работы, которая не зависит от смещения и поворота зерна как жесткого целого. Соответствующее выражение представляет собой сумму произведений инвариантных (относительно смещения и поворота) кинематических характеристик на сопряженные с ними силовые переменные. Перечислим их [8]. Во-первых, это

$$t_{11} \times \frac{\delta u_1}{\delta x_1}, \quad t_{22} \times \frac{\delta u_2}{\delta x_2}, \quad t_{12} \times \left(\frac{\delta u_2}{\delta x_1} + \frac{\delta u_1}{\delta x_2} \right).$$

Как и в классической теории, — это работа компонент напряжений на соответствующих деформациях. Следующая группа слагаемых имеет вид:

$$\frac{u_1 - \hat{u}_1}{2} \times \theta_1, \quad \frac{u_2 - \hat{u}_2}{2} \times \theta_2, \\ \frac{w_x - \hat{w}_x}{2} \times \mathcal{G}_x, \quad \frac{w_y - \hat{w}_y}{2} \times \mathcal{G}_y,$$

где

$$\theta_1 = \frac{\partial t_{11}}{\partial x_1} - \frac{\partial t_{12}}{\partial x_2}, \quad \theta_2 = \frac{\partial t_{12}}{\partial x_1} - \frac{\partial t_{22}}{\partial x_2}, \\ \mathcal{G}_x = \frac{1}{1-m} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right), \\ \mathcal{G}_y = \frac{1}{1-m} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right).$$

Смысл переменных легко понять, если обратиться к выражению

$$\frac{\partial t_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial t_{12}}{\partial x_2}.$$

Данное выражение фигурирует в уравнении равновесия и представляет собой равнодействующую сил, которые смещают зерно в направлении оси Ox_1 . Каждый из членов $\partial t_{11} / \partial x_1$ и $\partial t_{12} / \partial x_2$ вносит свой вклад в формирование результирующей силы. Образно можно сказать, что пока речь идет об “общем деле” эти вклады суммируются. Но затем возникает вопрос: чей вклад больше, а чей меньше. И здесь появляется уже не сумма, а разность указанных величин — выражение θ_1 . Данной разности соответствует локальный изгиб зерна, вызванный силами на контактах между зёрнами. Аналогично переменная \mathcal{G}_x относится к изгибу зерна, вызванному силами на контактах с поровой средой. Смысл переменных θ_2 и \mathcal{G}_y — такой же.

Еще один тип локального изгиба реализуется за счет разных вкладов в равнодействующую силу от напряжений t_{11} , t_{22} , t_{12} и напряжений τ_{xx} , τ_{yy} , τ_{xy} . В выражении для работы такому изгибу соответствуют слагаемые $\chi_1 q_1$, $\chi_2 q_2$, где

$$\chi_1 = \frac{u_1 + \hat{u}_1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} (w_x + \hat{w}_x - w_y - \hat{w}_y), \quad \chi_2 = \frac{u_2 + \hat{u}_2}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} (w_x + \hat{w}_x + w_y + \hat{w}_y),$$

$$q_1 = \frac{\partial t_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial t_{12}}{\partial x_2} - \sqrt{2}(1-m) \left[\frac{\partial(\tau_{xx} - \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} - \tau_{yy})}{\partial y} \right],$$

$$q_2 = \frac{\partial t_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial t_{22}}{\partial x_2} - \sqrt{2}(1-m) \left[\frac{\partial(\tau_{xx} + \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} + \tau_{yy})}{\partial y} \right].$$

Выше предполагалось, что сосредоточенными моментами в элементарном объеме можно пренебречь. Поэтому в континуальном приближении $t_{12} = t_{21}$, $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ и моменты сил, действующие со стороны соседних зерен и со стороны поровой среды, равны нулю. То есть равны нулю не только их сумма, но и разность. Следовательно, слагаемое, связанное с разностью моментов, из выражения для работы исключается.

Теперь все готово для перехода к континуальным уравнениям. Примем, что потенциал зависит от силовых переменных, указанных выше. Учтем также указанные выше условия непрерывности и разрывы, связанные с проскальзываниями на контактах между зернами. В результате придем к следующей системе определяющих уравнений:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = \frac{\partial \Pi}{\partial t_{11}} + r_{11}, \quad \frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_2} = \frac{\partial \Pi}{\partial t_{22}} + r_{22},$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x_2} = \frac{\partial \Pi}{\partial t_{12}} + r_{12} + r_{21},$$

$$\frac{u_1 - \hat{u}_1}{2} = \frac{\partial \Pi}{\partial \theta_1}, \quad \frac{u_2 - \hat{u}_2}{2} = \frac{\partial \Pi}{\partial \theta_2},$$

$$\frac{1}{1-m} \frac{\partial w_x}{\partial x} = \frac{1}{E_{\Pi}} (\tau_{xx} - \nu_{\Pi} \tau_{yy}) + \frac{\partial \Pi}{\partial \tau_{xx}},$$

$$\frac{1}{1-m} \frac{\partial \hat{w}_y}{\partial y} = \frac{1}{E_{\Pi}} (\tau_{yy} - \nu_{\Pi} \tau_{xx}) + \frac{\partial \Pi}{\partial \tau_{yy}},$$

$$\frac{1}{1-m} \left(\frac{\partial w_y}{\partial x} + \frac{\partial \hat{w}_x}{\partial y} \right) = \frac{\tau_{xy}}{\mu_{\Pi}} + \frac{\partial \Pi}{\partial \tau_{xy}},$$

$$\frac{w_x - \hat{w}_x}{2} = \frac{\partial \Pi}{\partial \vartheta_x}, \quad \frac{w_y - \hat{w}_y}{2} = \frac{\partial \Pi}{\partial \vartheta_y},$$

$$u_1 + \hat{u}_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} [(w_x + \hat{w}_x) - (w_y + \hat{w}_y)] = 4 \frac{\partial \Pi}{\partial q_1},$$

$$u_2 + \hat{u}_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} [(w_x + \hat{w}_x) + (w_y + \hat{w}_y)] = 4 \frac{\partial \Pi}{\partial q_2}.$$

Здесь для определенности поровой материал принят линейно упругим с постоянными E_{Π} и ν_{Π} .

Система дополняется уравнениями равновесия.

$$\frac{\partial t_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial t_{12}}{\partial x_2} + \sqrt{2}(1-m) \left[\frac{\partial(\tau_{xx} - \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} - \tau_{yy})}{\partial y} \right] + Q_1 = 0,$$

$$\frac{\partial t_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial t_{22}}{\partial x_2} + \sqrt{2}(1-m) \left[\frac{\partial(\tau_{xx} + \tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} + \tau_{yy})}{\partial y} \right] + Q_2 = 0.$$

Данная система представляет собой 14 уравнений относительно 14 неизвестных, перечисленных в (9), т. е. является замкнутой. Учет локальных изгибов приводит к тому, что в системе наряду с уравнениями, которые связывают производные перемещений с напряжениями, фигурируют также уравнения, где сами перемещения связываются с производными от напряжений. То есть в целом модель так же, как и ее упрощенные версии, относится к градиентному типу. Отметим, что при подсчете баланса “число уравнений – число неизвестных” считалось, что уравнения для проскальзываний r_{12} , r_{21} и нормальных разрывов r_{11} , r_{22} (дилатансия) — известны. В общем случае неголономных связей необходим переход к приращениям напряжений и деформаций и, кроме того, в случае необходимости — учет динамических членов.

ВЫВОДЫ

Горный массив представляет собой иерархически организованную среду с различными масштабными уровнями и поэтому для ее моделей постулат о диффеоморфизме (предположение о существовании частных производных смещений по координатам) — должен быть значительно ослаблен. Формально это приводит к тому, что локально поле деформаций не является однородным и должны учитываться локальные изгибы структурных элементов среды.

Построена соответствующая континуальная модель среды, которая описывает упругие деформации скелета и связующего порового материала. Модель описывает внутренние самоуравновешенные напряжения и относится к моделям градиентного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леонтьев А. В., Попов С. Н. Опыт практического применения измерительного гидроразрыва // Горн. журн. — 2003. — № 3. — С. 37–43.
2. Сердюков С. В., Курленя М. В., Патугин А. В., Рыбалкин Л. А., Шилова Т. В. Экспериментальная проверка способа направленного гидроразрыва горных пород // ФТПРПИ. — 2016. — № 4. — С. 3–11.
3. Пат. 2320870 РФ. Устройство для гидроразрыва пород в скважине / А. В. Леонтьев, Ю. М. Леконцев, Е. В. Рубцова // Оpubл. в БИ. — 2008. — № 9.
4. Курленя М. В., Барышников В. Д., Барышников Д. В., Гахова Л. Н., Качальский В. Г., Хмелинин А. П. Разработка и совершенствование скважинных методов оценки и контроля напряженно-деформированного состояния инженерных горных сооружений // ФТПРПИ. — 2019. — № 4. — С. 182–195.
5. Курленя М. В., Попов С. Н. Теоретические основы определения напряжений в горных породах. — Новосибирск: Наука, 1983. — 96 с.
6. Садовский М. А., Болховитинов Л. Г., Писаренко В. Ф. О свойстве дискретности горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1982. — № 12. — С. 13–18.
7. Кочарян Г. Г. Геомеханика разломов. — М.: Геос, 2016. — 424 с.

- 8. Ревуженко А. Ф., Микенина О. А.** Упругопластическая модель горной породы, учитывающая внутренние самоуравновешенные напряжения // ФТПРПИ. — 2018. — № 3. — С. 11–22.
- 9. Kosykh V.** Effect of multiple weak impacts on evolution of stresses and strains in geomaterials, Trigger Effects in Geosystems, Springer, Cham, 2019. — P. 95–103.
- 10. Peng Z. and Gomberg Y.** An integrated perspective as the continuum between earthquakes and slow slip phenomena, Nature Geosciences, 2010, No. 3. — P. 599–607.
- 11. Христианович С. А.** Об основах теории фильтрации // ФТПРПИ. — 1989. — № 5. — С. 3–18.
- 12. Ревуженко А. Ф.** Об одном варианте линейной теории упругости со структурным параметром // ПМТФ. — 2016. — № 5. — С. 45–52.
- 13. Трусов П. В.** Некоторые вопросы нелинейной механики деформируемого тела (в порядке обсуждения) // Мат. моделирование систем и процессов. — 2009. — № 17. — С. 85–95.
- 14. Ревуженко А. Ф.** Механика упругопластических сред и нестандартный анализ. — Новосибирск: НГУ, 2000. — 427 с.
- 15. Ревуженко А. Ф., Микенина О. А.** Упругопластическая модель горной породы с линейным структурным параметром // ПМТФ. — 2018. — № 2.

Поступила в редакцию 05/III 2020

После доработки 09/IV 2020

Принята к публикации 10/IV 2020