

## АКУСТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПРИ ГОРЕНИИ АЭРОВЗВЕСЕЙ

П. Б. Вайнштейн  
(Москва)

Термические акустические колебания при горении могут поддерживаться за счет внешнего теплоподвода, потока внутренней энергии и потока кинетической энергии [1, 2]. Такие колебания имеют место при распространении пламени в газовых смесях [3] и в аэровзвесах [4]. В [5] акустические колебания наблюдаются при горении аэровзвеси у закрытого конца камеры сгорания топки. Эти колебания объясняются [2, 5] механизмом обратной связи, имеющим в основе смесеобразование. В [6] акустические колебания получены при численном решении одномерной задачи о горении у закрытого конца трубы аэровзвеси заданной концентрации. В [7] численно исследована двумерная задача о горении аэровзвеси в замкнутой области.

В данной работе вопрос о возникновении колебаний при горении аэровзвесей в ограниченных объемах рассматривается аналитически. Применяется метод двухмасштабных разложений [8], в соответствии с которым вводится малый параметр  $\varepsilon$ , пропорциональный массовой концентрации и теплотворной способности топлива. При  $\varepsilon \ll 1$  скорость движения газа гораздо меньше скорости звука, а кинетическая энергия пренебрежима. Показано, что колебания параметров происходят около осредненных по быстрому времени значений, удовлетворяющих уравнениям гомобарического приближения [9, 10]. При этом, даже при постоянном внешнем теплоподводе, который обеспечивает осредненное движение, колебания генерируются за счет потока из зоны горения внутренней энергии.

**1. Основные уравнения. Постановка задачи.** Конвективное горение аэровзвесей в общем случае описывается уравнениями механики многофазных сред [11]. Если пренебречь объемным содержанием частиц, учесть, что частицы на начальном этапе распространения конвективного фронта неподвижны, и предположить, что их температура при горении постоянна, то уравнения для описания горения сводятся к уравнениям газовой динамики при распределенном подводе массы и тепла [10]. В прямоугольной системе координат рассмотрим область  $D$  объема  $V$ , заключающую для определенности начало координат, с граничной поверхностью  $\Sigma$ . Пусть горение начинается с подобласти  $D_0$  этой области, также включающей начало координат, с граничной поверхностью  $\Sigma_0$ , имеющей объем  $V_0$ . Аналогично [9, 10] рассмотрим два варианта задачи: горение происходит только в области инициирования  $D_0$ ; истекающие за пределы  $D_0$  горячие газы образуют конвективный фронт горения, на котором мгновенно воспламеняются частицы. При этом горение происходит в области  $D_w(t)$  объема  $V_w(t)$  с граничной поверхностью  $\Sigma_w(t)$ . Пусть  $\mathbf{r}_w(t)$  — радиус-вектор с полюсом в начале координат, конец которого расположен на  $\Sigma_w$ , а  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, совпадающий с  $\mathbf{r}_w$  по направлению, но произвольной длины, пробегающий значения от нуля до бесконечности. В начальный момент времени  $\mathbf{r}_w(0) = \mathbf{r}_0$  ( $\mathbf{r}_0$  — радиус-вектор, конец которого лежит на  $\Sigma_0$ ).

Перейдем к безразмерным переменным. Пространственные переменные обезразмерим на характерный размер области  $l$ , скорость — на начальную скорость звука в газе  $a_{10}$ , плотности — на начальные плотности газовой и твердой фаз  $\rho_{10}, \rho_{20}$ . Далее производные по размерности переменные: время — на  $l/a_{10}$ , давление — на  $\rho_{10}a_{10}^2$ . Уравнения для описания процесса горения унитарного топлива примут вид [10]

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \rho_1 \mathbf{v} &= \frac{\varepsilon}{q(\gamma-1)} J, & \frac{d\rho_2}{dt} &= -\frac{m_{10}\varepsilon}{m_{20}(\gamma-1)q} J, \\ \rho_1 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho_1 (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nabla p &= -\frac{\varepsilon}{q(\gamma-1)} J \mathbf{v}, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \gamma \nabla p \mathbf{v} - (\gamma-1) (\mathbf{v} \cdot \nabla) p &= \varepsilon J + \frac{\varepsilon^2}{2q} J v^2, \\ J &= \rho_2^{2/3} (\gamma p)^\psi \chi(r_w(t) - r), & \frac{d\mathbf{r}_w}{dt} &= \mathbf{v}_w(r_w, t) \\ \left( \varepsilon = \frac{(\gamma-1) n_0 \pi d_0^2 \rho_2^0 u_s l q}{\rho_{10} a_{10}}, \quad q = \frac{Q}{a_{10}^2}, \quad m_{20} = \frac{\rho_{20}}{\rho_{10} + \rho_{20}}, \quad m_{10} = 1 - m_{20} \right). \end{aligned}$$

Здесь  $n_0$  — число частиц в единице объема;  $d_0$  — начальный диаметр частиц;  $\rho_2^0$  — истинная плотность твердой фазы;  $u_s$  — линейная скорость горения унитарного топлива;  $\psi$  — эмпирическая константа;  $m_{20}$  — массовая концентрация твердой фазы;  $Q$  определяется энтальпией продуктов горения;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $\varepsilon, q$  — определяющие безразмерные параметры;  $r_w, r$  — модули соответствующих векторов;  $\chi$  — единичная функция, равная единице внутри области  $D_w$  и нулю вне ее;  $\mathbf{v}_w$  — скорость газа на поверхности  $\Sigma_w$ . В первом варианте задачи  $\mathbf{r}_w = \mathbf{r}_0$ . Член  $\mathbf{J}\mathbf{v}$  в правой части уравнения импульсов вызывает воздействие, связанное с тем, что газ в области горения подводится с нулевой скоростью (скоростью покоящихся частиц).

Пусть для примера граница области  $D$  полностью замкнута. Тогда на граничной поверхности  $\Sigma$  выполняется условие непротекания. Таким образом, начальные и граничные условия исследуемой задачи запишем в виде

$$(1.2) \quad t = 0: \mathbf{v} = 0, \rho_1 = 1, \rho_2 = 1, p = 1/\gamma, r_w = r_0; t \geq 0: v_n|_{\Sigma} = 0.$$

Вектор скорости  $\mathbf{v}$  можно представить как сумму потенциальной и вихревой составляющих, для каждой из которых справедливы соотношения [12]

$$(1.3) \quad \mathbf{v} = \nabla\varphi + \text{rot } \mathbf{A} \quad (\text{rot rot } \mathbf{A} = 2\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega} = 0,5 \text{ rot } \mathbf{v}), \\ \Delta\varphi = \nabla\mathbf{v}, \Delta\mathbf{A} = -2\boldsymbol{\omega},$$

где  $\varphi$  — потенциал скорости;  $\mathbf{A}$  — векторный потенциал;  $\boldsymbol{\omega}$  — вектор вихря.

**2. Асимптотическое решение задачи при  $\varepsilon \ll 1$ .** Рассмотрим случай малых интенсивностей горения (низких концентраций топлива), когда  $\varepsilon \ll 1$ . Изучаемая задача относится к тому типу физических задач, в которых некоторое малое возмущение действует длительное время. В них решение, построенное в виде обычного разложения, связанного с предельным процессом  $\varepsilon \rightarrow 0$  ( $t$  фиксировано), не будет равномерно пригодным. Неравномерность разложения сказывается прежде всего в присутствии в решении секулярных членов типа  $et$ . Физическое явление, описываемое поставленной задачей, характеризуется наличием двух временных масштабов: малого, связанного с распространением внутри области звуковых возмущений, и большого, связанного с движением внутри области собственно газа. Согласно идее метода двухмасштабных разложений, искомое равномерно пригодное разложение должно содержать в явном виде временные переменные, отнесенные к этим двум масштабам времени.

Введем медленную  $\tau = \varepsilon t$  и быструю  $t' = \varepsilon^{-1}\zeta(\tau)$  временные переменные. Здесь  $\zeta(\tau)$  ( $\zeta(0) = 0$ ) — неизвестная функция, которая выбирается из соображений, чтобы разложения искомых функций были равномерно пригодными. Эти разложения будем искать в форме

$$(2.1) \quad \rho_1(\mathbf{r}, t, \varepsilon) = R_{10}(\mathbf{r}, t', \tau) + \varepsilon R_{11}(\mathbf{r}, t', \tau) + \varepsilon^2 R_{12}(\mathbf{r}, t', \tau) + \dots, \\ \rho_2(\mathbf{r}, t, \varepsilon) = R_{20}(\mathbf{r}, t', \tau) + \varepsilon R_{21}(\mathbf{r}, t', \tau) + \varepsilon^2 R_{22}(\mathbf{r}, t', \tau) + \dots, \\ \mathbf{v}(\mathbf{r}, t, \varepsilon) = \varepsilon \mathbf{v}_1(\mathbf{r}, t', \tau) + \varepsilon^2 \mathbf{v}_2(\mathbf{r}, t', \tau) + \dots, \\ p(\mathbf{r}, t, \varepsilon) = P_0(\mathbf{r}, t', \tau) + \varepsilon P_1(\mathbf{r}, t', \tau) + \varepsilon^2 P_2(\mathbf{r}, t', \tau) + \dots, \\ \mathbf{r}_w(t, \varepsilon) = \mathbf{r}_{w0}(t', \tau) + \varepsilon \mathbf{r}_{w1}(t', \tau) + \varepsilon^2 \mathbf{r}_{w2}(t', \tau) + \dots$$

Требование равномерной пригодности, в соответствии с которым определяются члены разложения (2.1), заключается в том, что отношение каждого последующего члена разложения к предыдущему должно быть ограничено во всей рассматриваемой области изменения независимых переменных.

При введении новых независимых переменных оператор дифференцирования по времени принимает вид

$$(2.2) \quad \partial/\partial t = \dot{\zeta} \partial/\partial t' + \varepsilon \partial/\partial \tau \quad (\dot{\zeta} = d\zeta/d\tau).$$

Подставляя (2.2) в (1.1), с учетом (2.1) для нулевого приближения получим

$$(2.3) \quad R_{10} = R_{10}(\mathbf{r}, \tau), \quad R_{20} = R_{20}(\tau), \quad P_0 = P_0(\tau), \quad \mathbf{r}_{w0} = \mathbf{r}_{w0}(\tau) \\ (R_{10}(\mathbf{r}, 0) = 1, \quad R_{20}(0) = 1, \quad P_0(0) = 1/\gamma, \quad \mathbf{r}_{w0}(0) = \mathbf{r}_0).$$

В скобках даны найденные на основе (1.2) начальные условия для нулевого приближения.

Согласно (2.3), в нулевом приближении плотность и положение конвективного фронта не зависят от быстрой временной переменной, а давление — от пространственных переменных (гомобаричность), оно является функцией только медленной временной переменной. Для определения входящих в (2.3) функций рассмотрим следующие из (1.1), (2.1), (2.2) уравнения первого приближения

$$(2.4) \quad \dot{\zeta} \frac{\partial R_{11}}{\partial t'} = \frac{R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\Psi}{q (\gamma - 1)} \chi(r_{w0} - r) - \frac{\partial R_{10}}{\partial \tau} - \nabla R_{10} \mathbf{v}_1, \\ \dot{\zeta} \frac{\partial R_{21}}{\partial \tau} = - \frac{m_{10} R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\Psi}{m_{20} q (\gamma - 1)} \chi(r_{w0} - r) - \frac{\partial R_{20}}{\partial \tau}, \\ \dot{\zeta} R_{10} \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t'} + \nabla P_1 = 0, \quad \dot{\zeta} \mathbf{r}_{w0} + \dot{\zeta} \frac{\partial \mathbf{r}_{w1}}{\partial t'} = \mathbf{v}_{w1}(\mathbf{r}_{w0}), \\ \dot{\zeta} \frac{\partial P_1}{\partial t'} + \gamma P_0 \nabla \mathbf{v}_1 = R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\Psi \chi(r_{w0} - r) - \dot{P}_0 \\ (R_{11}(\mathbf{r}, 0, 0) = R_{21}(\mathbf{r}, 0, 0) = \mathbf{v}_1(\mathbf{r}, 0, 0) = P_1(\mathbf{r}, 0, 0) = \mathbf{r}_{w1}(0, 0) = 0).$$

В скобках даны начальные условия для первого приближения. Левые части уравнений импульса и энергии в (2.4) представляют собой акустические операторы уравнений движения газа с переменной плотностью  $R_{10}$ . Применение к ним метода разделения переменных дает

$$(2.5) \quad \nabla \left( \frac{1}{R_{10}} \nabla f_p \right) + \lambda^2 f_p = 0, \quad \left( \frac{1}{R_{10}} \nabla f_p \right)_n \Big|_\Sigma = 0.$$

Здесь второе соотношение вытекает из граничного условия (1.2);  $f_p(\mathbf{r}, \tau)$  — функция, не зависящая от быстрого времени;  $\lambda$  — неотрицательный параметр.

Задача (2.5) представляет собой задачу на собственные значения. Собственные функции  $f_{pi}$ ,  $f_{pj}$ , принадлежащие собственным значениям  $\lambda_i$ ,  $\lambda_j$ , образуют ортогональную и нормированную систему [13]

$$(2.6) \quad \int_D f_{pi} f_{pj} dD = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j, \end{cases} \quad \int_D f_{pi} dD = 0.$$

Минимальному собственному значению  $\lambda_0 = 0$  отвечает  $f_{p0} = 1$ .

Применяя к уравнению импульса в (2.4) операцию дивергенции и ротации и используя (1.3), получим

$$(2.7) \quad \dot{\zeta} \frac{\partial}{\partial t'} \Delta \Phi_1 + \nabla \frac{1}{R_{10}} \nabla P_1 = 0, \quad \dot{\zeta} \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_1}{\partial t'} + \frac{1}{2} \text{rot} \left( \frac{1}{R_{10}} \nabla P_1 \right) = 0.$$

Разложим единичную функцию, а также  $P_1$  и  $\Delta \Phi_1$  в ряд по собственным функциям  $f_{pk}$ :

$$(2.8) \quad P_1 = P_{10}(t', \tau) + \sum_{k=1}^{\infty} P_{1k}(t', \tau) f_{pk} \\ \Delta \Phi_1 = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \Phi_{1k}(t', \tau) f_{pk}, \quad \chi(r_{w0} - r) = V_{w0}(\tau) + \sum_{k=1}^{\infty} \chi_k f_{pk}$$

( $V_{w0}$  — объем зоны горения в нулевом приближении). Подставляя (2.8)

в третье уравнение (2.4), имеем

$$(2.9) \quad \zeta \frac{\partial P_{10}}{\partial t'} + \zeta \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial P_{1k}}{\partial t'} f_{pk} + \gamma P_0 \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \Phi_{1k} f_{pk} = \\ = R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi \left( V_{w0} + \sum_{k=1}^{\infty} \chi_k f_{pk} \right) - \dot{P}_0.$$

Интегрируя (2.9) по области  $D$  (с использованием (2.6)) и требуя, чтобы у  $P_{10}$  отсутствовал секулярный член, находим  $\partial P_{10}/\partial t' = 0$  и

$$(2.10) \quad \dot{P}_0 = R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi V_{w0}(\tau).$$

Подставляя (2.8) в первое уравнение (2.7), умножая полученное уравнение и (2.9) на  $f_{pk}$  и интегрируя по  $D$  с применением (2.6), получим

$$(2.11) \quad \zeta \frac{\partial \Phi_{1k}}{\partial t'} - \lambda_k P_{1k} = 0, \quad \zeta \frac{\partial P_{1k}}{\partial t'} + \gamma P_0 \lambda_k \Phi_{1k} = R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi \chi_k.$$

Решение (2.11) при начальных условиях  $t' = 0, P_{1k} = 0, \Phi_{1k} = 0$  имеет вид

$$(2.12) \quad \Phi_{1k} = \frac{\chi_k}{\lambda_k \gamma P_0} + \Phi'_{1k}, \quad \Phi'_{1k} = c_{1k}(\tau) \sin \lambda_k \frac{\sqrt{\gamma P_0}}{\zeta} t' + c_{2k}(\tau) \cos \lambda_k \frac{\sqrt{\gamma P_0}}{\zeta} t', \\ P_{1k} = \sqrt{\gamma P_0} \left[ c_{1k}(\tau) \cos \lambda_k \frac{\sqrt{\gamma P_0}}{\zeta} t' - c_{2k}(\tau) \sin \lambda_k \frac{\sqrt{\gamma P_0}}{\zeta} t' \right] \\ \left( c_{1k}(0) = 0, \quad c_{2k}(0) = -\frac{\chi_k}{\lambda_k} \right).$$

В скобках даны начальные условия для произвольных функций медленного времени  $c_{1k}, c_{2k}$ . Подставляя (2.12) в первые два соотношения (2.8), используя последнее соотношение (2.8), (2.10) и начальное условие для  $P_1$ , находим

$$(2.13) \quad \Delta \varphi_1 = \Delta \varphi_1^* + \Delta \varphi'_1, \quad P_1 = \sum_{k=1}^{\infty} P_{1k} f_{pk}, \\ \Delta \varphi_1^* = \frac{1}{\gamma P_0} \left[ R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi \chi(r_{w0} - r) - \dot{P}_0 \right], \quad \Delta \varphi'_1 = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \Phi'_{1k} f_{pk},$$

откуда следует, что давление в первом приближении  $P_1$  имеет только пульсационные члены, а скорость — как пульсационную (быструю) составляющую  $\mathbf{v}'_1$ , связанную с  $\varphi'_1$ , так и монотонную (медленную) составляющую  $\mathbf{v}^*_1$ , связанную с  $\varphi_1^*$  и зависящую только от медленного времени  $\tau$ .

Подставляя (2.13) во второе уравнение (2.7) и интегрируя по  $t'$ , для вектора вихря получим

$$(2.14) \quad \boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}'_1(\mathbf{r}, t', \tau) + \boldsymbol{\omega}^*_1(\mathbf{r}, \tau), \quad \boldsymbol{\omega}'_1 = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} \Phi'_{1k} \text{rot} \left( \frac{1}{R_{10}} \nabla f_{pk} \right)$$

( $\boldsymbol{\omega}^*_1$  — произвольный вектор, не зависящий от быстрого времени). Так как при  $t' = \tau = 0$  выполняется  $\boldsymbol{\omega}_1 = 0, R_{10} = 1$  и  $\boldsymbol{\omega}'_1 = 0$ , то в качестве начального условия для  $\boldsymbol{\omega}^*_1$  возьмем  $\boldsymbol{\omega}^*_1(\mathbf{r}, 0) = 0$ .

Быструю составляющую скорости удобнее определить, непосредственно интегрируя по  $t'$  уравнение импульса (2.4). Возникающая при интегрировании произвольная функция  $\mathbf{r}, \tau$  является, очевидно, медленной составляющей скорости. В результате

$$(2.15) \quad \mathbf{v}'_1 = -\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Phi'_{1k}}{\lambda_k R_{10}} \nabla f_{pk}, \quad \mathbf{v}^*_1 = \nabla \varphi_1^* + \text{rot} \mathbf{A}_1^*,$$

отсюда вытекает, что быстрая и медленная составляющие скорости, вообще говоря, вихревые. Подставляя (2.15) в первое, второе и четвертое уравнения (2.4), интегрируя их по  $t'$  и требуя, чтобы у  $R_{11}$ ,  $R_{21}$  не было секулярных членов, находим

$$(2.16) \quad \frac{\partial R_{10}}{\partial \tau} + \nabla R_{10} \mathbf{v}_1^* = \frac{R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^{\psi}}{q (\gamma - 1)} \chi(r_{w0} - r), \quad \dot{\mathbf{r}}_{w0} = \mathbf{v}_{w1}^*, \quad \frac{\partial R_{20}}{\partial \tau} = \\ = - \frac{m_{10} R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^{\psi}}{m_{20} q (\gamma - 1)} \chi(r_{w0} - r),$$

$$R_{11} = - \frac{1}{\gamma P_0} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P_{1k}}{\lambda_k^2} \Delta f_{pk} + R_{11}^*(\mathbf{r}, \tau) \quad (R_{11}^*(\mathbf{r}, 0) = 0), \quad R_{21} = \\ = R_{21}^*(\mathbf{r}, \tau), \quad R_{21}^*(\mathbf{r}, 0) = 0,$$

$$\mathbf{r}_{w1} = \frac{1}{\sqrt{\gamma P_0}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{P_{1k}}{\lambda_k^2 R_{10}} \nabla f_{pk}(\mathbf{r}_{w0}) + \mathbf{r}_{w1}^*(\mathbf{r}, \tau) \quad (\mathbf{r}_{w1}^*(\mathbf{r}, 0) = 0).$$

Здесь  $R_{11}^*$ ,  $\mathbf{r}_{w1}^*$  — произвольные функции, не зависящие от быстрого времени; в скобках даны их начальные условия. Из (2.16) следует, что в нулевом приближении положение конвективного фронта зависит только от медленной составляющей скорости. В первом приближении имеются колебания положения фронта.

Интегрируя третье соотношение (2.13) по  $D_w$ , применяя второе соотношение (2.16) и формулу дифференцирования по времени интеграла, взятого по подвижному объему [9], получим

$$(2.17) \quad \frac{dV_{w0}}{d\tau} = \frac{1}{\gamma P_0} (D_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^{\psi} V_{w0} - \dot{P}_0 V_{w0}).$$

Уравнения (2.10), (2.17) в нулевом приближении задают закон роста однородного по пространству давления и изменение объема зоны горения во втором варианте задачи. В первом варианте рост давления в объеме полностью определяется соотношением (2.10). Объем зоны горения неподвижен. Однако соотношение, аналогичное (2.17), выполняется для переменного объема истекающих за пределы  $D_0$  продуктов реакции.

В одномерном случае, когда медленная скорость  $\mathbf{v}_1^*$ , согласно (2.15), полностью находится из третьего уравнения (2.13), уравнения (2.16) для  $R_{10}$ ,  $\mathbf{r}_{w0}$  замкнуты и в дополнение к уравнениям для давления  $P_0$  полностью задают гомобарическое приближение [9, 10]. Введем осредненные по быстрому времени параметры, которые заключим в угловые скобки. Тогда  $\langle P_1 \rangle = 0$ ,  $\langle R_{11} \rangle = R_{11}^*$ ,  $\langle \mathbf{v}_1 \rangle = \mathbf{v}_1^*$ ,  $\langle \omega_1 \rangle = \omega_1^*$ ,  $\langle \mathbf{r}_{w1} \rangle = \mathbf{r}_{w1}^*$ . Таким образом, функции, отмеченные звездочкой, — осредненные по быстрому времени параметры течения.

В пространственном и плоском случаях скорость  $\mathbf{v}_1^*$  из-за наличия вихревой составляющей не найдена. Не определены, следовательно, и параметры нулевого приближения  $R_{10}$ ,  $\mathbf{r}_{w0}$ . В целом в первом приближении не известны произвольные функции  $\zeta(\tau)$ ,  $R_{11}^*(\mathbf{r}, \tau)$ ,  $R_{21}^*(\mathbf{r}, \tau)$ ,  $\mathbf{A}_1^*(\mathbf{r}, \tau)$ ,  $\mathbf{r}_{w1}^*(\mathbf{r}, \tau)$ ,  $c_{1k}(\tau)$ ,  $c_{2k}(\tau)$ . Для их нахождения рассмотрим вытекающие из (1.1), (2.1), (2.2) уравнения второго приближения

$$(2.18) \quad \zeta \frac{\partial R_{21}}{\partial t'} + \nabla R_{10} \mathbf{v}_2 = F_1(\mathbf{r}, t', \tau), \quad \zeta \frac{\partial R_{22}}{\partial t'} = F_2(\mathbf{r}, t', \tau), \\ \zeta R_{10} \frac{\partial \mathbf{v}_2}{\partial t'} + \nabla P_2 = G(\mathbf{r}, t', \tau), \quad \frac{\partial \mathbf{r}_{w1}}{\partial \tau} + \zeta \frac{\partial \mathbf{r}_{w1}}{\partial t'} = \mathbf{v}_{w2}, \\ \zeta \frac{\partial P_2}{\partial t'} + \gamma P_0 \nabla \mathbf{v}_2 = H(\mathbf{r}, t', \tau),$$

$$F_1 = \frac{R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^{\psi} \delta(r_{w0} - r)}{q (\gamma - 1)} + \frac{\chi(r_{w0} - r)}{q (\gamma - 1)} \left( \frac{2R_{21}}{3R_{20}} + \frac{\psi P_1}{P_0} \right) + \frac{\partial R_{11}}{\partial \tau} - \nabla R_{11} \mathbf{v}_1,$$

$$F_2 = -\frac{m_{10} R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi r_{w1} \delta(r_{w0} - r)}{m_{20} q (\gamma - 1)} - \frac{m_{10} \chi (r_{w0} - r)}{m_{20} q (\gamma - 1)} \left( \frac{2R_{21}}{R_{20}} + \frac{\psi P_1}{P_0} \right),$$

$$\mathbf{G} = -\left( \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial \tau} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 \right) R_{10} - \zeta R_{11} \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t'} - \frac{R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi \chi (r_{w0} - r)}{q (\gamma - 1)} \mathbf{v}_1,$$

$$H = R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi r_{w1} \delta(r_{w0} - r) + \chi (r_{w0} - r) \left( \frac{2R_{21}}{R_{20}} + \frac{\psi P_1}{P_0} \right) -$$

$$-\frac{\partial P_1}{\partial \tau} - \gamma P_1 \nabla \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_1 \nabla P_1$$

( $\delta$  — дельта-функция). Преобразовав уравнение импульса в (2.18) к форме Громека — Лэмба, применяя к нему операцию дивергенции (при этом используется формула векторного исчисления  $\nabla(\mathbf{v}_1 \times 2\boldsymbol{\omega}_1) = 4\boldsymbol{\omega}_1^2 - 2\mathbf{v}_1 \times \text{rot } \boldsymbol{\omega}_1$  [14]), а затем — к первоначальной форме уравнения операцию ротации и (1.3), получим

$$(2.19) \quad \zeta \frac{\partial \Delta \Phi_2}{\partial t'} + \nabla \frac{1}{R_{10}} \nabla P_2 = \nabla \frac{1}{R_{10}} \mathbf{G}, \quad \zeta \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_2}{\partial t'} + \frac{1}{2} \text{rot} \left( \frac{1}{R_{10}} \nabla P_2 \right) = \text{rot} \frac{\mathbf{G}}{R_{10}},$$

$$\nabla \frac{\mathbf{G}}{R_{10}} = -\frac{\partial \nabla \mathbf{v}_1}{\partial \tau} - \Delta \frac{\mathbf{v}_1^2}{2} + 4\boldsymbol{\omega}_1^2 - 2\mathbf{v}_1 \cdot \text{rot } \boldsymbol{\omega}_1 -$$

$$-\zeta \nabla \frac{R_{11}}{R_{10}} \nabla \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t'} - \frac{R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi}{q (\gamma - 1)} \nabla \frac{\mathbf{v}_1 \chi (r_{w0} - r)}{R_{10}},$$

$$\text{rot} \frac{\mathbf{G}}{R_{10}} = -2 \left( \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_1}{\partial \tau} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega}_1 - (\boldsymbol{\omega}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 + \boldsymbol{\omega}_1 \nabla \mathbf{v}_1 \right) -$$

$$-\text{rot} \left( \zeta \frac{R_{11}}{R_{10}} \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t'} \right) - \frac{R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi}{q (\gamma - 1)} \text{rot} \frac{\mathbf{v}_1 \chi (r_{w0} - r)}{R_{10}}.$$

Левые части уравнений импульса и энергии в (2.18), так же как в первом приближении, представляют собой акустические операторы. Поэтому  $P_2$ ,  $\Delta \Phi_2$  следует искать в виде аналогичных (2.8) рядов по  $f_{pk}$ . Применяя такую же процедуру, что и при выводе соотношений (2.9), (2.11), для второго приближения находим

$$(2.20) \quad \zeta \frac{\partial P_{2k}}{\partial t'} = \int_D H dD, \quad \zeta \lambda_k \frac{\partial \Phi_{2k}}{\partial t'} - \lambda_k^2 P_{2k} = \int_D \nabla \left( \frac{1}{R_{10}} \mathbf{G} \right) f_{pk} dD,$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{2k}}{\partial t'^2} + \lambda_k^2 \frac{\gamma P_0}{\zeta^2} \Phi_{2k} = \frac{\lambda_k}{\zeta^2} \int_D H f_{pk} dD + \frac{1}{\zeta \lambda_k} \frac{\partial}{\partial t'} \int_D \nabla \left( \frac{1}{R_{10}} \mathbf{G} \right) f_{pk} dD$$

( $P_{20}(t', \tau)$ ,  $P_{2k}(t', \tau)$ ,  $\Phi_{2k}(t', \tau)$  — искомые функции в разложениях типа (2.11)).

В правой части второго и третьего уравнений (2.20) имеются слагаемые  $\partial P_1 / \partial \tau$ ,  $\partial \mathbf{v}_1 / \partial \tau$ , которые при произвольном виде функции  $\zeta(\tau)$  дают члены типа  $t' \sin \lambda_k t'$ ,  $t' \cos \lambda_k t'$ , приводящие к неограниченному (резонансному) росту  $\Phi_{2k}$ . Такой тип секулярности можно устранить, выбрав функцию  $\zeta(\tau)$  так, чтобы  $\zeta = \sqrt{\gamma P_0}$ .

В правой части последнего уравнения (2.20) не должно быть членов, пропорциональных  $\sin \lambda_k t'$ ,  $\cos \lambda_k t'$ , также приводящих к резонансному росту  $\Phi_{2k}$ . Такие члены появляются прежде всего из-за наличия у скорости медленной составляющей  $\mathbf{v}_1^*$ , кроме того, при перемножении параметров, имеющих только пульсационные составляющие, при условии, что возможны равенства  $\lambda_i + \lambda_j = \lambda_k$ ,  $\lambda_i - \lambda_j = \lambda_k$ . При  $\tau = 0$ , когда  $R_{10} = 1$ , согласно (2.5), собственными значениями являются числа  $\lambda_k = \pi k$  и указанные выше равенства могут выполняться. При  $\tau > 0$ , когда  $R_{10} \neq \text{const}$ , собственные значения  $\lambda_k$ , вообще говоря, некратны целым числам. При этом возможность выполнения таких равенств не очевидна.

В любом случае, приравнявая суммарные коэффициенты при  $\sin \lambda_k t$ ,  $\cos \lambda_k t$  нулю, можно выписать для  $c_{1k}$ ,  $c_{2k}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) бесконечную цепочку обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Ограничиваясь конечным числом членов и применяя соответствующие начальные условия (см. (2.12)), в принципе всегда можно получить решение такой системы. Будем считать, что это сделано. Функции  $\Phi_{2k}$  при выбранных таким образом  $c_{1k}$ ,  $c_{2k}$  будут иметь только пульсационные члены. Используя это, из второго соотношения (2.20) получим, что у функций  $P_{2k}$  есть только пульсационные и зависящие от  $\tau$  составляющие. Причем составляющие, зависящие от  $\tau$ , не приводят к неравномерности разложения. Тогда из второго уравнения (2.19) следует, что у вектора вихря  $\omega_2$  секулярные члены возникают только из-за наличия правой части уравнения. Чтобы таких членов не было, для медленной составляющей вектора вихря должно выполняться уравнение

$$(2.21) \frac{\partial \omega_1^*}{\partial \tau} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \omega_1^* - (\omega_1^* \cdot \nabla) \mathbf{v}_1^* + \omega_1^* \nabla \mathbf{v}_1^* = - \frac{R_{20}^{2/3} (\gamma P_0)^\psi}{2q(\gamma - 1)} \text{rot } \chi(r_{w0} - r) \frac{\mathbf{v}_1^*}{R_{10}}.$$

В результате описанной процедуры  $\omega_2$ ,  $\Phi_{2k}$ , а значит, и  $\mathbf{v}_2$  будут иметь только пульсационные составляющие. Для того чтобы у  $\mathbf{r}_{w2}$  (см. четвертое уравнение (2.18)) не было секулярного члена, должно выполняться  $\mathbf{r}_{w1}^*(\mathbf{r}, \tau) = \mathbf{r}_{w1}^*(\mathbf{r}, 0) = 0$ . Далее из двух первых уравнений (2.18) вытекает, что, для того чтобы у  $R_{21}$ ,  $R_{22}$  не было секулярных членов, должны выполняться уравнения

$$\frac{\partial R_{11}^*}{\partial \tau} + \nabla R_{11}^* \mathbf{v}_1^* = \frac{2R_{21}^* \chi(r_{w0} - r)}{3R_{20}^q (\gamma - 1)}, \quad \frac{\partial R_{21}^*}{\partial \tau} = - \frac{2m_{10} \bar{r}_{21}^* \chi(r_{w0} - r)}{3m_{20} R_{20}^q (\gamma - 1)}.$$

Это завершает выбор произвольных (отмеченных звездочкой) функций, обеспечивающий равномерную пригодность первого приближения. Уравнение (2.21) представляет собой уравнение типа Гельмгольца. Медленная составляющая вихря  $\omega_1^*$  определяет осредненное по быстрому времени вихревое движение. Согласно (2.21), осредненные вихри возникают только за фронтом горения из-за действия при газовыделении силы, обусловленной разностью скоростей несущего и подводимого при горении газа. Если бы этой силы не было, т. е. если бы продукты горения подводились со скоростью потока, то правая часть (2.21) равнялась бы нулю и, согласно теореме Гельмгольца [12],  $\omega_1^*$  равнялось бы нулю во все моменты времени. Аналогично, вообще говоря, влияние силы трения газа о частицы, которым в данном случае при малых  $\varepsilon$  пренебрегается.

Отметим, что, согласно (2.14), пульсационная составляющая вихря отлична от нуля во всей области течения за конвективным фронтом горячих газов, который в первом варианте задачи не совпадает с фронтом горения. Перед конвективным фронтом, где происходит адиабатическое сжатие, плотность газа однородна и течение безвихревое. В этой области в соответствии с (2.10), (2.17) выполняется интеграл адиабатичности.

Значение  $\omega_1^*$  определяется безразмерным параметром  $\nu = 1/(2q(\gamma - 1))$ , который в задачах горения мал ( $\nu \ll 1$ ). В нулевом приближении по этому параметру, согласно (2.21),  $\omega_1^*(\mathbf{r}, \tau) = 0$  ( $\mathbf{v}_1^* = \nabla \Phi_1^*$ ). В первом по  $\nu$  приближении  $\omega_1^*$  зависит от источникового члена в уравнении Гельмгольца вида  $\nabla \chi(r_{w0} - r) \times \nabla \Phi_1^*$ . Таким образом, при  $\nu \ll 1$  ( $\varepsilon \ll 1$ ) медленная составляющая вихря пренебрежимо мала и осредненное движение потенциально.

В качестве примера потенциального течения рассмотрим задачу о движении газа в замкнутом кубе  $0 \leq x, y, z \leq 1$ . Пусть газовыделение происходит в части этого куба:  $0 \leq x, y, z \leq x_0$ ,  $x_0 < 1$ . Примем модельную кинетику постоянной интенсивности газовыделения ( $J = 1$ ), которая асимптотически справедлива на начальном этапе горения [10]. Закон изменения давления в кубе имеет вид  $P_0 = 1/\gamma + x_0^3 \tau$ . Для такой области

решение уравнения Пуассона [13] (третье уравнение (2.13)) следующее:

$$(2.22) \quad \Phi_1^* = - \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{lmn}}{\pi^2 (l^2 + m^2 + n^2)} \cos \pi l x \cos \pi m y \cos \pi n z,$$

$$a_{000} = 0, \quad a_{0mn} = \frac{x_0 \sin \pi m x_0 \sin \pi n x_0}{\gamma P_0 \pi^2 m n}, \quad a_{l0n} = \frac{x_0 \sin \pi l x_0 \sin \pi n x_0}{\gamma P_0 \pi^2 l n},$$

$$a_{lm0} = \frac{x_0 \sin \pi l x_0 \sin \pi m x_0}{\gamma P_0 \pi^2 l m}, \quad a_{lmn} = \frac{\sin \pi l x_0 \sin \pi m x_0 \sin \pi n x_0}{\pi^3 l m n}.$$

Из (2.22) вытекает, что направление линий тока не зависит от времени и все линии тока начинаются в угле  $(0, 0, 0)$  и оканчиваются в противоположном угле  $(1, 1, 1)$ . Эскиз линий тока в плоскости диагонального сечения куба  $x = y$  представлен на рис. 1. Решение аналогичной задачи в плоском случае дано в [7].

Рассмотрим изменение амплитуды колебаний параметров, характеризующих быстрые составляющие первого приближения, т. е. зависимости  $c_{1k}(\tau)$ ,  $c_{2k}(\tau)$ . Для простоты рассмотрим одномерную задачу. Пусть горение с постоянной интенсивностью происходит в части  $0 \leq x \leq x_0$  замкнутой области  $0 \leq x \leq 1$  ( $x_0 < 1$ ). Решение этой задачи в нулевом (гомобарическом) приближении, т. е. решение уравнения (2.10), третьего уравнения (2.13) и первого уравнения (2.16), запишем в форме

$$(2.23) \quad R_{10} = f(\tau)(\gamma P_0)^{1/\gamma}, \quad x \leq x_0; \quad R_{10} = f(\xi)(\gamma P_0)^{1/\gamma}, \quad x \geq x_0, \quad \xi \geq 0;$$

$$R_{10} = (\gamma P_0)^{1/\gamma}, \quad x \geq x_0, \quad \xi \leq 0; \quad P_0(\tau) = 1/\gamma + x_0 \tau,$$

$$f(\tau) = (\gamma P_0)^{-1/\gamma x_0} + \frac{(\gamma P_0)^{1-1/\gamma} - (\gamma P_0)^{-1/\gamma x_0}}{q(\gamma - 1)(1 - x_0 + \gamma x_0)^{\gamma}}, \quad \xi = \frac{1}{\gamma x_0} \left[ \gamma P_0 \left( \frac{1-x}{1-x_0} \right)^{\gamma} - 1 \right],$$

$$v_1^* = \frac{1-x_0}{\gamma P_0} x, \quad x \leq x_0; \quad v_1^* = \frac{x_0}{\gamma P_0} (1-x), \quad x \geq x_0.$$

На рис. 2, а, б представлены распределения плотности  $R_{10}(x)$  и скорости  $v_1^*(x)$  газа при  $q = 20$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $x_0 = 0,25$  в различные моменты времени ( $\tau = 0; 0,1; 0,5; 1$  — линии 0—3). Распределение скорости линейно. Плотность газа в зоне адиабатического сжатия перед конвективным фронтом (положение фронта отмечено кружками) всегда увеличивается. Плотность в зоне горения в начальные моменты времени уменьшается, а начиная с определенного момента времени увеличивается и становится больше плотности в зоне адиабатического сжатия. Отметим, что при предельно больших  $q$  ( $q \rightarrow \infty$ )  $R_{10}$  в зоне горения уменьшается при любых  $\tau$ . При конечных  $q$  первоначальное уменьшение  $R_{10}$  имеет место только при выполнении условия  $q(\gamma - 1) > 1/(1 - x_0)$ . В противном случае  $R_{10}$  с самого начала увеличивается.

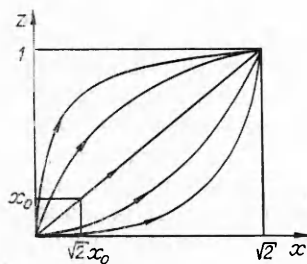


Рис. 1

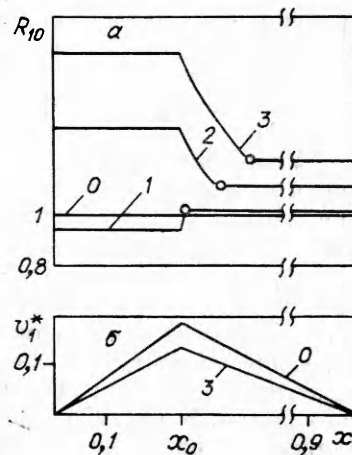


Рис. 2



При анализе первого приближения ограничимся только первыми членами рядов (2.13), т. е. будем аппроксимировать решение с помощью первой собственной функции  $f_{p1}$ . Тогда, применяя описанную выше процедуру исключения в правой части третьего уравнения (2.20) членов, пропорциональных  $\sin \lambda_1 t'$ ,  $\cos \lambda_1 t'$ , для определения  $c_{11}(\tau)$ ,  $c_{21}(\tau)$  получим обыкновенные дифференциальные уравнения

$$(2.24) \quad \dot{c}_{11} + A_1(\tau) c_{11} = 0, \quad \dot{c}_{21} + A_1(\tau) c_{21} = 0 \quad \left( c_{11}(0) = 0, \quad c_{21}(0) = -\frac{\chi_1}{\lambda_1} \right),$$

$$A_1 = \left( \frac{\gamma}{2} + 1 \right) \int_0^1 \frac{\partial v_1^*}{\partial x} f_{p1}^2 dx + \int_0^1 v_1^* \frac{\partial f_{p1}}{\partial x} f_{p1} dx + \frac{\gamma}{4} \frac{\dot{P}_0}{\gamma P_0} - \frac{1}{2\lambda_1^2} \int_0^1 \frac{\partial^2 v_1^*}{\partial x^2} \frac{\partial f_{p1}}{\partial x} f_{p1} dx + \\ + \frac{1}{2\lambda_1^2 q (\gamma - 1)} \int_0^1 \frac{1}{R_{10}} \left( \frac{\partial f_{p1}}{\partial x} \right)^2 dx \quad \left( \chi_1 = \int_0^{x_0} f_{p1} dx \right),$$

откуда вытекает, что  $c_{11}(\tau) = 0$  при любых  $\tau$ . Используя последнее уравнение (2.23) и интегрирование по частям для интегралов, входящих в (2.24), получим

$$(2.25) \quad \int_0^1 v_1^* \frac{\partial f_{p1}}{\partial x} f_{p1} dx = -\frac{1}{2} \int_0^1 \frac{\partial v_1^*}{\partial x} f_{p1}^2 dx, \quad \int_0^1 \frac{\partial v_1^*}{\partial x} f_{p1}^2 dx = \frac{1}{\gamma P_0} \left( \int_0^{x_0} f_{p1}^2 dx - x_0 \right), \\ \int_0^1 \frac{\partial^2 v_1^*}{\partial x^2} \frac{\partial f_{p1}}{\partial x} f_{p1} dx = -\frac{f_{p1}(x_0)}{\gamma P_0} \frac{\partial f_{p1}(x_0)}{\partial x}, \\ \int_0^{x_0} \frac{1}{R_{10}} \left( \frac{\partial f_{p1}}{\partial x} \right)^2 dx = \left[ \frac{f_{p1}}{R_{10}} \frac{\partial f_{p1}}{\partial x} \right]_0^{x_0} + \lambda_1^2 \int_0^{x_0} f_{p1}^2 dx.$$

При  $\tau = 0$   $R_{10} = 1$  и, согласно (2.5),  $\lambda_1 = \pi$ ,  $f_{p1} = \cos \pi x$ . Тогда, применяя (2.25), находим

$$A_1(0) = \frac{\gamma + 1}{2} \left( \frac{\sin 2\pi x_0}{4\pi} - \frac{x_0}{2} \right) - \frac{\sin 2\pi x_0}{4\pi} + \frac{\gamma x_0}{4} + \frac{1}{2q(\gamma - 1)} \left( \frac{x_0}{2} - \frac{\sin 2\pi x_0}{4\pi} \right).$$

Из последнего соотношения видно, что при  $\gamma < 2$  функция  $A_1(0) < 0$  при любых  $x_0 < 1$ . При больших  $\tau$  ( $\tau \rightarrow \infty$ ) имеем  $P_0, R_{10} \rightarrow \infty$  и все слагаемые  $A_1$ , за исключением последнего, стремятся к нулю, причем  $A_1$  при больших  $\tau$  конечна и положительна. Таким образом, согласно уравнению (2.24), амплитуда колебаний параметров  $c_{21}$  на начальном этапе из-за теплогазовыделения возрастает. Начиная с некоторого момента времени амплитуда колебаний уменьшается. Затухание колебаний обусловлено действием силы, возникающей из-за разности скоростей несущего и выделяемого при горении газа. При этом уменьшение амплитуды происходит как  $\exp(-\tau)$ , что согласуется с данными численного решения задачи [6].

Уравнения типа (2.24) могут быть получены для аналогичных плоской и пространственной задач. В общем случае, когда осредненное течение вихревое, из-за отсутствия аналитического решения уравнений (2.21) для  $\omega_1^*$  анализ изменения амплитуды колебаний затруднителен. При  $\nu \ll \ll 1$ , когда в нулевом по  $\nu$  приближении течение потенциальное, из уравнений, аналогичных (2.24), вытекает, что амплитуда колебаний после возрастания на начальном этапе выходит на постоянное значение. Такое поведение амплитуды связано с тем, что сила, приводящая к затуханию колебаний, имеет порядок  $\nu$  и в нулевом по  $\nu$  приближении автоматически зануляется. Затухание колебаний должно проявиться в первом по  $\nu$  приближении, изучение которого связано с решением уравнения (2.21).

Отметим, что в [7], где численно решена аналогичная плоская задача при малых  $\varepsilon$ ,  $\nu$ , показано, что параметры потока совершают затухающие колебания около решения, полученного в гомобарическом приближении.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рэлея. Теория звука.— М.: ГТИ, 1955.— Т. 2.
2. Раушенбах Б. В. Вибрационное горение.— М.: ГИФМЛ, 1961.
3. Генош Г. Распространение пламени в трубах и закрытых сосудах // Нестационарное распространение пламени.— М.: Мир, 1968.
4. Шевчук В. Г., Кондратьев Е. Н. и др. Высокоскоростные режимы волнового горения газовзвесей в полужакрытых трубах // ФГВ.— 1986.— № 2.
5. Соловьев В. В. К вопросу вибрационного горения в высоконапряженных топочных камерах // ИФЖ.— 1959.— № 1.
6. Вайнштейн П. В., Моргунов Ю. А. Численное исследование горения газовзвесей унитарного топлива в ограниченных объемах // Нестационарные течения многофазных систем с физико-химическими превращениями.— М.: Изд-во МГУ, 1983.
7. Вайнштейн П. Б., Моргунов Ю. А., Нигматулин Р. И. Плоская задача горения аэрозвесей унитарного топлива в замкнутой области // ПМТФ.— 1985.— № 5.
8. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике.— М.: Мир, 1972.
9. Вайнштейн П. Б., Нигматулин Р. И. О гомобарических (с однородным давлением) течениях газовзвесей при наличии гетерогенных физико-химических превращений // ДАН СССР.— 1979.— Т. 29, № 1.
10. Вайнштейн П. Б. Конвективное горение аэрозвесей унитарного топлива // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1980.— № 5.
11. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
12. Седов Л. И. Механика сплошной среды.— М.: Наука, 1976.— Т. 2.
13. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики.— М.; Л.: ГИТТЛ, 1951.— Т. 1.
14. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике.— М.: ГИФМЛ, 1962.

Поступила 4/VI 1987 г.,  
в окончательном варианте — 10/XII 1987 г.

УДК 534.222.2

### О РАЗВИТИИ ВОЗМУЩЕНИЙ НА КОНТАКТНОЙ ГРАНИЦЕ АЛЮМИНИЙ — МЕДЬ В НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ КОСОГО СОУДАРЕНИЯ

О. Б. Дреннов  
(Москва)

Описание физических процессов косоугольного соударения обычно проводится для стационарной фазы движения метаемой пластины. В этом случае скорость полета  $w$  зависит только от отношения массы ВВ к массе пластины ( $R = m_1/m_2$ ) и метательной способности ВВ, учитываемой в полуэмпирических формулах через скорость детонации.

Принято считать, что разворот метаемой пластины до постоянного значения угла  $\gamma$  осуществляется на базе полета  $d_*$ , определяемой толщинами слоя ВВ и метаемой пластины [1]. При  $d < d_*$  соударение пластин будет происходить под углом, отличным от расчетного [1, 2], что, в свою очередь, приводит к изменению режима нагружения и параметров волнообразных возмущений в зоне контакта. В [3] исследован геометрический вид контактной границы слоев металлов после высокоскоростного косоугольного соударения при последовательном уменьшении начальной базы между ними. Для пар медь — медь, сталь — медь, алюминий — медь зафиксировано значительное уменьшение (в 5—7 раз) параметров возмущений при изменении базы полета метаемой пластины от  $d = 15$  до  $d = 1$  мм.

В настоящей работе изучен характер развития возмущений на контактной границе алюминий—медь при косоугольном соударении на начальной стадии — в фазе разгона метаемой пластины ( $d < 1$  мм).

Схема постановки опытов представлена на рис. 1. На массивное стальное основание 1 устанавливается неподвижная пластина 2 из меди М1 размером  $100 \times 60 \times 5$  мм. Над медной пластиной через зазор  $d$  фиксируется метаемая пластина 3 из алюминиевого сплава АМГ размером  $100 \times 60 \times 5$  мм. Над пакетом пластин устанавливается ударник 4 из алюминиевого сплава АМГ размером  $150 \times 120 \times 4$  мм. Минимальное расстояние между ударником и метаемой пластиной  $h = 20$  мм, что обеспечивает стационарность параметров соударения [1]. На поверхности ударника размещается слой ВВ 5 из тротила, в котором возбуждается плоская сколь-