УДК 621.22 DOI: 10.15372/PMTF202215093-1

ПОДХОД К ЛАБОРАТОРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ЗА РАБОЧИМ КОЛЕСОМ ГИДРОТУРБИНЫ 1. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЛОПАТОК ЗАВИХРИТЕЛЕЙ

А. С. Устименко, И. В. Литвинов^{*,**}, В. И. Сонин, С. И. Шторк^{*}, П. А. Куйбин^{*,**}, А. В. Семенова

АО "Силовые машины", Санкт-Петербург, Россия

* Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия

** Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск, Россия

E-mails: ustimenko_as@power-m.ru, litvinov@itp.nsc.ru, v17v@mail.ru, shtork@itp.nsc.ru, kuibin@itp.nsc.ru, semenova_av@power-m.ru

Исследование потока за рабочим колесом гидротурбины на крупногабаритном испытательном стенде, состоящем из спиральной камеры, статора, направляющего аппарата и рабочего колеса, затруднительно вследствие высокой стоимости и трудоемкости. Поэтому предлагается подход к моделированию распределения скорости, характерного для потока на входе в отсасывающую трубу гидротурбины, позволяющий существенно снизить расходы на проведение испытаний. При этом поток на входе в отсасывающую трубу создается с помощью специального аппарата — завихрителя, представляющего собой комбинацию двух лопаточных решеток: неподвижной и вращающейся. Приводятся результаты аналитического расчета формы лопаток для воспроизведения заданного распределения скорости, соответствующего оптимальному режиму работы гидротурбины.

Ключевые слова: моделирование, проектирование, гидротурбина

Введение. В настоящее время одной из основных тенденций в гидротурбиностроении является расширение диапазона допустимых режимов работы гидротурбин. В связи с этим значительный интерес представляют исследования нерасчетных режимов работы гидротурбины и возникающих при этом нестационарных вихревых явлений. Одно из таких явлений — прецессирующий вихревой жгут, который возникает в проточной части гидротурбины (отсасывающей трубе (OT)) в режимах частичной нагрузки в результате спиралевидного распада вихря. Данное явление порождает опасные пульсации давления во всем проточном тракте, которые ограничивают области устойчивой работы гидротурбины [1]. Поэтому актуальной является задача исследования таких нерасчетных режимов течения.

Для разработки новых конструкций гидротурбин и оптимизации старых, как правило, используется метод компьютерного моделирования (computational fluid dynamics (CFD)) [2–8], однако неоднозначность выбора модели турбулентности и большие

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 21-79-10080).

[©] Устименко А. С., Литвинов И. В., Сонин В. И., Шторк С. И., Куйбин П. А., Семенова А. В., 2023

градиенты скорости в закрученном потоке не позволяют получить точные результаты расчетов и требуют верификации с помощью экспериментов. Поэтому в начале XXI в. моделированием течения в проточном тракте гидротурбины занимались различные группы, которые выполняли расчеты для одного и того же геометрического кейса с целью сравнить результаты и рекомендовать лучшие алгоритмы вычислений. Например, в рамках проекта FLINDT [9] исследованию геометрии ОТ "Turbine-99" было посвящено три конференции, на которых сопоставлялись результаты, полученные с помощью различных алгоритмов и пакетов [10]. Модель "Turbine-99" имеет плоскопараллельные стенки, удобные для применения как бесконтактной методики (лазерно-доплеровской анемометрии (ЛДА)), так и расчетных кодов. Проводились также исследования более сложной геометрии ОТ в рамках проекта "Francis-99" [11]. Для верификации полученных в расчетах данных использовались современные методы экспериментального измерения скорости: с помощью ЛДА и трассерной визуализации (PIV) [9, 12–22].

Помимо исследования характеристик вихревого жгута и верификации CFD-подходов важной целью экспериментов является получение эмпирических данных для построения зависимости между осредненными по времени распределениями скорости потока на входе в ОТ и характеристиками пульсаций давления, порождаемых вихревым жгутом. Используя эту зависимость, можно определить осредненные распределения скорости на входе в ОТ, при которых пульсации давления минимальны, а также прогнозировать характеристики пульсаций давления на основе результатов расчета течения в проточном тракте гидротурбины в стационарной циклической постановке, применяемой, в частности, при оптимизационном проектировании проточных частей гидротурбин.

Определить геометрию реальной турбины, обеспечивающую оптимальные распределения (при которых пульсации давления минимальны) скорости на входе в ОТ, можно путем решения обратной гидродинамической задачи прямым методом либо методом оптимизации, когда в качестве минимизируемых функционалов, например, используется отклонение скоростей за рабочим колесом (PK) гидротурбины от заданных оптимальных.

Согласно международному стандарту МЭК 60193 [23] поток на входе в ОТ, характеристики которого зависят от типа и режима работы гидротурбин, воспроизводится на лабораторных стендах, состоящих из спиральной камеры, статора, направляющего аппарата (HA), рабочего колеса и отсасывающей трубы гидротурбины. При этом модели турбин имеют меньший диаметр (250 ÷ 1000 мм), чем натурные, но геометрически полностью им подобны. Проведение экспериментальных исследований по изучению нерасчетных режимов с целью, например, установления закономерностей между распределениями скорости за гидротурбиной и амплитудно-частотными характеристиками течения затруднительно вследствие высокой стоимости и трудоемкости. Кроме того, для крупномасштабного гидродинамического стенда невозможно обеспечить изменение входных параметров в широком диапазоне, поэтому необходимы упрощенные экспериментальные условия и способы моделирования [24], когда для воспроизведения физического явления не требуется полное геометрическое подобие. Такой подход используется, например, в работах [25, 26], в которых показана возможность воспроизведения распределения скорости, характерного для режимов частичной нагрузки гидротурбины, без воспроизведения геометрии проточной части, расположенной выше ОТ (спиральной камеры, статорных колонн, направляющего аппарата). Это достигается путем применения завихрителей — комбинаций неподвижной (HA) и вращающейся (PK) лопаточных решеток. Основным направлением меридианного потока в области решеток является осевое. Изготовление таких аппаратов значительно менее трудоемко по сравнению с изготовлением всех предшествующих ОТ элементов проточной части гидротурбины. Этот подход в усовершенствованном виде используется в настоящей работе, основной целью которой является разработка подхода к лабораторному моделированию распределения скорости за реальной гидротурбиной, не требующей геометрического подобия всей подводящей части гидротурбины. Данный подход позволяет с помощью комбинации двух завихрителей (неподвижного и вынужденно вращающегося) моделировать распределения скорости как для турбин различного типа (радиально-осевых и поворотно-лопастных), так и для различных режимов работы гидротурбины.

1. Выбор принципиальной схемы завихрителей. Для воспроизведения потока на входе в ОТ, характеристики которого соответствуют течению в гидротурбинах различного типа в широком диапазоне режимов работы, схема завихрителя должна обеспечивать принципиальную возможность получения в выходном сечении произвольных осредненных в окружном направлении и по времени распределений (в широком диапазоне) окружной $c_u(r)$ и осевой $c_z(r)$ компонент вектора скорости (r — радиальная координата, отсчитываемая от оси завихрителя).

На начальном этапе в качестве завихрителя рассматривалась конструкция, представляющая собой одну неподвижную решетку лопаток, так называемый статический завихритель. Данная схема завихрителя является относительно простой, однако ее использование не позволяет получить произвольные сочетания распределений $c_u(r)$ и $c_z(r)$ на выходе из решетки лопаток (в сечении, перпендикулярном оси завихрителя). Для обеспечения произвольных распределений $c_u(r)$ и $c_z(r)$, а также их произвольных сочетаний предложен динамический завихритель, состоящий из двух решеток лопаток — неподвижной (заменяющей спиральную камеру, статорные колонны и НА) и вращающейся (аналог PK) с одинаковыми диаметрами (рис. 1). Распределение удельной механической энергии E(r), соответствующее заданным распределениям $c_u(r)$ и $c_z(r)$, в динамическом завихрителе обеспечивается за счет соответствующего отбора или передачи энергии потоку в результате его взаимодействия с вращающейся решеткой лопаток.



Рис. 1. Схема динамического завихрителя: 1 — НА, 2 — РК, 3 — сечение 1, 4 — сечение 2, 5 — конус ОТ, 6 — конус-обтекатель

Для любой точки потока в сечении на некотором расстоянии вниз по потоку от выходных кромок лопаток в случае модели идеальной несжимаемой жидкости и при допущении стационарности и осесимметричности течения можно записать соотношение для энергии

$$c_u \frac{dc_u}{dr} + c_z \frac{dc_z}{dr} + \frac{c_u^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dr}$$
(1)

 $(\rho - плотность).$

При заданных распределениях $c_{u2}(r)$ и $c_{z2}(r)$ на выходе из РК завихрителя (сечение 2 на рис. 1) с точностью до константы определяется выходная энергия $E_2(r)$. Для получения требуемого распределения $E_2(r)$ на выходе из РК при изначально (сечение 1 на рис. 1) равномерном распределении $E_1(r) = \text{const}$ необходимо обеспечить соответствующее приращение момента вектора скорости $\Delta(rc_u)$ вдоль трубок тока при взаимодействии потока с РК. Связь между приращением момента вектора скорости и изменением энергии $\Delta E = E_1 - E_2$ определяется уравнением Эйлера (основное уравнение теории гидротурбин) для трубки тока

$$\frac{E_1 - E_2}{\omega \rho} = (rc_u)_1 - (rc_u)_2 \tag{2}$$

 $(\omega - \gamma \Gamma nobas correct вращения PK)$. Из (1), (2) следует уравнение

$$c_{u2} \frac{dc_{u2}}{dr} + c_{z2} \frac{dc_{z2}}{dr} + \frac{c_{u2}^2}{r} = -\omega \frac{d\Delta(rc_u)}{dr},$$

которое при заданных выходных распределениях $c_{u2}(r)$ и $c_{z2}(r)$ позволяет определять соответствующее приращение момента вектора скорости $\Delta(rc_u)$.

Таким образом, при использовании динамического завихрителя имеется принципиальная возможность, спроектировав соответствующие РК и НА, получить заданные произвольные выходные распределения $c_{u2}(r)$ и $c_{z2}(r)$.

Применение одной вращающейся решетки лопаток дает больше возможностей для получения распределений $c_{u2}(r)$ и $c_{z2}(r)$ на выходе из решетки за счет наличия параметра ω , однако полной независимости распределений компонент скорости друг от друга, как при использовании динамического завихрителя, не обеспечивает.

В настоящей работе спроектирована серия завихрителей (восемь вариантов), которые воспроизводят течение, характерное для оптимальных режимов работы гидротурбин типа радиально-осевой (PO115) и поворотно-лопастной (ПЛ30).

2. Методика проектирования завихрителей. Проектирование динамических завихрителей осуществляется для заданных распределений скорости $c_{u2}(r)$ и $c_{z2}(r)$ при диаметре PK $D_1 = 1$ м. Течение на выходе из PK задано, что позволяет непосредственно определить углы между положительным окружным направлением и вектором относительной скорости β_2 (рис. 2). Для определения угла β_1 и угла между положительным окружным направлением и вектором абсолютной скорости γ_1 необходимо рассчитать течение в сечении между HA и PK. Для потока в сечении между HA и PK справедливы уравнения, связывающие функцию тока ψ и c_z :

$$c_u \frac{dc_u}{dr} + c_z \frac{dc_z}{dr} + \frac{c_u^2}{r} = 0, \quad \frac{E_1(\psi) - E_2(\psi)}{\omega\rho} = (rc_u)_1(\psi) - (rc_u)_2(\psi), \quad c_z = \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr}.$$
 (3)

Система уравнений (3) при заданных $c_{u2}(r)$ и $c_{z2}(r)$ (по ним определяются $E_2(\psi)$ и $(rc_u)_2(\psi)$), расходе Q, $E_1(\psi) = \text{const}$ (см. п. 1) и частоте вращения РК позволяет однозначно определить зависимости $c_{u1}(r)$ и $c_{z1}(r)$.

Для решения системы уравнений (3) разработан численный итерационный алгоритм. Для реализации данного алгоритма в сечении между НА и РК завихрителя, перпендикулярном оси вращения РК, была введена равномерная по координате r сетка и заданы



Рис. 2. Геометрия лопатки РК

необходимые для замыкания системы величины. Этот метод, реализованный в виде программы MS Excel, применялся при проектировании всех восьми вариантов завихрителя. Таким образом, на основе рассчитанных координат поверхностей лопаток строились CADмодели (computer-aided design) поверхностей лопатки НА и PK.

3. Проектирование завихрителей для оптимальных режимов. Рассматривается проектирование динамических завихрителей, воспроизводящих распределения $c_{z2}(r)$ и $c_{u2}(r)$, характерные для оптимальных режимов гидротурбин типа PO115 (три варианта) и ПЛ30 (пять вариантов). Оптимальные режимы характеризуются небольшими по модулю значениями c_{u2} и достаточно равномерными распределениями c_{z2} . Основными отличиями завихрителей PO115 от ПЛ30 являются значение относительного диаметра втулки $\bar{d}_h = d_h/D_1$ ($\bar{d}_h = 0.2$ для PO115 и $\bar{d}_h = 0.4$ для ПЛ30) и наличие у завихрителей ПЛ30 конуса-обтекателя. Далее течение полагается установившимся и осесимметричным.

4. Выбор распределений скорости на выходе из РК. Для определения распределений $c_{u2}(r)$ и $c_{z2}(r)$, соответствующих оптимальным режимам рассматриваемых типов гидротурбин, предполагается, что момент вектора скорости потока на выходе из НА гидротурбины линейно зависит от нормированной функции тока $\psi_{norm} = (\psi - \psi_h)/(\psi_p - \psi_h)$:

$$(rc_u)_1(\psi_{norm}) = (\overline{rc_u})_1(\alpha\psi_{norm} + 1 - \alpha/2), \tag{4}$$

где $\alpha = \frac{(rc_u)_{1p} - (rc_u)_{1h}}{(rc_u)_1} = \frac{\Delta (rc_u)_1}{(rc_u)_1}$ — коэффициент неравномерности потока на выходе из НА. Тогда с учетом сделанных допущений из основного уравнения теории гидротурбин $(rc_u)_1(\psi_{norm}) - (rc_u)_2(\psi_{norm}) = gH\eta/\omega$ следует выражение

$$(\overline{rc_u})_1 = \frac{gH\eta}{\omega(1-\alpha/2)},\tag{5}$$

где H — величина напора; η — КПД.

При заданных значениях H, η , ω , α выражения (4), (5) позволяют приближенно определять распределение $(rc_u)_2(\psi_{norm})$ на выходе из РК гидротурбины в оптимальном режиме работы.

Поскольку проектирование завихрителей осуществляется по заданным скоростям на выходе из РК для $D_1 = 1$ м, в формуле (5) удобно положить H = 1 м, $\omega = \pi n'_{I BEP}/30$ $(n'_{I BEP} = 73 \text{ об/мин для PO115}, n'_{I BEP} = 130 \text{ об/мин для ПЛ30}) (n'_{I BEP} - приведенная частота вращения РК при максимальном КПД).$

Коэффициент α ($\alpha = 0.15$ для PO115, $\alpha = 0.30$ для ПЛ30) выбирается на основе экспериментальных данных, полученных при проектировании турбин, в зависимости от

характерного для соответствующего типа турбины значения относительной высоты НА $\bar{b}_0 = b_0/D_1$ ($\bar{b}_0 = 0.28$ для PO115, $\bar{b}_0 = 0.39$ для ПЛ30). Рассмотренный выше случай соответствует потоку на выходе из реальных РК гидротурбин типа PO115 и ПЛ30.

Помимо двух указанных выше вариантов реальных распределений скорости с целью набора статистических данных проектирование завихрителей осуществляется для распределений скоростей, отличающихся от реальных, полученных путем варьирования последних. Так, для рассматриваемых типов гидротурбин завихрители проектируются для распределения при $\alpha = 0$ и для распределения при реальных значениях α и $(rc_u)_{2p} = 0$.

В случае $(rc_u)_{2p} = 0$ с учетом сделанных допущений о линейности функции $(rc_u)_1(\psi)$ и постоянном значении приращения момента вектора скорости справедливы формулы

$$(rc_u)_2(\psi_{norm}) = (\overline{rc_u})_1 \alpha (\psi_{norm} - 1);$$
(6)

$$(\overline{rc_u})_1 = \frac{gH\eta}{\omega(1+\alpha/2)}.$$
(7)

Соотношения (6), (7) аналогичны соотношениям (4), (5) и при заданных значениях H, η , ω , α позволяют находить распределение $(rc_u)_2(\psi_{norm})$ на выходе из РК в случае $(rc_u)_{1p} = 0$. Для гидротурбин типа ПЛЗО проектируются еще два варианта завихрителя для распределения $\alpha = -0,3$ при $(rc_u)_{2h} = 0$ и при $(rc_u)_{2p} = 0$. Таким образом, серия завихрителей для оптимальных режимов включает восемь вариантов. На рис. 3, 4 показаны зависимости момента вектора скорости $(rc_u)_2$ на выходе из РК от нормированной функции тока ψ_{norm} для гидротурбин РО115 и ПЛЗО соответственно.

Таким образом, для завихрителей распределения $c_{u2}(r)$ и $c_{z2}(r)$ не заданы непосредственно, их необходимо рассчитать с помощью разработанного численного алгоритма расчета потока в сечении между НА и РК (см. п. **2**). На рис. 5, 6 приведены рассчитанные распределения скоростей c_{u2} и c_{z2} для гидротурбин РО115 и ПЛ30 (по горизонтальной оси отложено нормированное расстояние от втулки до периферии $L_{norm} = (r - r_h)/(r_p - r_h)$).

Для получения рассмотренных восьми вариантов распределений скорости можно использовать статический завихритель, так как предполагается, что на выходе из РК энергия потока распределена равномерно. Однако в случае использования динамического завихрителя путем регулирования расхода, частоты вращения РК или напора можно по-



Рис. 3. Зависимость момента вектора скорости потока $(rc_u)_2$ от нормированной функции тока на выходе из РК для гидротурбины типа РО115 при различных значениях коэффициента неравномерности потока на выходе из НА: $1 - \alpha = 0, 2 - \alpha = 0.15, (rc_u)_{2h} = 0, 3 - \alpha = 0.15, (rc_u)_{2p} = 0$



Рис. 4. Зависимость момента вектора скорости потока $(rc_u)_2$ от нормированной функции тока на выходе из РК для гидротурбины типа ПЛЗО при различных значениях коэффициента неравномерности потока на выходе из НА: 1 — $\alpha = 0, 2 - \alpha = -0,30, (rc_u)_{2h} = 0, 3 - \alpha = -0,30, (rc_u)_{2p} = 0, 4 - \alpha = 0,30, (rc_u)_{2h} = 0, 5 - \alpha = 0,30, (rc_u)_{2p} = 0$



Рис. 5. Распределения окружных скоростей c_{u2} (*a*) и c_{z2} (*б*) на выходе из РК для гидротурбины типа PO115 при различных значениях коэффициента неравномерности потока на выходе из HA:

 $1 - \alpha = 0, 2 - \alpha = 0.15, (rc_u)_{2h} = 0, 3 - \alpha = 0.15, (rc_u)_{2p} = 0$



Рис. 6. Распределения окружных скоростей c_{u2} (*a*) и c_{z2} (*b*) на выходе из РК для гидротурбины типа ПЛЗО при различных значениях коэффициента неравномерности потока на выходе из НА:

 $\begin{array}{l} 1-\alpha=0,\ 2-\alpha=-0,30,\ (rc_{u})_{2h}=0,\ 3-\alpha=-0,30,\ (rc_{u})_{2p}=0,\ 4-\alpha=0,30, \ (rc_{u})_{2p}=0,\ 4-\alpha=0,30, \ (rc_{u})_{2h}=0,\ 5-\alpha=0,30,\ (rc_{u})_{2p}=0 \end{array}$

лучать различные варианты распределений скорости, отличающиеся от исходных, для которых был спроектирован завихритель.

Заключение. В работе представлена методика проектирования завихрителей для генерации полей скорости на входе в отсасывающую трубу, соответствующих распределениям скоростей за реальными гидротурбинами. С помощью разработанной методики спроектированы восемь вариантов завихрителя, воспроизводящие распределения скоростей на выходе из рабочего колеса гидротурбин радиально-осевого и поворотно-лопастного типов при оптимальном режиме работы.

ЛИТЕРАТУРА

- Iliescu M. S., Ciocan G. D., Avellan F. Analysis of the cavitating draft tube vortex in a francis turbine using particle image velocimetry measurements in two-phase flow // J. Fluids Engng. 2008. V. 130. 021105.
- Keck H., Sick M. Thirty years of numerical flow simulation in hydraulic turbomachines // Acta Mech. 2008. V. 201, N 1–4. P. 211–229.

- Korsakov A. B., Smirnov E. M., Goryachev V. D. CFD modelling for performance prediction of a hydraulic turbine draft tube: the effect of inlet boundary conditions for twoequation turbulence models // Proc. of the Conf. on modelling fluid flow (CMFF'12), Budapest (Hungary), 4–7 Sept. 2012. S. l., 2012. P. 757–763.
- Krappel T., Kuhlmann H., Kirschner O., et al. Validation of an IDDES-type turbulence model and application to a Francis pump turbine flow simulation in comparison with experimental results // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2015. V. 55. P. 167–179.
- 5. Minakov A. V., Platonov D. V., Dekterev A. A., et al. The analysis of unsteady flow structure and low frequency pressure pulsations in the high-head Francis turbines // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2015. V. 53. P. 183–194.
- Черный С. Г. Численное моделирование течений в турбомашинах / С. Г. Черный, Ю. И. Шокин. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 2006.
- Xiao Y. X., Wang Z. W., Zhang J., Luo Y. Y. Numerical predictions of pressure pulses in a Francis pump turbine with misaligned guide vanes // J. Hydrodynam. Ser. B. 2014. V. 26, N 2. P. 250–256.
- Zuo Z. G., Liu S. H., Liu D. M., et al. Numerical analyses of pressure fluctuations induced by interblade vortices in a model Francis turbine // J. Hydrodynam. Ser. B. 2015. V. 27, N 4. P. 513–521.
- Ciocan G. D., Iliescu M. S., Vu T. C., et al. Experimental study and numerical simulation of the FLINDT draft tube rotating vortex // J. Fluids Engng. 2007. V. 129, N 2. P. 146–158.
- Cervantes M. J., Engström T. F., Gustavsson L. H. / Proc. of the 3rd IAHR/ERCOFTAC workshop on draft tube flows Turbine-99 III, Luleå (Sweden), 7–9 Dec. 2005. Luleå: Luleå tekniska univ., 2006.
- 11. Cervantes M., Trivedi C. H., Dahlhaug O. G., Nielsen T. Francis-99 Workshop 1: steady operation of Francis turbines // J. Phys. Conf. Ser. 2015. V. 579. 011001.
- Arpe J., Avellan F. Pressure wall measurements in the whole draft tube: steady and unsteady analysis // Proc. of the 21st IAHR symp. on hydraulic machinery and systems EPFL/STI/LMH, Lausanne (Switzerland), 9–12 Sept. 2002. S. l.: EPFL, 2002. P. 593–602.
- Ciocan G. D. PIV measurements applied to hydraulic machinery: cavitating and cavitation-free flows / G. D. Ciocan, M. S. Iliescu. L.: IntechOpen, 2012.
- Favrel A., Müller A., Landry C., et al. Study of the vortex-induced pressure excitation source in a Francis turbine draft tube by particle image velocimetry // Experiment. Fluids. 2015. V. 56, N 12. P. 1–15.
- Jonsson P. P., Mulu B. G., Cervantes M. J. Experimental investigation of a Kaplan draft tube. Pt 2. Off-design conditions // Appl. Energy. 2012. V. 94. P. 71–83.
- Kirschner O., Ruprecht A. Velocity measurement with PIV in a straight cone draft tube // Proc. of the 3rd German-Romanian workshop on turbomachinery hydrodynamics, Timişoara (Romania), 10–12 May 2007. Timişoara: Politeh. Univ. Timişoara, 2007. P. 1–9.
- Meledin V., Naumov I., Kuznetsov I., et al. Applying of specialized optical laser and video systems for study of three-dimensional flows in hydraulic turbines // Proc. of the HYDRO-2006 maximizing benefits hydropower, Porto Carras (Greece), 24–28 Sept. 2006. S. l.: HYDRO proc., 2006. P. 1–8.
- Müller A. Physical mechanisms governing self-excited pressure oscillations in Francis turbines. Lausanne: Ecole Polytech. Federale de Lausanne, 2014.
- Mulu B. G., Jonsson P. P., Cervantes M. J. Experimental investigation of a Kaplan draft tube. Pt 1. Best efficiency point // Appl. Energy. 2012. V. 93. P. 695–706.

- Skripkin S., Tsoy M., Shtork S., Hanjalic K. Comparative analysis of twin vortex ropes in laboratory models of two hydro-turbine draft-tubes // J. Hydraul. Res. 2016. V. 54, N 4. P. 450-460.
- Susan-Resiga R., Dan Ciocan G., Anton I., et al. Analysis of the swirling flow downstream a Francis turbine runner // J. Fluids Engng. 2006. V. 128. P. 177–189.
- Tridon S., Barre S., Ciocan G. D., Tomas L. Experimental analysis of the swirling flow in a Francis turbine draft tube: Focus on radial velocity component determination // Europ. J. Mech. B. Fluids. 2010. V. 29. P. 321–335.
- 23. IEC 60193. Hydraulic turbines, storage pumps and pump-turbines model acceptance tests. Введ. 25.04.2019.
- 24. **Кутателадзе С. С.** Моделирование теплоэнергетического оборудования / С. С. Кутателадзе, Д. Н. Ляховский, В. А. Пермяков. М.: Энергия, 1966.
- Bosioc A., Tanasa C., Susan-Resiga R. 2D LDV measurements of swirling flow in a simplified draft tube // Proc. of the Conf. on modelling fluid flow (CMFF'09), Budapest (Hungary), 9–12 Sept. 2009. S. l., 2009. P. 833–838.
- Chen C., Nicolet C., Yonezawa K., et al. Experimental study and numerical simulation of cavity oscillation in a diffuser with swirling flow // Intern. J. Fluid Machinery Systems. 2010. V. 3, N 1. P. 80–90.

Поступила в редакцию 18/III 2022 г., после доработки — 21/VI 2022 г. Принята к публикации 26/IX 2022 г.