

УДК 532.0301:533.697

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВОЙНОЙ РЕШЕТКИ ПРОФИЛЕЙ

О. В. Чернышева, В. А. Юдин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Рассматривается обтекание двойной решетки телесных профилей произвольной формы, колеблющихся в потоке идеальной несжимаемой жидкости. За профилями решеток учитываются нестационарные вихревые следы, моделируемые линиями контактного разрыва скорости. В предположении малости амплитуд колебаний задача сводится к решению системы двух интегральных уравнений относительно скорости жидкости на исходных профилях двойной решетки. Получены формулы для расчета нестационарных сил и моментов. Проведено исследование зависимости этих сил от формы, взаимного расположения и законов колебаний профилей решеток.

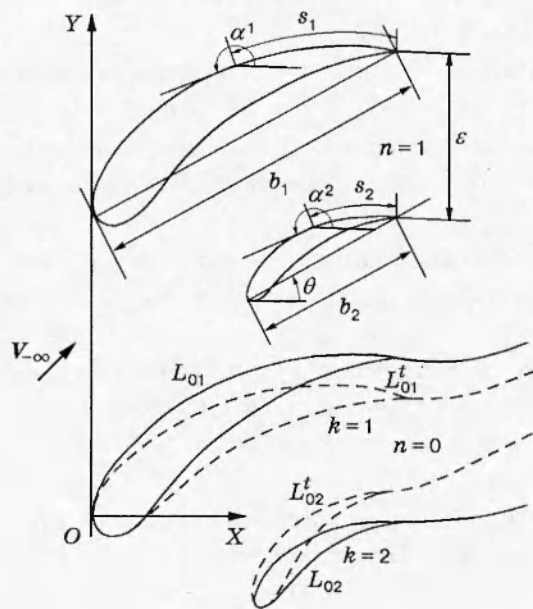


Рис. 1

Введение. Лопаточные венцы турбомашин часто конструируют из двойных лопаток — основной и вспомогательной (рис. 1). Такие венцы применяются, в частности, в шахтных вентиляторах, работающих с переменной подачей воздуха за счет изменения углов установки лопаток специальными поворотными устройствами. Поворот сдвоенных лопаток вращающегося колеса вентилятора оказывается технологичнее за счет уменьшения общего числа дорогостоящих поворотных устройств и выбора оси поворота, обеспечивающей равенство нулю центробежных моментов инерции [1]. Вопрос взаимного расположения основной и вспомогательной лопаток с целью оптимизации их гидродинамических характеристик к настоящему времени в должной мере не изучен из-за отсутствия экономичных и надежно работающих программ расчета этих характеристик. В ра-

боте на основе плоской модели строится алгоритм расчета стационарных и нестационарных сил и моментов профилей двойной решетки, колеблющихся в потоке идеальной несжимаемой жидкости. Для одиночной решетки такой алгоритм построен [2] и сводится к решению одного интегрального уравнения на профиле решетки. В случае двойной решетки этот алгоритм удалось обобщить, но задача сводится к решению системы двух интегральных уравнений на основном и вспомогательном профилях. Алгоритм реализован в виде программы расчета на ПЭВМ.

Проведены исследования зависимости стационарных и нестационарных сил и моментов, возникающих на основном и вспомогательном профилях двойной решетки, от их формы, взаимного положения и законов колебаний. Показано, в частности, что одним из основ-

ных параметров, существенно влияющих на уровень нестационарных сил, является сдвиг фазы между колебаниями основного и вспомогательного профилей.

Постановка задачи. В плоскости комплексного переменного $z = x + iy$ рассмотрим безотрывное обтекание двойной решетки колеблющихся профилей потенциальным потоком идеальной несжимаемой жидкости. На бесконечном удалении перед решеткой скорость жидкости $\bar{V}_{-\infty}$ принимаем постоянной. Считаем профили основной и вспомогательной решеток произвольными, выходные кромки профилей — точками возврата. Предполагаем, что колебания профилей происходят с малыми амплитудами A по гармоническому закону одинаковой частоты ω с постоянным сдвигом фазы μ между соседними профилями:

$$z_n^k(s, t) = z_0^k(s) + inh + Ag^k(s) \exp(j(\omega t + n\mu)),$$

где индекс $k = 1; 2$ обозначает соответственно основной и вспомогательный профили; $z_0^k(s)$ — комплексная координата точки s контура в среднем (недеформированном) положении; $g^1 = g_x^1 + ig_y^1$, $g^2 = (g_x^2 + ig_y^2) \exp(j\mu_{12})$ — формы колебаний основного и вспомогательного профилей; μ_{12} — сдвиг фазы между ними; h — шаг решетки; n — номер сдвоенного профиля; $\mu = 2\pi m/N$ ($m = 1, N-1$). Здесь и далее мнимая единица j введена для описания временных процессов и не взаимодействует с мнимой величиной i ($i \cdot j \neq -1$).

За профилями учитываем нестационарные вихревые следы (сходящиеся с выходных кромок вследствие изменения циркуляции на профилях), которые моделируем линиями контактного разрыва скорости.

В силу потенциальности течения комплексная скорость жидкости $\bar{V}_{\Sigma}(z, t)$ является аналитической функцией по z всюду вне колеблющихся профилей двойной решетки и вихревых следов за ними. Представим ее в виде

$$\bar{V}_{\Sigma}(z, t) = \bar{V}_0(z) + V(z) \exp(j\omega t),$$

где $\bar{V}_0(z)$ — скорость обтекания неподвижной двойной решетки; $\bar{V}(z)$ — нестационарное возмущение скорости, вызванное малыми колебаниями.

Функция $\bar{V}_{\Sigma}(z, t)$ должна удовлетворять следующим условиям:

1) на бесконечности перед решеткой $\bar{V}_0(-\infty) = \bar{V}_{-\infty}$, $V(-\infty) = 0$;

2) периодичности $V_0(z + inh) = V_0(z)$, $V(z + inh) = V(z) \exp(jn\mu)$;

3) непротекания на границах профилей $\bar{V}_{\Sigma n}^k(\zeta, t) = V^k(s, t) \exp(-i\alpha_n^k(s, t))$, где $V^k(s, t) = V_0^k(s) + V^k(s) \exp(j(\omega t + n\mu))$ — модуль относительной скорости жидкости; $\bar{V}_{\Sigma n}^k = \bar{V}_{\Sigma n}^k - j\omega A \bar{g}^k(s) \exp(j(\omega t + n\mu))$ — относительная скорость жидкости на n -м профиле решетки; $\alpha_n^k(s, t) = \theta^k(s) + \alpha^k(s) \exp(j(\omega t + n\mu))$ — угол между касательной к колеблющемуся контуру L_{nk}^t и осью OX ; $\theta^k(s)$ — угол между касательной к неподвижному контуру L_{nk} и осью OX ; s — длина дуги контура L_{nk} , отсчитываемая от выходной кромки в направлении положительного обхода контура;

4) непрерывности давления (динамическое условие) и нормальной составляющей скорости жидкости (кинематическое условие) при переходе через вихревые следы. Ввиду малости амплитуды колебаний считаем [2], что вихревые следы расположены вдоль линий тока стационарного потока, сходящихся с выходных кромок профилей;

5) условию Жуковского — Чаплыгина в острых выходных кромках, которое с учетом динамического условия в следах имеет вид

$$V_0^k(+0) + V_0^k(-0) = 0, \quad V^k(+0) + V^k(-0) = -\frac{j\omega}{V_0^k(0)} \int_{L_{0k}^t} \bar{v}^k(\sigma) d\sigma$$

(условие на скачок скорости в острой выходной кромке).

Метод решения. По обобщенной формуле Коши с учетом условия на бесконечности перед решеткой имеем

$$\begin{aligned} \bar{V}_\Sigma(z, t) = & \frac{1}{2iNh} \sum_{k=1}^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{L_{0k}^t} \bar{V}_\Sigma(\zeta, t) \left\{ \operatorname{cth} \left[\frac{\pi}{Nh} (z - \zeta^k - inh) \right] + 1 \right\} d\zeta^k + \\ & + \frac{1}{2iNh} \sum_{k=1}^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_0^\infty \eta_n^k(\tau, t) \left\{ \operatorname{cth} \left[\frac{\pi}{Nh} (z - \zeta^{*k}(\tau) - inh) \right] + 1 \right\} d\tau^k + V_{-\infty}, \end{aligned}$$

где величина касательного разрыва скорости на линии вихревого следа

$$\eta_n^k = -\frac{1}{V_0^k(\tau)} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \operatorname{Re}_i \int_{L_{nk}^t} V_{\Sigma n}(\zeta^k, t) d\zeta^k \right\} \Big|_{t=t^k}, \quad t^k = t - \int_0^\tau \frac{d\tau}{V_0^k(\tau^k)}.$$

Осуществим предельный переход по формулам Сохоцкого — Племеля из области аналитичности \bar{V}_Σ на профили двойной решетки. В силу малости колебаний проведем линеаризацию на стационарном решении V_0 . При этом граничные условия снесем на стационарные положения профилей, а интегрирование по подвижным контурам L_{0k}^t заменим на интегрирование по неподвижным контурам L_{0k} , пренебрегая величинами второго порядка малости по сравнению с амплитудой A колебаний. В полученных равенствах объединим члены с множителем $\exp(j\omega t)$. Учитывая условие однозначной разрешимости Жуковского — Чаплыгина и взяв реальную часть по i , получим систему интегральных уравнений относительно величин стационарных скоростей $V_0^k(s)$ и амплитудных значений нестационарных скоростей $V^k(s)$ на профилях решетки, которая имеет единственное решение:

$$V_0^p(s) - \sum_{k=1}^2 \int_{L_0^k} V_0^k(\sigma) \Phi_{10}^{pk}(s, \sigma) d\sigma^k = \Pi_{10}^p(s), \quad (1)$$

$$V^p(s) - \sum_{k=1}^2 \int_{L_0^k} V^k(\sigma) \Phi_1^{pk}(\mu, s, \sigma) d\sigma^k = A \cdot \Pi_1^p(s), \quad p = 1, 2,$$

где

$$\Phi_{10}^{pk}(s, \sigma) = \Phi_0^{pk}(s, \sigma) - 0,5(\Phi_0^{pk}(+0, \sigma) + \Phi_0^{pk}(-0, \sigma)),$$

$$\Phi_0^{pk}(s, \sigma) = \operatorname{Re}_i \left\{ \frac{\exp(i\theta^p(s))}{ih} \left(\operatorname{cth} \left[\frac{\pi}{h} (z_0^p - \zeta_0^k) \right] + 1 \right) \right\},$$

$$\Pi_{10}^p(s) = \Pi_0^p(s) - 0,5(\Pi_0^p(+0) + \Pi_0^p(-0)), \quad \Pi_0^p(s) = \operatorname{Re}_i \{ 2 \exp(i\theta^p(s)) \bar{V}_{-\infty} \},$$

$$\Phi_1^{pk}(\mu, s, \sigma) = \Phi^{pk}(\mu, s, \sigma) - 0,5(\Phi^{pk}(\mu, +0, \sigma) + \Phi^{pk}(\mu, -0, \sigma)),$$

$$\begin{aligned} \Phi^{pk}(\mu, s, \sigma) = & \operatorname{Re}_i \left\{ -\frac{\exp(i\theta^p(s))}{iNh} \sum_{n=0}^{N-1} \exp(jn\mu) \left\{ \operatorname{cth} \left[\frac{\pi}{Nh} (z_0^p - \zeta_0^k - inh) \right] + 1 - \right. \right. \\ & \left. \left. - j\omega \int_0^\infty \frac{\exp(-j\omega T^k(\tau))}{V_0^k(\tau)} \left\{ \operatorname{cth} \left[\frac{\pi}{Nh} (z_0^p - \zeta_0^{*k} - inh) \right] + 1 \right\} d\tau \right\} \right\}, \end{aligned}$$

$$\Pi_1^p(\mu, s, \sigma) = \Pi^p(\mu, s, \sigma) - 0,5(\Pi^p(\mu, +0, \sigma) + \Pi^p(\mu, -0, \sigma)),$$

$$\Pi^p(\mu, s, \sigma) = \sum_{k=1}^2 \int_{L_0^k} V_0^k(\sigma) D^{pk}(\mu, s, \sigma) d\sigma^k + j\omega G^p(\mu, s),$$

$$D^{pk}(\mu, s, \sigma) = \operatorname{Re}_i \left\{ - \frac{\pi \exp(i\theta^p(s))}{iN^2 h^2} \sum_{n=0}^{N-1} (g(s) - g(\sigma) \exp(jn\mu)) \operatorname{sh}^{-z} \left[\frac{\pi}{N h} (z_0^p - \zeta_0^k - inh) \right] \right\},$$

$$G^p(\mu, s) = \operatorname{Re}_i \left\{ 2 \exp(i\theta^p(s)) \left[-\bar{g}^p + \sum_{k=1}^2 \int_{L_0^k} g^k(\sigma) \Phi^{pk}(\mu, s, \sigma) d\zeta_0^k \right] \right\}.$$

Система интегральных уравнений (1) решалась численно. Профиль заменялся вписанным в него многоугольником [3], а интеграл по следу вычислялся с помощью квадратурных формул Филона для интегралов от колеблющихся функций [4]. Полученная таким образом система линейных алгебраических уравнений решалась методом Гаусса с выбором максимального элемента.

Расчет сил и момента. На исходном ($n = 0$) профиле формулы для расчета сил

$$X^p = 0,5\rho\bar{V}_{-\infty}^2 h(C_{0X}^p + C_X^p A \exp(j\omega t)), \quad Y^p = 0,5\rho\bar{V}_{-\infty}^2 h(C_{0Y}^p + C_Y^p A \exp(j\omega t))$$

и момента относительно входных кромок профиля

$$M^p = 0,5\rho\bar{V}_{-\infty}^2 h(C_{0M}^p + C_M^p A \exp(j\omega t))$$

(ρ — плотность жидкости; $C_{0X}^p, C_{0Y}^p, C_{0M}^p, C_X^p, C_Y^p, C_M^p$ — соответствующие безразмерные коэффициенты) получаются при помощи интеграла Коши — Лагранжа и имеют вид [1, 5]

$$C_{0X}^p - iC_{0Y}^p = i \int_{L_0^p} (V_0^p(s))^2 \exp(-i\alpha^p(s)) ds^p, \quad C_{0M}^p = \operatorname{Re} \int_{L_0^p} (V_0^p(s))^2 \bar{z}^p dz^p,$$

$$C_X^p - iC_Y^p = 2i \int_{L_0^p} \{V_0^p(s)V^p(s) + j\omega V_0^p(s)\operatorname{Re}(g^p(s) \exp(-i\alpha^p(s)))\} ds^p -$$

$$-i \int_{L_0^p} (V_0^p(s))^2 \frac{dg^p}{dz^p} \exp(-i\alpha^p(s)) ds^p - 2ij\omega \int_{L_0^p} \{V^p(s) + j\omega \operatorname{Re}(g^p(s) \exp(-i\alpha^p(s)))\} (\bar{z}^p - z_*^p) ds^p,$$

$$C_M^p = -2 \int_{L_0^p} \{V_0^p(s)V^p(s) + j\omega V_0^p(s)\operatorname{Re}(g^p(s) \exp(-i\alpha^p(s)))\} \operatorname{Re}(z^p dz^p) ds^p +$$

$$+ \int_{L_0^p} (V_0^p(s))^2 \operatorname{Re} \left(\frac{dg^p}{dz^p} z^p dz^p \right) - \int_{L_0^p} (V_0^p(s))^2 \operatorname{Re}(g^p dz) +$$

$$+ j\omega \int_{L_0^p} \{V^p(s) + j\omega \operatorname{Re}(g^p(s) \exp(-i\alpha^p(s)))\} (|z^p|^2 - |z_*^p|^2) ds^p.$$

Здесь z_*^p — комплексная координата острой выходной кромки профиля L_0^p . Эти формулы удобны в использовании, так как содержат только решения интегральных уравнений (1) $V^p(s), V_0^p(s)$.

Результаты. Описанный алгоритм реализован в виде программы расчета на ЭВМ стационарных и нестационарных характеристик. Обычно для получения трех верных знаков после запятой в расчете требуется задать не более 30 точек на основном и вспомогательном профилях двойной решетки и не более 100 точек в следах за ними. Время счета одного варианта на ЭВМ АТ-486 не превышает 3 мин. Для проверки правильности работы программы проводилось сравнение с [5] для случая, когда вспомогательный профиль в

точности совпадал с основным и был расположен под ним на расстоянии половины шага двойной решетки. Формы колебаний их также задавались одинаковыми: $g^1(s) = g^2(s)$. В этом случае двойная решетка становилась эквивалентной одиночной с уменьшенным вдвое шагом. Для всех сравниваемых вариантов расчета величины скорости и сил, как стационарные, так и нестационарные, практически полностью совпали (отличие не более 0,1 %).

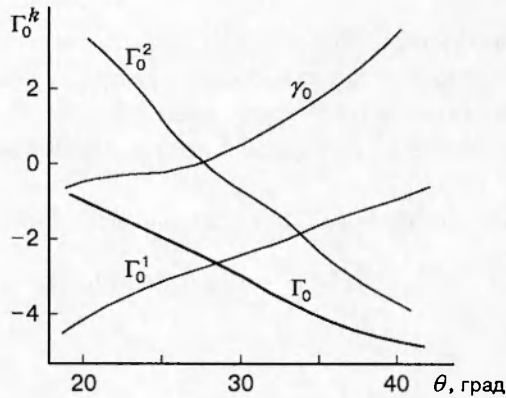


Рис. 2

Для исследования поведения стационарных и нестационарных гидродинамических характеристик была взята двойная решетка, обтекаемая потоком $\bar{V}_\infty = \exp(-i\pi/4)$, имеющая исходные профили, изображенные на рис. 1. Будем характеризовать положение вспомогательного профиля относительно основного параметрами ε (расстоянием вдоль фронта между выходными кромками профилей) и θ (углом установки вспомогательного профиля относительно его входной кромки, причем $\theta = 0$ соответствует исходному положению вспомогательного профиля, показанного на рис. 1).

На рис. 2 приведены зависимости стационарной циркуляции Γ_0^k , характеризующей поворот потока основной ($k = 1$) и вспомогательной ($k = 2$) решетками, от параметра θ . Величины $\Gamma_0 = \Gamma_0^1 + \Gamma_0^2$ и $\gamma_0 = \Gamma_0^2/\Gamma_0^1$, очевидно, характеризуют соответственно суммарный поворот потока двойной решеткой и относительный вклад в этот поворот каждой решетки. На графиках видно, что как Γ_0 , так и γ_0 существенно зависят от положения и угла установки вспомогательной решетки относительно основной, особенно при близких расстояниях между ними.

На рис. 3 приведены зависимости амплитуды окружных составляющих нестационарных сил C_y^1 (сплошные линии), C_y^2 (штриховые) при изгибных (рис. 3, а: $g^1 \equiv i$, $g^2 \equiv i \cdot \exp(j\mu_{12})$) и крутильных (рис. 3, б: $g^1 = i(z_0^1(s) - z_{**}^1)$, $g^2 = i(z_0^2(s) - z_{**}^2) \exp(j\mu_{12})$, где z_{**}^1, z_{**}^2 — координаты входных кромок исходных профилей) колебаниях от сдвига фазы

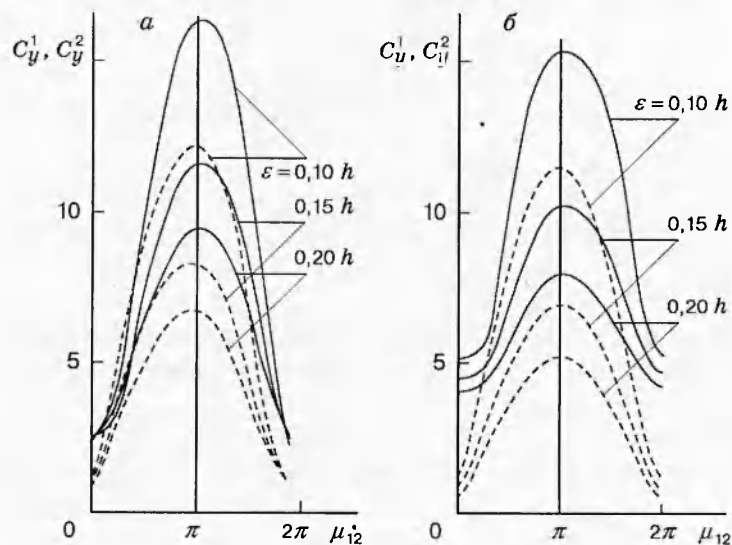


Рис. 3

μ_{12} для разных положений вспомогательного профиля относительно основного ($\varepsilon/h = 0,10; 0,15; 0,20; \theta = 30^\circ$; число Струхалия $Sh = \omega h/V_\infty = 1$). Видно, что максимум амплитуды наблюдается, когда основной и вспомогательный профили колеблются в противофазе, и этот максимум существенно возрастает при уменьшении расстояния ε между ними (поведение кривых C_x^p и C_M^p ($p = 1, 2$) качественно аналогично). Это связано с тем, что при колебаниях со сдвигом фазы μ_{12} происходит изменение во времени ширины межлопаточного канала между основным и вспомогательным профилями. Очевидно, что для фиксированного ε оно будет максимальным при колебаниях в противофазе ($\mu_{12} = \pi$), причем относительное изменение ширины канала будет тем больше, чем меньше ε .

На рис. 4 представлены зависимости амплитуды окружных составляющих нестационарных сил C_y^1 (сплошные линии) и C_y^2 (штриховые) от относительного размера вспомогательного профиля (хорды b_2) для разных значений частоты изгибных колебаний ω ($g^1 \equiv i, g^2 \equiv i, \mu_{12} = 0, \varepsilon = 0,3h, \theta = 30^\circ$). В расчетах изменялась хорда b_2 вспомогательного профиля, сам профиль оставался подобным. Как и следовало ожидать, с ростом ω уровень нестационарности (модули сил $C_y^p, p = 1, 2$) возрастает (увеличивается $Sh = \omega h/V_\infty$). При этом зависимость амплитуд нестационарных сил от размера профиля носит сложный характер, в частности, может быть немонотонной.

Рассмотренные примеры показывают, что взаимное расположение профилей двойной решетки, их относительные размеры и возникающий сдвиг по фазе между их колебаниями оказывают существенное влияние на стационарные и нестационарные гидродинамические характеристики двойной решетки. Это обстоятельство необходимо учитывать при выборе оптимальных геометрических параметров двойных лопаток.

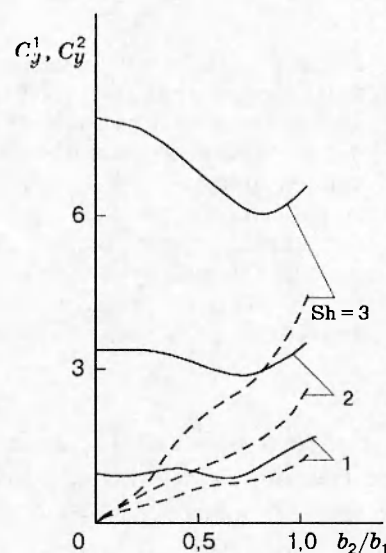


Рис. 4

ЛИТЕРАТУРА

1. Руденко В. А. Разработка аэродинамической схемы вентиляторов для проветривания метрополитенов: Техн. отчет / Всерос. науч.-исслед. ин-т горной механики. Инв. № 018-41/236. Донецк, 1991.
2. Горелов Д. Н., Курзин В. Б., Сарен В. Э. Аэродинамика решеток в нестационарном потоке. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1971.
3. Рябченко В. П., Сарен В. Э. К расчету аэродинамических характеристик решеток профилей произвольной формы // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1972. № 2. С. 105–112.
4. Хемминг Р. В. Численные методы. М.: Изд-во иностр. лит., 1971.
5. Рябченко В. П. Нестационарные аэродинамические характеристики решеток произвольных профилей, вибрирующих в потенциальном потоке несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. № 1. С. 15–20.

Поступила в редакцию 19/XI 1996 г.,
в окончательном варианте — 23/X 1997 г.