

УДК 536.1

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В МЕХАНИЗМЕ СЦЕПЛЕНИЯ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СТАРТОВЫХ УСЛОВИЯХ

Б. Ву

Чунцинский университет, 400044 Чунцин, Китай  
E-mail: bangzhiwu@cqu.edu.cn

На основе динамических характеристик автомобиля при запуске двигателя, уравнений теории теплопроводности и с учетом зависимости теплопроводности от условий запуска исследовано распределение температуры в сцеплении при различных стартовых условиях. Изучено влияние скорости вращения двигателя при его запуске, скорости изменения давления прижимных дисков, а также величины уклона дороги на температуру в сцеплении. Проведено сравнение результатов с результатами численного моделирования, полученными ранее с использованием метода конечных элементов.

Ключевые слова: двухдисковое сцепление сухого типа, стартовые условия, температура, численное моделирование.

DOI: 10.15372/PMTF20210212

**Введение.** Высокоэффективная двухдисковая автоматическая трансмиссия сухого типа широко применяется в седанах и гоночных автомобилях. Однако в такой передаче в момент начала движения автомобиля вследствие трения выделяется большое количество тепла, что оказывает существенное влияние на коэффициент трения, износ, деформацию и передающий крутящий момент [1]. При непрерывной работе сцепления на дороге с большим уклоном температура в сцеплении может быть чрезвычайно высокой, что вызывает абляцию материала. Представляет интерес исследование распределения температуры в сухом сцеплении.

В работе [2] методом конечных элементов изучено изменение во времени температурного поля в сухом сцеплении при различных законах изменения давления. В [3–7] с использованием теории термоупругости исследована устойчивость сцепления и установлена зависимость напряжений от температуры. В работе [8] с помощью метода конечных элементов исследованы теплопроводность и температурное поле во фрикционных парах при постоянном давлении и линейном законе его изменения.

Изменение температурного поля в сцеплении при трех различных режимах начала движения автомобиля изучено в работе [1] с использованием метода конечных элементов. В [9] методом конечных элементов исследовано температурное поле в сцеплении при различных нагрузках, радиусах поверхностей трения и многократных включениях сцепле-

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Национального фонда естественных наук Китая (грант № U1764259) и в рамках проекта фундаментальных исследований и передовых технологий г. Чунцин (грант № cstc2018jcyjAX0409).

ния. Температурное поле во фрикционной паре и влияние на него физических параметров материала этой пары изучено методом конечных элементов в работе [10]. В [11] методом конечных элементов исследованы температурное поле в многослойном сцеплении со смазкой и влияние на него толщины пластин, удельной теплоемкости и теплопроводности материала. В работе [12] предложена конечно-элементная модель температурного поля многослойной фрикционной пары со смазкой и проанализировано влияние канавки в этой паре на распределение температурного поля. Механизм тепловыделения в тормозах при трении идентичен механизму тепловыделения в сцеплении, поэтому исследование температурного поля в тормозах также является актуальной задачей. В работе [13] с использованием метода конечных элементов проведено моделирование трехмерного температурного поля в тормозных дисках при различных скоростях в момент начала торможения, а также изучено влияние на температурное поле радиуса и толщины тормозных дисков. Влияние теплопроводности на температурное поле в тормозных дисках исследовано в работе [14]. Для реализации метода конечных элементов в указанных выше работах необходимо использовать специальное программное обеспечение, поэтому данный метод неприменим при исследовании температурного поля в реальном сцеплении автомобиля. Кроме того, программное обеспечение, используемое при реализации метода конечных элементов, непосредственно не учитывает зависимость теплопроводности, коэффициента трения, степени износа и других характеристик материала от времени. В настоящее время имеется небольшое количество работ, посвященных исследованию температурного поля в сцеплении при различных стартовых условиях.

В данной работе с использованием динамических характеристик автомобиля в момент начала его движения и теории теплопроводности изучается температурное поле в сцеплении с учетом изменения теплопроводности во времени и при различных стартовых условиях.

**1. Динамическая модель работы сцепления в момент начала движения автомобиля.** При наличии двухдисковой автоматической передачи автомобиль может начинать движение с использованием либо однодисковой передачи, либо двухдисковой. При использовании двухдисковой передачи проскальзывание меньше, чем при использовании однодисковой передачи, но в этом случае возникают проблемы при переключении передачи. В большинстве автомобилей в момент начала движения применяется однодисковое сцепление, поэтому в данной работе исследуется однодисковая передача. В этом случае конструкция трансмиссии упрощается (рис. 1).

В качестве примера рассматривается сцепление, схема которого представлена на рис. 2. Динамические уравнения, описывающие процесс запуска двигателя, имеют вид

$$I_e \dot{\omega}_e = T_e - T_c; \quad (1)$$

$$(I_{ms1} + i_1^2 I_1) \dot{\omega}_{ms1} = i_1 T_c - T_w / i_2; \quad (2)$$

$$T_e = f(\alpha_e, \omega_e); \quad (3)$$

$$T_w = \left( \frac{C_d A}{21,15} v_w^2 + mg \sin \theta + mg f_w \cos \theta + \delta m \frac{dv_w}{dt} \right) R_w; \quad (4)$$

$$T_c = \begin{cases} \frac{2}{3} \mu \frac{R_1^3 - R_0^3}{R_1^2 - R_0^2} p A_c, & \omega_c \leq \omega_e, \\ T_e, & \omega_c = \omega_e. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $I_e$  — момент инерции двигателя,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $\omega_e$  — угловая скорость двигателя,  $\text{рад}/\text{с}$ ;  $T_e$  — установившийся крутящий момент двигателя,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ ;  $T_c$  — крутящий момент, действующий на передачу,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ ;  $I_{ms1}$  — момент инерции внутреннего диска,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $i_1, i_2$  — первое

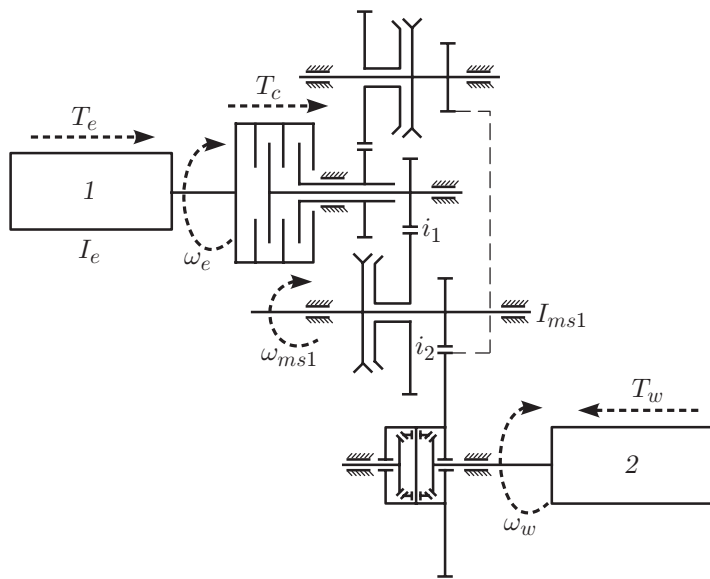


Рис. 1

Рис. 1. Динамическая модель сцепления:

1 — двигатель, 2 — колесо

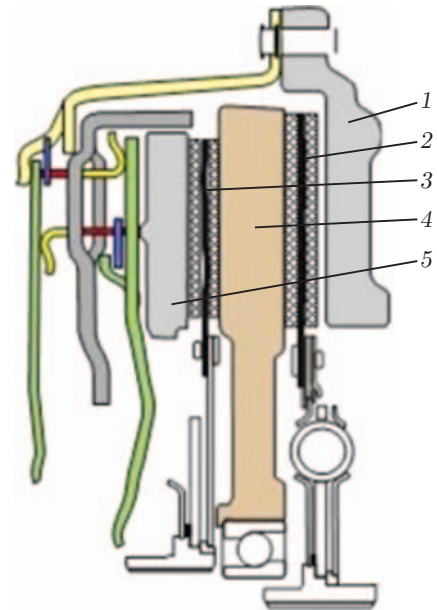


Рис. 2

Рис. 2. Схема двухдискового сцепления:

1 — прижимной диск 1; 2 — фрикционный диск 1; 3 — фрикционный диск 2; 4 — внутренний диск; 5 — прижимной диск 2

и последнее передаточные отношения;  $I_1$  — момент инерции относительно оси сцепления,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $\omega_{ms1}$  — угловая скорость соединительного вала,  $\text{рад}/\text{с}$ ;  $T_w$  — сила сопротивления,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ ;  $\alpha_e$  — степень открытия дроссельной заслонки;  $C_d$  — коэффициент сопротивления;  $A$  — площадь наветренной поверхности автомобиля,  $\text{м}^2$ ;  $v_w$  — скорость автомобиля,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $m$  — масса автомобиля,  $\text{кг}$ ;  $\theta$  — угол уклона дороги;  $f_w$  — коэффициент трения качения;  $\delta$  — коэффициент конверсии вращающейся массы автомобиля;  $R_w$  — радиус колеса,  $\text{м}$ ;  $\mu$  — коэффициент поверхностного трения в сцеплении;  $R_0$ ,  $R_1$  — внутренний и внешний радиусы фрикционной пары,  $\text{м}$ ;  $p$  — давление на единицу площади поверхности сцепления,  $\text{Па}$ ;  $A_c$  — площадь поверхности сцепления,  $\text{м}^2$ ;  $\omega_c$  — угловая скорость сцепления,  $\text{рад}/\text{с}$ .

**2. Анализ стартовых условий.** При включении сцепления двигателю передается управление скоростью, требуемая скорость поддерживается дроссельной заслонкой. Поэтому в динамической модели процесса полагается, что при включении передачи  $T_e = T_c$ .

Подставляя (4), (5) в уравнение (2) и пренебрегая в модели сопротивлением ветра, в результате дифференцирования уравнений по времени получаем

$$\frac{i_2(I_{ms1} + i_1^2 I_1)}{R_w} \ddot{v}_w = \frac{2}{3} \pi i_1 \mu (R_1^3 - R_0^3) \frac{dp}{dt} - \frac{R_w}{i_2} \delta m \ddot{v}_w. \quad (6)$$

Ударная нагрузка определяется следующим образом:  $j = \ddot{v}_w$ . Из определения ударной нагрузки и уравнения (6) находим

$$j = \frac{2\pi i_1 i_2 R_w \mu (R_1^3 - R_0^3)}{3(i_2^2(I_{ms1} + i_1^2 I_1) + \delta m R_w^2)} \frac{dp}{dt}. \quad (7)$$

Ударная нагрузка удовлетворяет неравенству  $j \leq [j] = 10 \text{ м}/\text{с}^3$ . С использованием (7) получаем  $dp/dt \leq 0,88 \text{ МПа}/\text{с}$ .

Если заданы скорость вращения двигателя при включении сцепления, скорость изменения давления при включении сцепления и уклон дороги, то тем самым заданы условия начала работы сцепления. Для того чтобы проанализировать влияние трех указанных выше параметров на распределение температурного поля в сцеплении в момент начала движения автомобиля, были выбраны следующие значения параметров: скорость вращения двигателя в диапазоне от 750 об/мин (на холостом ходу) до 3000 об/мин (в момент начала движения), скорость изменения давления в сцеплении  $0,4 \div 0,8$  МПа/с, уклон дороги 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30 %.

**3. Теоретическое исследование температурного поля в сцеплении.** Ниже представлена математическая модель, описывающая температурное поле в сцеплении, приводятся уравнения теплопроводности, формулируются краевые условия, рассмотрен алгоритм численного решения задачи.

3.1. *Вывод уравнения теплопроводности.* Механизм сухого двухдискового сцепления состоит из внутреннего диска, двух фрикционных дисков и двух прижимных дисков (см. рис. 2). Прижимные диски 1 и 2 изготовлены из одного и того же материала и имеют одинаковую теплопроводность. Далее анализируется увеличение температуры только в прижимном диске 1. Увеличение температуры в диске 2 анализируется аналогично.

В соответствии с теорией теплопроводности [15] трехмерное уравнение теплопроводности в цилиндрической системе координат имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\lambda}{r} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}.$$

Здесь  $\lambda$  — теплопроводность, Вт/(К·м);  $T$  — температура, К;  $\rho$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $c$  — удельная теплоемкость, Дж/(кг·К).

Для того чтобы упростить анализ температурного поля, рассмотрим упрощенную схему сцепления (рис. 3). Предполагается, что теплопроводность материала дисков постоянная и выполняются условия симметричности теплового потока, геометрии и распределения нагрузки. Таким образом, трехмерное дифференциальное уравнение теплопроводности

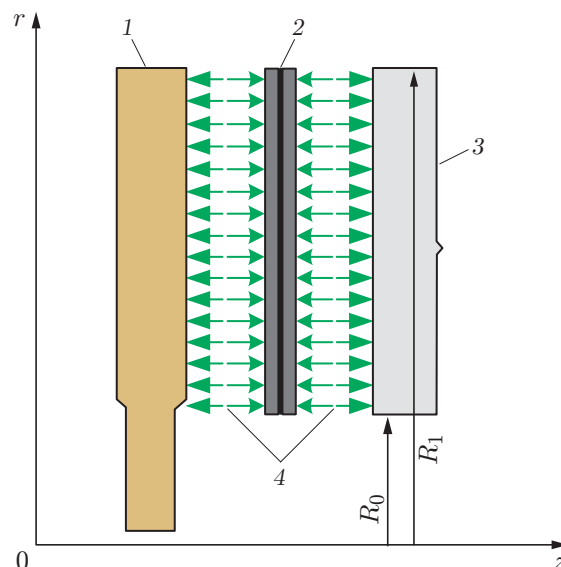


Рис. 3. Схема переноса тепла в сухом сцеплении:

1 — внутренний диск, 2 — фрикционный диск, 3 — прижимной диск, 4 — поток тепла

сводится к двумерному с постоянной величиной теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad R_0 < r < R_1, \quad 0 < z < z_0, \quad t > 0$$

( $\alpha$  — коэффициент термодиффузии,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $z_0$  — толщина прижимного диска,  $\text{м}$ ).

3.2. *Постановка краевых и начальных условий.* Фрикционный диск находится между внутренним и прижимным дисками (см. рис. 3). При синхронном вращении внутреннего и прижимного дисков на обеих поверхностях фрикционного диска выделяется большое количество тепла. При заданных физических характеристиках теплоемкость внутреннего диска превышает теплоемкость прижимного диска. В данной работе исследуется распределение температуры в прижимном диске.

Для однородного и изотропного материалов поток тепла  $q$  удовлетворяет закону Фурье

$$q(\mathbf{r}, t) = -\lambda \nabla T(\mathbf{r}, t).$$

Поток тепла в сцеплении можно вычислить с использованием уравнений термодинамики, предложенных в работе [16]. Поскольку экспериментальные данные о коэффициенте трения в сцеплении отсутствуют, в настоящей работе используется упрощенный закон для потока тепла [17]

$$q(r, t) = k \mu r p(t) \omega_s(t),$$

где  $k$  — теплопроводность, определяемая соотношением [18]

$$k_d = \frac{q_f}{q_d + q_f} = 1 - \frac{1}{1 + q_f/q_d} = 1 - \frac{1}{1 + (\rho_f c_f \lambda_f / (\rho_d c_d \lambda_d))^{1/2}},$$

индекс  $d$  соответствует прижимному диску,  $f$  — фрикционному диску.

Вся поверхность прижимного диска, за исключением поверхности трения, контактирует с воздухом. Конвективный поток тепла удовлетворяет закону Ньютона

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = h(T - T_0),$$

где  $h$  — коэффициент теплопереноса,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $T_0$  — начальная температура,  $\text{К}$ . Интервал времени, в котором при расчете температурного поля в сцеплении следует учитывать конвективный перенос тепла, можно определить с использованием формулы, предложенной в [19]:

$$h_0 = 1,73 \sqrt{\alpha t_0}. \quad (8)$$

Здесь  $h_0$  — глубина проникания теплового импульса,  $\text{м}$ ;  $t_0$  — общее время работы сцепления,  $\text{с}$ .

В соответствии с формулой (8) и толщиной прижимной пластины  $z_0$  интервал времени (в секундах), в котором можно не учитывать конвективный теплоперенос, удовлетворяет условию

$$t_0 \leq \frac{(z_0/1,73)^2}{\alpha} = \frac{(0,008/1,73)^2}{58/(544 \cdot 7250)} = 1,454.$$

В данной работе минимальный интервал времени, в котором вычисляется температурное поле в прижимном диске, превышает 1,454 с. Поэтому при расчете температурного поля в прижимном диске следует учитывать конвективный теплоперенос. В соответствии с теорией подобия коэффициент теплопереноса в прижимном диске вычисляется по формуле [20]

$$h = \begin{cases} 0,04(\lambda_a/D) \text{Re}^{0,8}, & \text{Re} > 2,4 \cdot 10^5, \\ 0,7(\lambda_a/D) \text{Re}^{0,55}, & \text{Re} \leq 2,4 \cdot 10^5, \end{cases}$$

где  $\lambda_a$  — теплопроводность воздуха, Вт/(К · м);  $D$  — диаметр прижимного диска, м;  $Re$  — число Рейнольдса.

Как отмечено выше, на поверхностях трения фрикционного и прижимного дисков задаются условия для потока тепла, на остальных поверхностях задается конвективный поток тепла. Таким образом, ставятся следующие краевые условия:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = -h_1(T - T_0), \quad r = R_0, \quad 0 < z < z_0, \quad t > 0,$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = -h_2(T - T_0), \quad r = R_1, \quad 0 < z < z_0, \quad t > 0,$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = q, \quad R_0 < r < R_1, \quad z = 0, \quad t > 0,$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = -h_3(T - T_0), \quad R_0 < r < R_1, \quad z = z_0, \quad t > 0,$$

а также задаются начальные условия.

**3.3. Решение задачи о распределении температуры.** Для того чтобы обеспечить сходимость численного алгоритма при наличии параметров, зависящих от времени, при решении уравнения теплопроводности используется конечно-разностный метод переменных направлений. Вычисления проводятся в следующей последовательности.

1. Область в пространстве переменных  $(r, z, t)$  разбивается сеткой с шагами  $\Delta r$ ,  $\Delta z$  и  $\Delta t$ , температура  $T(r, z, t)$  аппроксимируется следующим образом:

$$T(r, z, t) = T(i\Delta r, j\Delta z, n\Delta t) = T_{i,j}^n.$$

2. В уравнении теплопроводности и краевых условиях используются следующие разностные аппроксимации:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{T_{i-1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i+1,j}^n}{(\Delta r)^2} + o((\Delta r)^2),$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2\Delta r} + o((\Delta r)^2),$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{T_{i,j-1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j+1}^n}{(\Delta z)^2} + o((\Delta z)^2),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} + o(\Delta t).$$

3. Конечно-разностные уравнения решаются методом сверхрелаксации.

**4. Результаты исследования и их обсуждение.** На рис. 4 приведены результаты вычисления температуры в сцеплении в момент начала движения автомобиля, а также результаты расчетов, полученные в работе [1] методом конечных элементов. Максимальное различие значений температуры не превышает 5 °С. Различие значений температуры обусловлено тем, что в работе [1] теплопроводность полагалась постоянной. В действительности теплопроводность возрастает с увеличением скорости вращения.

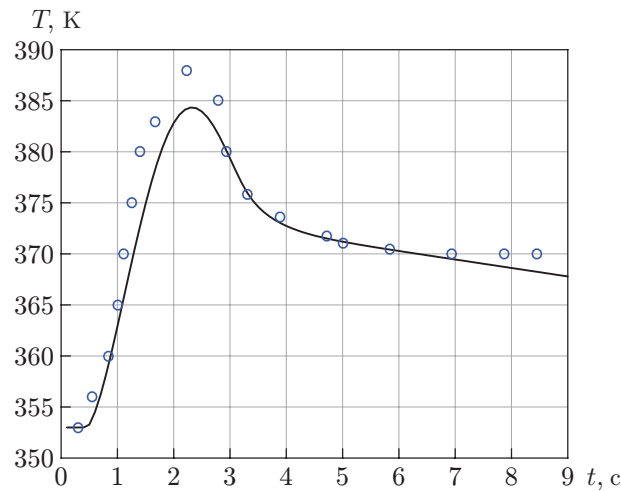


Рис. 4. Зависимость температуры в сцеплении от времени на начальном этапе движения автомобиля:  
 линия — расчет по предлагаемой модели, точки — расчет с использованием метода конечных элементов

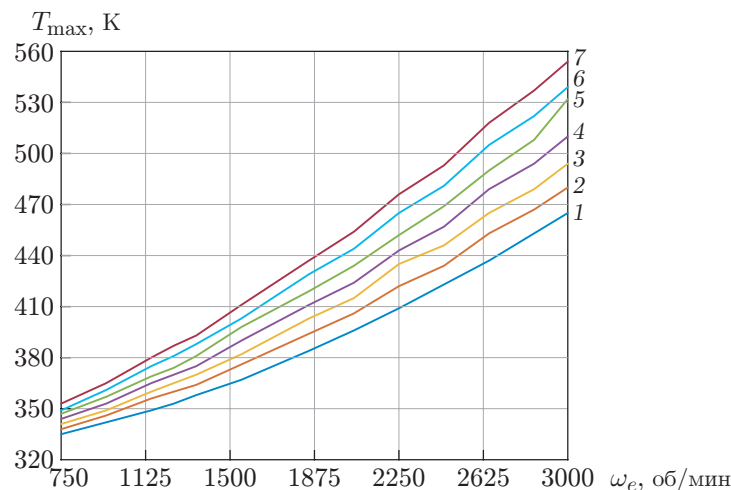


Рис. 5. Зависимость максимальной температуры в сцеплении от скорости вращения двигателя при изменении давления со скоростью 0,8 МПа/с и различных стартовых условиях:  
 1 —  $\theta = 0$ , 2 —  $\theta = 5\%$ , 3 —  $\theta = 10\%$ , 4 —  $\theta = 15\%$ , 5 —  $\theta = 20\%$ , 6 —  $\theta = 25\%$ ,  
 7 —  $\theta = 30\%$

Проведены вычисления распределения температуры в сцеплении при различных стартовых условиях, а именно при различных скоростях вращения двигателя, различных скоростях изменения давления при включении сцепления и различных углах уклона дороги. Анализ результатов вычислений, приведенных на рис. 5, 6, позволяет сделать вывод о влиянии скорости вращения двигателя и угла уклона дороги на максимальную температуру сцепления при единичном включении. Температура сцепления увеличивается с увеличением скорости вращения двигателя и угла уклона дороги.

На рис. 6 представлены результаты вычислений при различных значениях начальной скорости автомобиля, скорости изменения давления на сцепление и угла уклона дороги. Из рис. 6, а, в следует, что при увеличении скорости вращения двигателя с 750 до 1500 об/мин

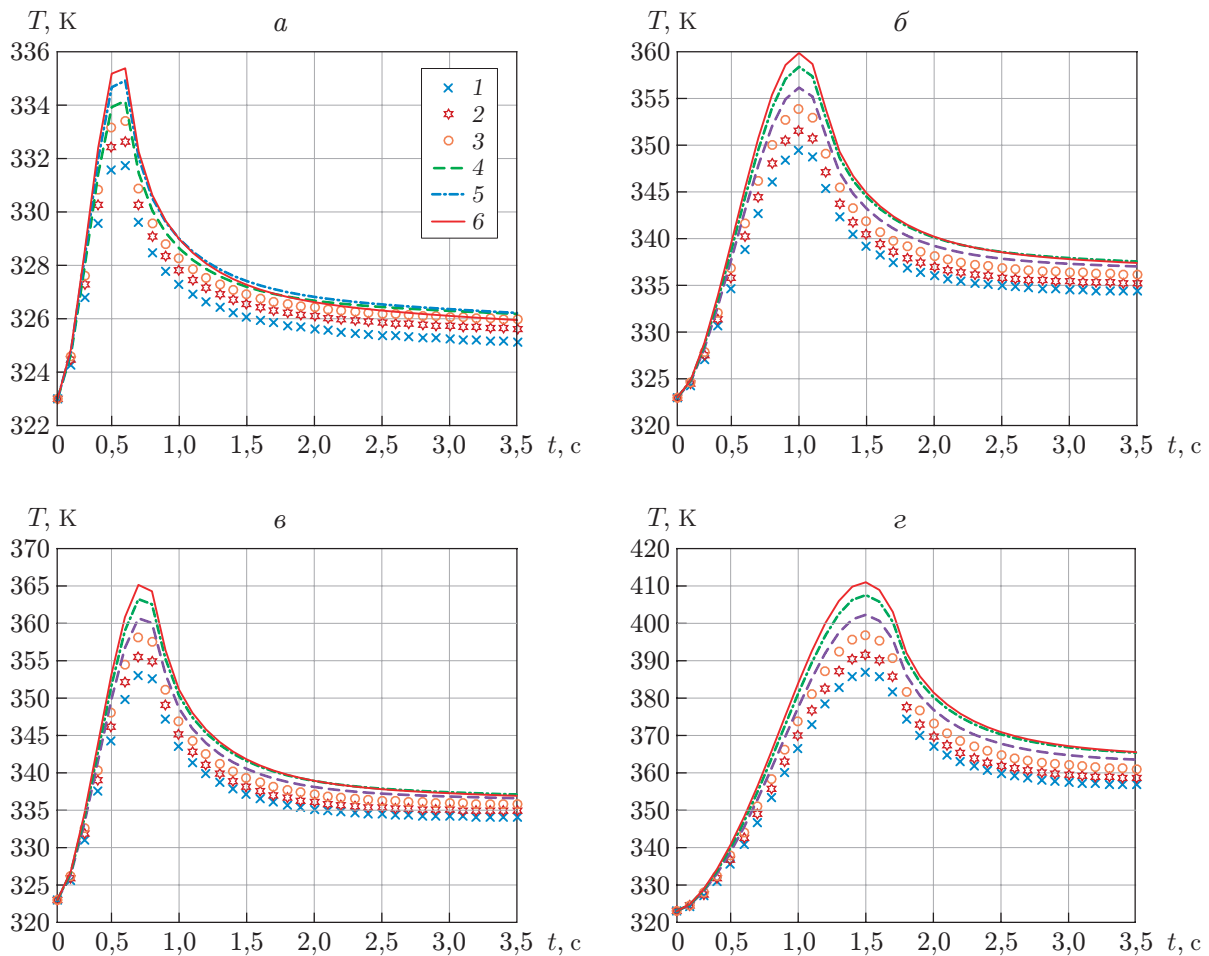


Рис. 6. Зависимость температуры в сцеплении от времени при различных стартовых условиях:

*a* —  $\omega_e = 750$  об/мин,  $dp/dt = 0,8$  МПа/с,  $\theta = 0$ , *б* —  $\omega_e = 1500$  об/мин,  $dp/dt = 0,4$  МПа/с,  $\theta = 0$ , *в* —  $\omega_e = 1500$  об/мин,  $dp/dt = 0,8$  МПа/с,  $\theta = 0$ , *г* —  $\omega_e = 1500$  об/мин,  $dp/dt = 0,4$  МПа/с,  $\theta = 30\%$ ; 1 —  $R_1 = 75$  мм, 2 —  $R_1 = 82$  мм, 3 —  $R_1 = 89$  мм, 4 —  $R_1 = 96$  мм, 5 —  $R_1 = 103$  мм, 6 —  $R_1 = 108$  мм

максимальная температура в сцеплении возрастает с 335 до 365 К. Из рис. 6,б,в следует, что при увеличении скорости изменения давления с 0,4 до 0,8 МПа/с максимальная температура в сцеплении увеличивается с 360 до 365 К. Из рис. 6,б,г следует, что при увеличении угла уклона дороги до 30 % максимальная температура в сцеплении возрастает с 360 до 411 К. Таким образом, основными параметрами, влияющими на распределение температуры в сцеплении, являются скорость вращения двигателя и уклон дороги, скоростью изменения давления на диски можно пренебречь.

На рис. 5, 6 видно, что при включении сцепления температура не достигает критического значения, равного 573 К, в течение 3,5 с. Однако в дальнейшем температура может достигнуть значения  $T = 597,6$  К (рис. 7), которое превышает критическую температуру.

**Заключение.** В работе получены следующие основные результаты. На основе теории теплопроводности предложен алгоритм вычисления распределения температуры в сцеплении. Исследовано распределение температуры при различных стартовых условиях.

Установлено, что основными параметрами, влияющими на распределение температуры, являются скорость вращения двигателя при включении сцепления и угол уклона



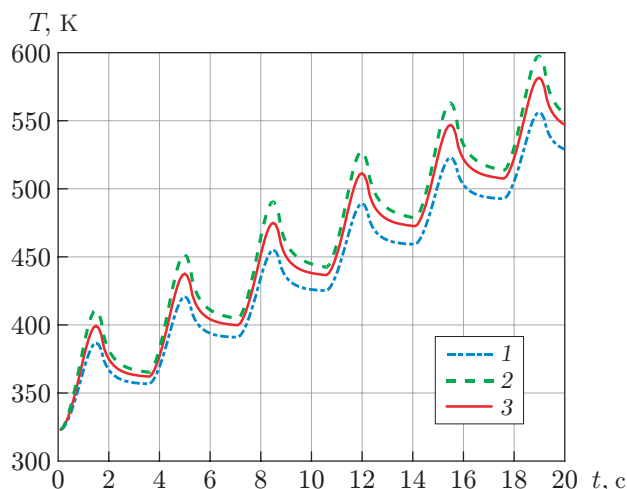


Рис. 7. Зависимость температуры в сцеплении от времени при  $\omega_e = 1500$  об/мин,  $dp/dt = 0,4$  МПа/с,  $\theta = 30$  %:

1 —  $R_0 = 75$  мм, 2 —  $R_1 = 108$  мм, 3 —  $R_m = (R_0 + R_1)/2 = 91,5$  мм

дороги. При большом значении угла уклона дороги необходимо уменьшить скорость вращения двигателя, для того чтобы исключить абляцию, вызванную перегревом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Pisaturo M., Senatore A.** Simulation of engagement control in automotive dry-clutch and temperature field analysis through finite element model // Appl. Thermal Engng. 2015. V. 93. P. 958–966.
2. **Abdullah O. I., Schlattmann J.** An investigation into the thermal behavior of the grooved dry friction clutch // J. Tribology. 2014. V. 136, N 3. P. 302–303.
3. **Zagrodzki P.** Numerical analysis of temperature fields and thermal stresses in the friction discs of a multidisc wet clutch // Wear. 1985. V. 101, N 3. P. 255–271.
4. **Zagrodzki P.** Influence of design and material factors on thermal stresses in multiple disc wet clutches and brakes // SAE Trans. 1991. V. 100. P. 395–405.
5. **Zagrodzki P., Todd D. F.** Analysis of temperatures and stresses in wet friction disks involving thermally induced changes of contact pressure // SAE Trans. 1998. V. 107. P. 360–367.
6. **Zagrodzki P., Truncione S. A.** Generation of hot spots in a wet multidisk clutch during short-term engagement // Wear. 2003. V. 254, N 5. P. 474–491.
7. **Zagrodzki P.** Thermoelastic instability in friction clutches and brakes — transient modal analysis revealing mechanisms of excitation of unstable modes // Intern. J. Solids Structures. 2009. V. 46, N 11/12. P. 2463–2476.
8. **Mouffak E., Bouchetara M.** Transient thermal behavior of automotive dry clutch discs by using ansys software // Mechanika. 2017. V. 22, N 6. P. 562–570.
9. **Abdullah O. I., Schlattmann J.** Computation of surface temperatures and energy dissipation in dry friction clutches for varying torque with time // Intern. J. Automotive Technol. 2014. V. 15, N 5. P. 733–740.
10. **Li W., Huang J., Fei J., et al.** Simulation and application of temperature field of carbon fabric wet clutch during engagement based on finite element analysis // Intern. Comm. Heat Mass Transfer. 2016. V. 71. P. 180–187.

11. **Zhao S., Hilmas G. E., Dharani L. R.** Behavior of a composite multidisk clutch subjected to mechanical and frictionally excited thermal load // *Wear*. 2008. V. 264, N 11/12. P. 1059–1068.
12. **Cui J., Wang C., Xie F.** Numerical investigation on transient thermal behavior of multidisk friction pairs in hydro-viscous drive // *Appl. Thermal Engng.* 2014. V. 67, N 1/2. P. 409–422.
13. **Adamowicz A., Grzes P.** Analysis of disc brake temperature distribution during single braking under non-axisymmetric load // *Appl. Thermal Engng.* 2011. V. 31, N 6. P. 1003–1012.
14. **Belhocine A., Bouchetara M.** Thermal analysis of a solid brake disc // *Appl. Thermal Engng.* 2012. V. 32, N 1. P. 59–67.
15. **Ozisk M. N.** Heat conduction. N. Y.: John Wiley and Sons, 1980.
16. **Chichinadze A. V.** Theoretical and practical problems of thermal dynamics and simulation of the friction and wear of tribocouples // *J. Friction Wear*. 2009. V. 30, N 3. P. 199–215.
17. **Ling F. F.** Surface mechanics / F. F. Ling, L. E. Goodman. N. Y.: Amer. Soc. Mech. Engrs, 1969.
18. **Zhu Z., Peng Y., Shi Z., Chen G.** Three-dimensional transient temperature field of brake shoe during hoist's emergency braking // *Appl. Thermal Engng.* 2009. V. 29, N 5. P. 932–937.
19. **Chichinadze A. V.** Fundamentals of tribology. M.: Mashinostroenie, 2001.
20. **Mills A. F.** Heat transfer. 2nd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.

*Поступила в редакцию 19/II 2020 г.,  
после доработки — 22/VI 2020 г.  
Принята к публикации 27/VII 2020 г.*

---