

Материал	v_0 , м/с	p_E , ГПа	N_{m0} , м ⁻²	b , м	H , ГПа	α , м ⁻²	ω , рад
30ХН4М	364	1.64	10 ⁹	2,48·10 ⁻¹⁰	18	2,4·10 ¹¹	0,06
А6	185	0,27	1,5·10 ¹¹	2,86·10 ⁻¹⁰	7,2	3·10 ¹¹	0,1

численно обнаружено не было. Это обстоятельство вынуждает предположить, что предложенная нами модель имеет ограничения, связанные, по всей видимости, с исходными параметрами (N_{m0} , N) дислокационной структуры и образующейся дисклинационной структурой (n и N_d — число дислокаций в ДЧД), а также с начальными параметрами ударно-волнового нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Канель Г. И. Модель кинетики пластической деформации металлов в условиях ударно-волнового нагружения // ПМТФ.— 1982.— № 2.
2. Фадеев Ю. И. Об уравнениях дислокационной пластичности при больших скоростях // ПМТФ.— 1984.— № 2.
3. Лукерченко В. И. К выводу основного кинематического соотношения теории дислокаций // ДАН СССР.— 1984.— Т. 274, № 1.
4. Рыбин В. В. Большие пластические деформации и разрушение металлов.— М.: Металлургия, 1986.
5. Владимиров В. И., Романов А. Е. Дисклинации в кристаллах.— Л.: Наука, 1986.
6. Панин В. Е., Лихачев В. А., Гриняев Ю. В. Структурные уровни деформации твердых тел.— Новосибирск: Наука, 1985.
7. Диваков А. К., Коханчик Л. С., Мещеряков Ю. И. и др. К микромеханике динамического деформирования и разрушения // ПМТФ.— 1987.— № 3.
8. Мещеряков Ю. И., Диваков А. К., Кудряшов В. Г. О динамической прочности при отколе и пробое // ФГВ.— 1988.— № 2.
9. Мещеряков Ю. И. Статистическая модель формирования поверхности откола и критерий разрушения // Поверхность.— 1988.— № 3.
10. Савенков Г. Г., Барахтин Б. К. Особенности деформирования алюминиевых сплавов при воздействии цилиндрической ударной волны // Пластическая деформация материалов в условиях внешних энергетических воздействий: Тез. докл.— Новокузнецк, 1988.
11. Макаров П. В. Упругопластическое деформирование металлов волнами напряжений и эволюция дефектной структуры // ФГВ.— 1987.— № 1.
12. Мещеряков Ю. И., Морозов В. А. Аналитическое исследование структуры упруго-пластических волн на основе дислокационной модели // ЧММСС.— 1976.— Т. 7.— С. 130.
13. Мещеряков Ю. И., Морозов В. А. Об использовании дислокационной модели для описания ударно-нагружаемых жесткопластических сред с упрочнением // ПМТФ.— 1978.— № 3.
14. Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации / В. А. Лихачев, В. Е. Панин, Е. Э. Засимчук и др.— Киев: Наук. думка, 1989.
15. Макаров П. В., Платова Т. М., Скрипняк В. А. О пластическом деформировании и микроструктурных превращениях металлов в ударных волнах // ФГВ.— 1983.— № 5.
16. Альшюллер Л. В., Чекин Б. С. Структура ударных волн и определяющее уравнение металлов // ПМТФ.— 1987.— № 6.

г. Санкт-Петербурга

Поступила 18/II 1991 г.,
в окончательном варианте — 30/V 1991 г.

УДК 539.375

О. П. Алексеенко, А. М. Вайсман

ЧАСТИЧНОЕ РАСКРЫТИЕ ТРЕЩИНЫ ПРИ НАГНЕТАНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Для трещины гидроразрыва на большой глубине дополнительное давление жидкости, создаваемое для преодоления прочности породы, мало по сравнению с горным давлением P_g . Поэтому приближенно выполняется условие плавного смыкания [1, 2]. Точно это условие справедливо

на начальной стадии заполнения вязкой жидкостью уже имеющейся трещины, пока она раскрыта лишь частично, т. е. линия смыкания берегов не достигла кромки.

Условие плавного смыкания круглой трещины имеет вид [1, 2]

$$(1) \quad \lim_{X \rightarrow L} (L - X)^{-1/2} W(X) = 0$$

(X — радиальная координата в плоскости трещины, L — текущий радиус плавного смыкания, $W(X)$ — профиль раскрытия трещины).

Ниже трещина плавного смыкания исследуется в предположении плавности режима закачки, когда считаются малыми ускорения потока, обусловленные изменением суммарного расхода нагнетаемой жидкости [3].

Сформулируем остальные уравнения задачи, предполагая среду упругой, а жидкость, нагнетаемую из точечного источника в центре трещины, — несжимаемой и нефильтрующей. Формулу Снеддона [1] для профиля $W(X)$ трещины, раскрывающейся под действием давления $P(X)$, запишем в более удобном для задач гидроразрыва виде [4]

$$(2) \quad W(X) = -\frac{2}{\pi D} \int_0^{\Gamma} P'(X_1) \left\{ \sqrt{L^2 - X^2} - \int_{\max(X, X_1)}^L dX_2 \left(\frac{X_2^2 - X_1^2}{X_2^2 - X^2} \right)^{1/2} \right\} dX_1.$$

Здесь Γ — радиус нагруженного участка; $\max(X, X_1)$ — большее из двух чисел в скобках; $D = E[2(1 - \nu^2)]^{-1}$ — комбинация стандартных упругих констант; $P'(X)$ — радиальный градиент давления. К правой части следует добавить со знаком минус величину

$$(3) \quad W_g = \frac{2}{\pi D} P_g \sqrt{L^2 - X^2},$$

учитывающую вклад горного давления [1].

Течение жидкости в узкой трещине в безынерционном приближении описывается уравнением Буссинеска [5]

$$(4) \quad P' = -3\mu Q(4\pi X W^3)^{-1}, \quad Q = Q_0 - \partial\Omega/\partial T,$$

где μ — динамическая вязкость; $Q(X)$ — объемный расход через сечение трещины, имеющее радиус X ; Q_0 — производительность источника, т. е. ежесекундный объем нагнетаемой жидкости; $\Omega(X)$ — объем центральной части полости трещины, ограниченный упомянутым сечением фиксированного радиуса X :

$$\Omega(X) = 4\pi \int_0^X X_1 W(X_1) dX_1.$$

Заметим, что $\Omega(\Gamma)$ совпадает с объемом Ω_s жидкости в трещине в рассматриваемый момент.

Если пренебречь поправками, обусловленными скоростью изменения Q_0 , то закон сохранения массы (вторая формула (4)) можно преобразовать к виду

$$(5) \quad Q = Q_0 q, \quad q = 1 - \partial\Omega/\partial\Omega_s.$$

Система уравнений сформулирована. Для упрощения ее анализа перейдем к безразмерным переменным. Вместо радиальных координат X , Γ введем соответствующие угловые переменные φ , γ по формулам $X = L \sin \varphi$, $\Gamma = L \sin \gamma$. В качестве радиального масштаба выберем $L_g = D(1,5\pi^2\mu Q_0)^{1/3}(2P_g)^{-4/3}$, а масштаба раскрытия $W_* = (3\mu Q_0 L)^{1/4}(2\pi^2 D)^{-1/4}$ и запишем формулы обезразмеривания следующим образом:

$$W = W_* v \cos \varphi, \quad W_g = W_* v_g \cos \varphi, \quad L = L_g v_g^{4/3}.$$

Здесь v характеризует обезразмеренное раскрытие; v_g — радиус смыкания. Введем также характерный объем $\Omega_g = 0,75\mu Q_0 (\pi D)^2 P_g^{-3}$ и с его

помощью обезразмерим Ω и Ω_s :

$$(6) \quad \Omega = \Omega_g v_g^3 \omega, \quad \omega = \int_0^\varphi v \theta d\psi, \quad \theta(\psi) = \sin \psi \cos^2 \psi,$$

$$\Omega_s = \Omega_g v_g^3 \omega_s, \quad \omega_s = \int_0^\gamma v \theta d\psi$$

(ω , ω_s — соответствующие безразмерные объемы).

Сформулируем основное уравнение, определяющее $v(\varphi)$ в зоне заполнения $\varphi \leq \gamma$ (из дальнейшего будет видно, что нахождение остальных безразмерных величин сведется к алгебраическим операциям и квадратурам). С этой целью подставим (4) в уравнение (2), записанное с учетом (3). Исключая P' и переходя к безразмерным переменным, а также принимая во внимание (1), после преобразований находим

$$(7) \quad v(\varphi) = Gf(\varphi) = \int_0^\gamma G(\varphi, \psi) f(\psi) d\psi, \quad f(\psi) = q(\psi) \theta^{-1}(\psi) v^{-3}(\psi),$$

$$G(\varphi, \psi) = \cos \psi - \cos^{-1} \varphi \int_{\max(\varphi, \psi)}^{\pi/2} d\eta \cos \eta \left(\frac{\sin^2 \eta - \sin^2 \psi}{\sin^2 \eta - \sin^2 \varphi} \right)^{1/2}, \quad \varphi \leq \pi/2.$$

Условие (1), которое в терминах $v(\varphi)$ имеет вид $v(\pi/2) = 0$, удовлетворяется автоматически, причем справедливо представление

$$(8) \quad v_g = g(f) \equiv \int_0^\gamma (1 - \cos \psi) f(\psi) d\psi.$$

Для того чтобы из (7) получить уравнение относительно v , необходимо выразить q через v . Для вывода соответствующего соотношения подставим формулы (6) в (5). Масштабный множитель Ω_g зависит от единственной переменной Q_0 , которая считается медленно меняющейся функцией, значит, Ω_g можно выносить за знак дифференцирования. Учитывая это, после несложных выкладок имеем

$$(9) \quad q = 1 - \frac{3u_{,g}\omega + v_{,g}\omega - \frac{4}{3}u_{,g}v \sin^2 \varphi \cos \varphi}{3u_{,g}\omega_s + v_{,g}\omega_{s,\gamma}},$$

$$\omega_{,\gamma} = \int_0^\varphi u \theta d\psi, \quad \omega_{s,\gamma} = \int_0^\gamma u \theta d\psi + v(\gamma) \theta(\gamma).$$

Здесь $u = v_{,\gamma}$; $u_g = v_{g,\gamma}$; индекс γ после запятой означает дифференцирование по γ . С учетом (9) соотношение (7) на участке $\varphi \leq \gamma$ представляет собой уравнение относительно соответствующей части $v(\varphi)$, содержащее интегральные преобразования по переменной ψ и дифференцирование по параметру γ . Казалось бы, по γ при этом возникает задача Коши. Однако фактическая зависимость q от u , u_g оказывается слабой, и нетрудно найти приближенное выражение q , свободное от дифференцирований по γ . Для обоснования этого примем во внимание, что в процессе заполнения есть быстро и медленно меняющиеся переменные. В частности, радиус L меняется быстрее, чем степень заполнения γ , поэтому на величине раскрытия зависимость от радиуса сказывается существеннее. По соотношениям размерности $W \sim L$. Частично зависимость от L содержится в масштабном множителе $W_* \sim L^{1/4} \sim v_g^{1/3}$, так что $v \sim L^{3/4} \sim v_g$. В связи с этим v можно представить в виде произведения v_g и медленно меняющейся функции γ . Если при дифференцировании пренебречь производной от второго сомножителя, то $u \simeq u_g v_g^{-1} v$. Подставим эту формулу в (9) и сделаем оправдавшееся при последующих численных расчетах предположение о малости величины $0,25 v_g v(\gamma) \theta(\gamma) (u_g \omega_s)^{-1}$ на всем интервале

изменения γ . Тогда для q получим приближенное выражение, не содержащее дифференциальных операций по γ :

$$(10) \quad q \simeq q_0 = 1 - \omega_s^{-1} \left(\omega - \frac{1}{3} v \sin^2 \varphi \cos \varphi \right).$$

Подстановка (10) в (7) дает одномерное нелинейное интегральное уравнение относительно v . Для сходимости последовательных приближений в данном классе интегральных уравнений со степенной нелинейностью необходимо преобразовать уравнение так, чтобы правая часть обладала свойством однородности нулевой степени при действии на $v(\varphi)$ [3, 4]. Этому условию удовлетворяет представление

$$v = G_0^{1/4}, \quad G_0 = v^3(\varphi) \int_0^\gamma G(\varphi, \psi) f(\psi) d\psi, \quad f = q_0 (\theta v^3)^{-1},$$

поскольку очевидно, что $G_0(\alpha v) = G_0(v)$ при $\alpha = \text{const}$.

Отметим, что формула (10) оказывается точной для режимов нагнетания вида $Q_0 = \kappa L^3 (\kappa = \text{const})$. При этом $\gamma = \text{const}$, т. е. соответствующее решение автомодельно [2].

Можно уточнить приближение (10), не обращаясь к задаче Коши. С этой целью от (10) вернемся к формуле (9), но будем рассматривать v и u как независимые переменные и постараемся получить дополнительное уравнение для u , не содержащее старших производных по γ . Дифференцируя по γ обе части равенств (7) и (8), имеем

$$u = -3G(fuv^{-1}) + G(q_{,\gamma}\theta^{-1}v^{-3}) + G_{,\gamma}f, \quad G_{,\gamma}f(\varphi) \equiv G(\varphi, \gamma)f(\gamma), \\ u_g = -3g(fuv^{-1}) + g(q_{,\gamma}\theta^{-1}v^{-3}) + g_{,\gamma}f, \quad g_{,\gamma}f \equiv (1 - \cos \gamma)f(\gamma).$$

Для того чтобы освободиться от старших производных в этих соотношениях, вместо $q_{,\gamma}$ будем использовать приближенное выражение

$$(11) \quad q_{,\gamma} \simeq q_{0,\gamma} = \omega_s^{-2} \left[\omega_{s,\gamma}\omega - \omega_s\omega_{,\gamma} - \frac{1}{3} (\omega_{s,\gamma}v - \omega_s u) \sin^2 \varphi \cos \varphi \right],$$

а для сходимости последовательных приближений перепишем их в виде

$$u = \frac{1}{4} [3(u - G(fuv^{-1})) + G(q_{0,\gamma}\theta^{-1}v^{-3}) + G_{,\gamma}f], \\ u_g = \frac{1}{4} [3(u_g - g(fuv^{-1})) + g(q_{0,\gamma}\theta^{-1}v^{-3}) + g_{,\gamma}f],$$

где $q_{0,\gamma}$ берется из (11).

Как показали численные расчеты, при использовании приближения (10) максимальная погрешность при определении v не превышает 8 %, так что первое приближение достаточно эффективно, и его уточнение имеет скорее принципиальное, чем практическое значение.

Рассмотрим теперь, как рассчитываются другие переменные, после того как $v(\varphi)$ определена в зоне заполнения. На несмоченном участке v находится из формул (7), v_g — из (8). Распределение давления, как легко показать, характеризуется соотношениями вида

$$P = P_g v_g^{-1} p, \quad p = \int_0^\gamma f d\psi.$$

Безразмерный объем ω_s вычисляется по (6). В качестве меры податливости C трещины выберем отношение усредненных по радиусу L раскрытия и давления. Для C нетрудно получить выражение

$$C = \frac{2L_\varepsilon}{\pi D^{1/4}} v_g^{1/3} c, \quad c = \int_0^\gamma v \cos^2 \psi d\psi \int_0^\gamma p \cos \psi d\psi.$$

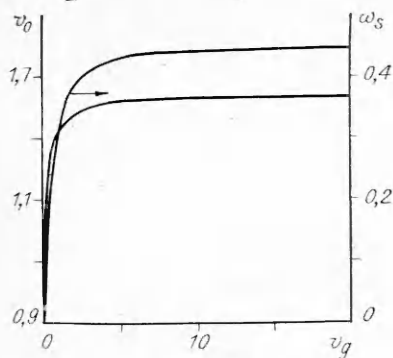


Рис. 1

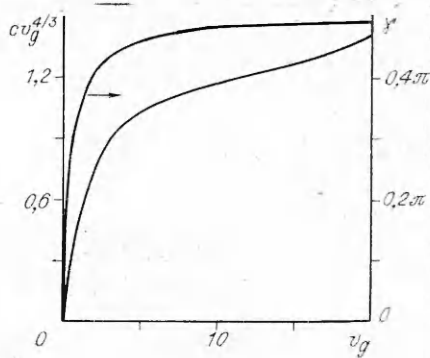


Рис. 2

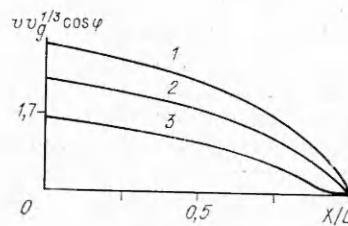
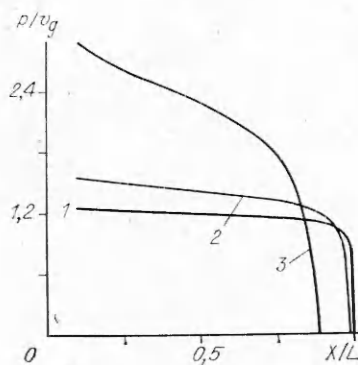


Рис. 4

Рис. 3

Если радиус смыкания L заранее неизвестен, то, согласно формулам обезразмеривания, для расчета размерных величин нужны значения следующих комплексов: $v_g^{4/3}$ для радиуса, $v_g^{1/3} v \cos \varphi$ для раскрытия, $v_g^3 \omega_s$ для объема жидкости в трещине, p/v_g для давления, $v_g^{4/3} c$ для податливости. На рис. 1, 2 представлены зависимости $v_0 = v(0)$, ω_s , $v_g^{4/3} c$ и γ от параметра v_g . Профили давления p/v_g и раскрытия $v_g^{1/3} v \cos \varphi$ для некоторых значений γ изображены на рис. 3 и 4 (кривые 1—3 для $\gamma = 1,5; 1,4; 1,1$ соответственно). С ростом v_g функции v_0 , ω_s , p/v_g и γ асимптотически стремятся к постоянной. Это позволяет рассматривать трещины большого размера, не прибегая к решению уравнения (7) при γ , близких к $\pi/2$.

Поскольку переменные определяются единственным параметром состояния γ , при расчете размерных величин необходимо установить связь между режимными параметрами состояния в данный момент, масштабными множителями и значениями формального параметра γ . Пусть, например, заданы величины Q_0 и Ω_s . Тогда Ω_g рассчитывается по Q_0 и находится значение комплекса $v_g^3 \omega_s = \Omega_s / \Omega_g$. Это позволяет определить параметр γ , а следовательно, и остальные безразмерные комплексы, после чего без труда находятся масштабные множители и соответствующие размерные величины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Слепян Л. И. Механика трещин.— Л.: Судостроение, 1981.
2. Зазовский А. Ф., Одишария М. Г., Песляк Ю. А. Автомодельные решения задачи о распространении трещины гидроразрыва в непроницаемой горной среде // Изв. АН СССР. МТТ.— 1986.— № 5.
3. Алексеенко О. П., Вайсман А. М. Прямолинейный гидроразрыв в упругой плоскости // Изв. АН СССР. МТТ.— 1988.— № 6.
4. Алексеенко О. П. Точные решения некоторых задач управляемого разрыва горных пород идеально пластическим флюидом: Дис. ... канд. фпз.-мат. наук.— Новосибирск, 1989.

УДК 539.12.04+531.78

А. П. Степовик

О КОЭФФИЦИЕНТЕ ГРЮНАЙЗЕНА ПИРОЛИТИЧЕСКОГО УГЛЕРОДА УПВ-1

В последние годы интенсивно развивается направление, связанное с изучением механических свойств материалов при быстром выделении в них энергии лазерного излучения, электронного, пучков ионов и т. д. [1—3]. Поглощение энергии за времена, много меньшие механической инерционности материала, приводит к возникновению в нем термоупругих напряжений. Применение источников излучения с различными спектром и величиной переноса энергии, использование материалов с разной поглощающей способностью дают возможность исследовать процесс распространения волн напряжений различной длительности по материалу, измерять его термодинамические и упругие параметры, а при достаточной поглощенной энергии — изучать откольные явления [4, 5].

Связь между возникающим термоупругим напряжением σ и поглощенной энергией излучения E выражается через известное соотношение [6] $\sigma = \Gamma(T, V)\rho E$ (Γ — коэффициент Грюнайзена облучаемого материала, ρ — его плотность).

Для большинства однородных изотропных тел в диапазоне температур выше $\sim 0,3 \Theta$ (Θ — температура Дебая) Γ слабо зависит от температур [7] и может быть выражен как [6]

$$\Gamma = \beta c_0^2 / c_V,$$

где β — коэффициент объемного теплового расширения; c_V — удельная теплоемкость; c_0 — скорость звука, определяемая сжимаемостью.

Для анизотропных тел Γ не является константой и для каждого направления в материале величина его будет различной.

Один из удобных материалов для изучения зависимости Γ от степени анизотропии материала — пиролиитический графит, получаемый путем осаждения метана на горячую поверхность графита [8]. Он представляет собой поликристаллический материал с большим количеством кристаллитов, имеющих предпочтительную ориентацию осей, которая зависит от способа изготовления и обработки материала [9].

В [9, 10] проведены измерения на установке с импульсным электронным пучком коэффициента Γ в двух взаимно перпендикулярных направлениях пиролиитических графитов PG1, PG2, PG3 и высокоанизотропного графита SAPG. Получено, что если у PG1, PG2 и PG3 для направлений параллельно и перпендикулярно плоскости осаждения углерода отличаются только значения Γ , то для SAPG изменяется и знак.

В настоящей работе излагаются результаты измерений коэффициента Грюнайзена отечественного пиролиитического углерода (пироуглерода) УПВ-1. Измерения проведены на установке, по типу и принципу работы аналогичной [11], с выведенным в атмосферу электронным пучком. Длительность импульса электронов на полувысоте $\sim 1,3 \cdot 10^{-7}$ с, максимальная энергия их ~ 1 МэВ, средняя энергия 0,3 ... 0,5 МэВ.

Было изготовлено два образца диаметром 60 мм и толщиной 10 мм с различной ориентацией плоскостей по отношению к направлению осаждения углерода: перпендикулярно и параллельно плоскости осаждения. Толщина образцов превышала величину практического пробега электронов с максимальной энергией ~ 2 мм. Поскольку исходная заготовка