

УДК 532.135:532.52;539.374

ОБОБЩЕННАЯ РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАВИТИРУЮЩИХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

С. В. Стебновский

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева, 630090 Новосибирск

Показано, что развитие кавитации в твердо-, жидкопластических и жидких средах можно моделировать реологически эквивалентным кавитирующим упруговязкопластическим телом, содержащим в исходном состоянии микрополости. Построено энергетическое неравенство, позволяющее определять режим нагружения такого тела, содержащего микрополости, при котором оно переходит в кавитирующее состояние, т. е. концентрация микрополостей увеличивается более чем на порядок. Сформулировано обобщенное реологическое уравнение состояния, получены аналитические зависимости модуля объемной упругости, объемной (второй) вязкости и времени релаксации растягивающих напряжений от объемной концентрации кавитационных полостей в модельном упруговязкопластическом теле.

Во многих задачах механики конденсированных сред исследуемые процессы сопровождаются ростом в поле растягивающих напряжений микрополостей (микропор в твердых материалах или микропузырьков в жидкостях). Этот процесс в жидких средах может привести к неограниченному росту пузырьков из кавитационных зародышей, переходу среды в пенообразное состояние и последующей ее фрагментизации (кавитационному разрушению). В случае растягивающего деформирования твердых материалов рост микропор и их слияние являются одной из главных составляющих механизма вязкого разрушения. Существуют также среды, занимающие в реологическом ряду промежуточное положение между жидкими и твердыми материалами: в невозмущенном состоянии они обладают незначительным пределом сдвиговой упругости, а при нагружении, теряя структурную вязкость, переходят в жидкое состояние. (К таким средам относятся гели, студни, асфальты, бетоны, краски и др.) С учетом изложенного возникает необходимость описать процесс развития кавитации во всех этих средах в рамках единой модельной среды, обладающей свойствами как реономных, так и склерономных тел. Кавитирующей будем считать среду, в которой объемная концентрация микрополостей возрастает, по крайней мере, на порядок по сравнению с начальным значением.

Построению обобщенной реологической модели кавитирующих сред посвящена настоящая работа, в которой, следуя терминологии теоретической реологии, среды будем называть твердопластическими, если $\tau_*/P_\infty \gg 1$ (τ_* — предел текучести среды при чистом сдвиге; P_∞ — атмосферное давление), жидкопластическими, если $\tau_* \approx P_\infty$, и жидкими, если $\tau_*/P_\infty \ll 1$. Поскольку рост микрополостей в конденсированной среде является следствием ее дивергентного течения в окрестности пор, где она находится в жидком или вязкопластическом состоянии, среда должна быть подвержена воздействию поля объемно-растягивающих напряжений такого уровня, чтобы формирующиеся при этом сдвиговые напряжения в окрестности пор превышали предел текучести. Такое деформирование можно реализовать лишь на стадии разгрузки среды, содержащей микрополости, после воздействия на нее ударной волны.

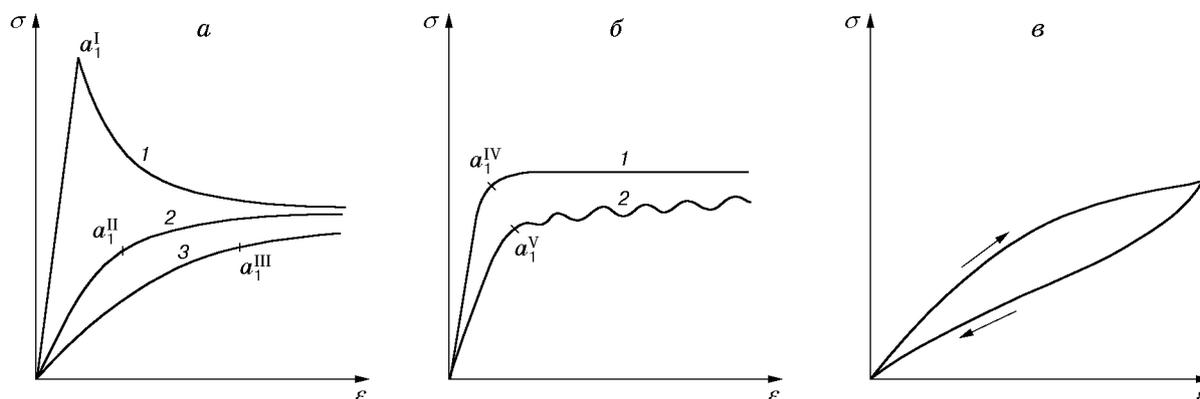


Рис. 1

1. Для обоснования возможности построения обобщенной реологической модели кавитирующих сред проведем сравнительный анализ их поведения при динамических нагрузках и определим общие для этих сред особенности процессов деформирования. С этой целью проанализируем диаграммы напряжение — деформация конденсированных сред, располагая их по степени убывания предела текучести τ_* от пластических металлов до маловязких жидкостей.

На рис. 1, *а* приведены взятые из работ [1–3] диаграммы одноосного растяжения цилиндрических образцов твердопластических сред (кривая 1 — железо (α -железо); 2 — поликристаллический алюминий; 3 — полимер в жестком, но нехрупком состоянии (ниже температуры стеклования)). Поскольку эти материалы имеют несоизмеримые по масштабу значения τ_* , на рис. 1, *а* приведены качественные зависимости $\sigma(\varepsilon)$ (σ — растягивающее напряжение, ε — полная деформация образца). В случае железа, обладающего наиболее высоким среди указанных материалов значением τ_* , график имеет так называемый “зуб пластичности”: после достижения напряжением некоторого (зависящего от скорости деформации) значения a_1^I оно начинает уменьшаться при продолжающемся увеличении деформации ε . У поликристаллического алюминия предел текучести τ_* существенно ниже. Зависимость $\sigma(\varepsilon)$ для этого материала аналогична зависимости для идеально пластического тела: если $\sigma > a_1^{II}$, стадия упругого деформирования среды переходит в режим течения с неограниченно возрастающей деформацией при $\sigma = \text{const}$. Полимеры имеют качественно аналогичную зависимость $\sigma(\varepsilon)$ (кривая 3), но с более низким уровнем порогового значения напряжения a_1^{III} .

На рис. 1, *б* приведены диаграммы сдвигового деформирования жидкопластических сред (кривая 1 — 2%-й гель (раствор нафтената алюминия в вазелиновом масле) [4]; 2 — сухая пена (объемная концентрация гексагональных пенных ячеек в воде $\alpha \approx 0,97$) [5]). В обоих случаях среда деформируется в режиме тела Бингама, т. е. вначале происходит упругое деформирование, а после того, как σ превысит пороговое значение (соответственно a_1^{IV} и a_1^V), среда теряет структурную вязкость и начинает течь. При растяжении эластомера (линейного полимера), например каучука, зависимость $\sigma(\varepsilon)$ имеет вид, приведенный на рис. 1, *в* [6]. Этот материал способен к очень большим (до 1000 %) обратимым высокоэластичным деформациям.

Согласно общепринятому представлению ньютоновские жидкости не обладают сдвиговой упругостью при числах Дебора $De = T_0/\Delta t_* \ll 1$ (T_0 — время релаксации сдвигового напряжения в среде; Δt_* — характерное время нагружения). Однако во многих экспериментах (см., например, [7, 8]) наблюдались эффекты, которые косвенно указывали на наличие у жидкостей незначительной сдвиговой упругости. Наконец, в работе [9] экс-

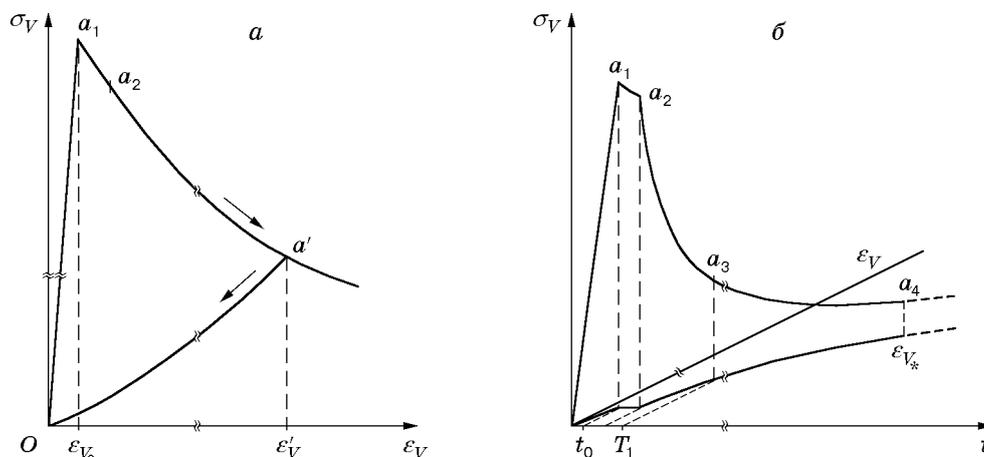


Рис. 2

периментально показано, что при очень малых деформациях вода ведет себя как среда с незначительным пределом текучести и модулем сдвига: $\tau_* \simeq G_0 = 10^{-6}$ Па; установлено также, что у глицерина $\tau_* \simeq G_0 = 1$ Па при температуре 15°C (G_0 — адиабатический модуль сдвига). Следовательно, гомогенные ньютоновские жидкости по их реологическим свойствам можно формально идентифицировать с телом Бингама, имеющим очень низкий предел текучести τ_* . Если жидкий образец, содержащий кавитационные зародыши, подвергнуть объемному растяжению, то зависимость $\sigma_V(\varepsilon_V)$ примет вид, представленный на рис. 2, а [10], где σ_V , ε_V — объемные растягивающие напряжение и деформация соответственно. Если $\Delta t_* < T_0$, то нарастание σ_V до максимального значения a_1 происходит в упругом режиме ($T_0 = \zeta_0(K_\infty - K_0)^{-1}$, ζ_0 — объемная вязкость, K_∞ , K_0 — динамический и адиабатический модули объемной упругости чистой жидкости). Участок кривой $a_1 a_2$ на рис. 2 соответствует процессу частичной релаксации σ_V за счет перестройки структуры жидкости на молекулярном уровне, т. е. без изменения объема среды. Далее на участке $a_2 a_3$ происходит релаксация σ_V вследствие неограниченного роста пузырьков из кавитационных зародышей с последующим формированием пенной ячеистой структуры. Следующий участок $a_3 a_4$ — объемное растяжение пены (в инерционном режиме) до некоторого критического значения деформации ε_{V*} , соответствующего началу капиллярного разрушения среды на фрагменты. На этой стадии пенообразная среда приобретает объемную упругость, обусловленную атмосферным противодействием (способность среды после сброса напряжения σ_V возвращаться по траектории $a'O$ в исходное состояние) и сдвиговой упругостью жидких пленок, образующих пенные ячейки: при увеличении ε_V растет упругая (поверхностная) энергия пленок. Следовательно, формирующаяся в процессе развития неограниченной кавитации в ньютоновской жидкости пенообразная среда обладает объемной и сдвиговой упругостью. Если в процессе деформирования напряжения сдвига τ превысят τ_* , среда переходит в текучее состояние [5, 11].

Из изложенного выше следует, что все твердо-, жидкопластические и жидкие среды обладают сдвиговой упругостью и текучестью. При этом τ_* при переходе от пластических металлов к маловязким жидкостям изменяется в 10^{17} – 10^{18} раз. Поскольку все реальные конденсированные среды обладают сдвиговой вязкостью μ , обобщенную макрореологическую модель кавитирующих сред можно строить с учетом свойств упруговязкопластического тела (УВПТ), содержащего в исходном состоянии кавитационные зародыши (микроразрывы). Необходимо учитывать, что кавитировать могут только такие среды, которые всегда или при определенных условиях нагружения обладают свойствами текучести, что и позволяет полостям расширяться в поле растягивающих напряжений.

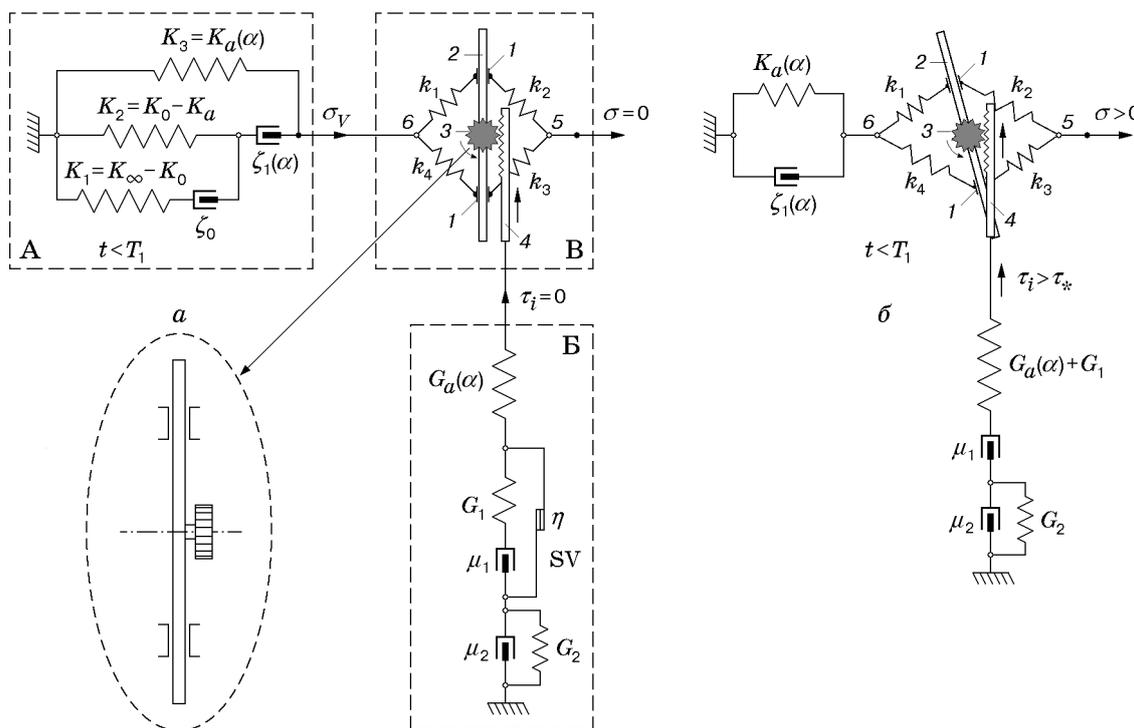


Рис. 3

2. Трехмерную деформацию сплошной среды в линейном приближении всегда можно разложить на объемную деформацию и деформацию сдвига. Учитывая, что сдвиг всегда сопутствует объемной деформации, в настоящей работе эти компоненты механической модели УВПТ функционально соединены вспомогательным узлом (рис. 3). На рис. 3, а блок А соответствует объемному растяжению тела, блок Б — чистому сдвигу, блок В представляет собой вспомогательный узел, состоящий из моста, собранного на четырех пружинных элементах k_1, \dots, k_4 . По одной из диагоналей моста внутри втулок 1 (соединенных с пружинами шарнирами) расположен стержень 2, который может свободно скользить в них. Со стержнем жестко соединена шестеренка 3, при повороте которой (вместе со стержнем) через реечную передачу 4 приводится в режим растяжения механический блок Б. Жесткость пружин моста удовлетворяет условию $k_1 = k_3 > k_2 = k_4$, так что, если в точке соединения 5 к мосту приложить растягивающее усилие σ (рис. 3, б), происходит растяжение механического блока А (присоединенного к блоку В в точке б), соответствующее объемной деформации УВПТ, которое вследствие несимметрии моста сопровождается растяжением блока Б, соответствующим сдвиговой деформации УВПТ.

Поскольку качественный характер деформирования объема одинаков у всех конденсированных сред [12] и определяется только двумя реологическими параметрами (модулем объемной упругости K и второй (объемной) вязкостью ζ), зависящими в общем случае от объемной концентрации кавитационных полостей α , блок А совпадает с описанной в [10, 13] механической моделью объемного деформирования ньютоновских жидкостей. Он состоит из упругих элементов $K_1 = K_\infty - K_0$, $K_2 = K_0 - K_a$, $K_3 = K_a(\alpha)$ (K_a — модуль объемной упругости тела, содержащего кавитационные полости концентрации α) и вязких элементов ζ_0 и $\zeta_1(\alpha)$ — объемной вязкости УВПТ гомогенного и содержащего кавитационные полости соответственно.

Блок Б состоит из последовательно соединенных механических узлов, соответствующих моделям тел Шведова и Кельвина — Фойхта. Первый узел состоит из упругого

элемента $G_a(\alpha)$, соответствующего сдвиговой упругости УВПТ, а также из упругого элемента G_1 и поршня μ_1 , соответствующего сдвиговой вязкости среды, так что

$$\mu_1 = \begin{cases} \mu_0 & \text{при } \alpha = 0, \\ \mu_* & \text{при } 0 < \alpha \leq \alpha_*, \\ \mu_{**} & \text{при } \alpha > \alpha_*, \end{cases}$$

где $\alpha_* \simeq 0,74 \div 0,76$ — объемная концентрация полостей, соответствующая их предельной упаковке (реально достижима лишь в жидких средах); μ_0 — сдвиговая вязкость однородной среды; μ_* — эффективная сдвиговая вязкость газовой суспензии (среды, содержащей кавитационные полости); μ_{**} — структурная вязкость пенной ячеистой системы, реализуемой только в случае неограниченной кавитации маловязких жидкостей или жидкодисперсных сред и гелей, имеющих в качестве матрицы маловязкую жидкость [14, 15]. Параллельно с элементами μ_1 и G_1 соединен элемент Сен-Венана SV, в различных режимах блокирующий элементы μ_1 и G_1 , который соответствует пластической вязкости среды η , изменяющейся по закону

$$\eta(\tau, \alpha) = \begin{cases} \infty & \text{при } \tau < \tau_*, & \alpha < \alpha_*, \\ \eta_* & \text{при } \tau = \tau_*, & \alpha < \alpha_*, \\ 0 & \text{при } \tau > \tau_*, & \alpha < \alpha_*, \\ \infty & \text{при } \tau_* < \tau < \tau_{**}, & \alpha > \alpha_*, \\ \eta_{**} & \text{при } \tau = \tau_{**}, & \alpha > \alpha_*, \\ 0 & \text{при } \tau > \tau_{**}, & \alpha > \alpha_*, \end{cases}$$

где τ_* — предел текучести однородного УВПТ; τ_{**} — предел текучести ячеистой пенной структуры, в которую эволюционирует УВПТ при $\alpha > \alpha_*$. Если $G_1 \rightarrow 0$, механический узел, моделирующий тело Шведова (например, пластические гели), вырождается в механический узел, соответствующий телу Бингама. Соединенный последовательно с механической моделью тела Шведова узел Кельвина — Фойхта $\mu_2|G_2$ при $\alpha < \alpha_*$ соответствует вязкоупругим свойствам кавитационных полостей, при $\alpha > \alpha_*$ — пенных ячеек. В случае полидисперсного состава полостей это обобщенный узел Кельвина — Фойхта, включающий весь спектр элементов $\mu_2^i|G_2^i$, соответствующий спектру характерных размеров полостей $\{d_i\}$.

Блок Б работает следующим образом. После приложения в точке 5 блока В растягивающего усилия σ начинается “объемное” деформирование блока А под действием растягивающего усилия σ_V и “сдвиговое” деформирование блока Б под действием силы τ (соответствующей напряжению чистого сдвига). При этом режим работы блока Б будет зависеть от значения α и соотношения величин τ и τ_* , последняя из которых может принимать значения от 10^{-6} Па в случае воды и 1 Па в случае глицерина до 10^{10} Па в случае стали.

Если $\tau < \tau_*$, то $\eta = \infty$, т. е. элемент Сен-Венана SV закрыт, блокируя поршень μ_1 с пружиной G_1 , и среда ведет себя как упругое твердое тело, содержащее вязкоупругие дисперсные элементы (поры), которым соответствует обобщенное тело Кельвина — Фойхта $\mu_2|G_2$. В этом режиме нагружения среда является склерономной газовой суспензией при $\alpha < \alpha_*$ или сотовой структурой при $\alpha > \alpha_*$ с твердой упругой матрицей.

Если $\tau > \tau_*$, то $\eta = 0$, т. е. элемент SV открыт, поршень μ_1 начинает перемещаться, и среда приобретает вязкопластические свойства. (Если $G_1 \neq 0$, то при соответствующей скорости деформирования этот процесс сопровождается некоторым накоплением упругой

энергии в элементе G_1 .) При этом, если $\alpha \rightarrow 0$, имеем случай классического тела Максвелла, поведение которого зависит от соотношения параметров $G_a + G_1$, μ_0 и числа Дебора $De = \mu_0[(G_a + G_1)\Delta t_*]^{-1}$. Случай очень больших значений μ_0 соответствует твердопластическим телам. Если $\mu_0 \leq 10^2$ Па·с, то это жидкости (ньютоновские при $\mu_0 = \text{const}$, неньютоновские при $\mu_0 = \mu_0(\dot{\epsilon}_\tau)$, где $\dot{\epsilon}_\tau$ — скорость сдвиговой деформации). В последнем случае при $De \gg 1$ поршень μ_1 не успевает перемещаться, и сдвиговая деформация определяется только упругим элементом $G_a + G_1$, т. е. жидкость ведет себя как тело Гука. При $De \leq 1$ поведение среды зависит от сдвиговой вязкости μ_1 и соответствует пластическому или жидкому телу.

С ростом α среда приобретает свойства газовой суспензии, а при $\alpha > \alpha_*$ (что возможно только в случае жидких маловязких матриц [14–16]) пузырьки консолидируются и среда трансформируется в жесткий пенообразный каркас. В этом случае, если $\tau < \tau_{**}$, то $\eta = \infty$, т. е. элемент SV закрыт, и среда обладает свойствами упруговязкого тела. Если $\tau > \tau_{**}$, элемент Сен-Венана открывается ($\eta = 0$), и в среде происходит пластическое деформирование ячеистой структуры, характер которого зависит от капиллярного числа Ca [11]. Следует отметить, что все изложенное выше о газовых суспензиях с жидкой матрицей и пенообразных структурах справедливо и в случае пористых металлов или других склерономных сред как при $\alpha < \alpha_*$, так и при $\alpha > \alpha_*$ (если такая структура технологически реализуема). Однако, поскольку в настоящей работе исследуется только процесс развития кавитации в конденсированных средах, далее рассматриваются случаи, когда $\alpha \ll \alpha_*$ и среднее по объему среды растягивающее напряжение находится в области, ограниченной поверхностью текучести.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что построенная обобщенная механическая модель УВПТ (см. рис. 3) описывает все основные кавитирующие материалы.

3. Рассмотрим условия роста кавитационных полостей в модельном УВПТ. Полагаем, что в невозмущенном состоянии модельное УВПТ плотности ρ_0 содержит равномерно распределенные по объему V^0 монодисперсные кавитационные микроразности начального радиуса R_0 при счетной концентрации n (рис. 4). Тогда по аналогии с [13] единичный объем среды разобьем на n кубических ячеек так, чтобы в центре каждой из них содержалась сферическая полость радиуса R_0 , а размеры ячеек составляли $l \times l \times l$ ($l = n^{-1/3}$). Поверхностное натяжение на границе полости γ , давление в полости в общем случае равно P_1 (если среда является жидкостью, то $P_1 = P_\nu + P_g$, где P_ν — давление паров; P_g — давление газа), R_0 и n удовлетворяют условию $R_0 \ll n^{-1/3}$.

Из анализа полученных в работах [13, 16] условий роста пор в склерономных средах и пузырьков в жидкостях следует, что рост кавитационных полостей в конденсированных средах зависит от их прочностных свойств, т. е. от τ_* , а также от вязкости μ_1 , поверхностного натяжения γ и атмосферного противодавления P_∞ . Параметр τ_* является доминирующим в случае твердопластических сред, μ_1 — в случае высоковязких жидкостей и склерономных сред, деформируемых в режиме пластического течения, γ и P_∞ — в случае маловязких жидкостей. Из результатов, полученных в [13], следует, что если к УВПТ, содержащему микроразности начального радиуса R_0 , приложить отрицательное давление

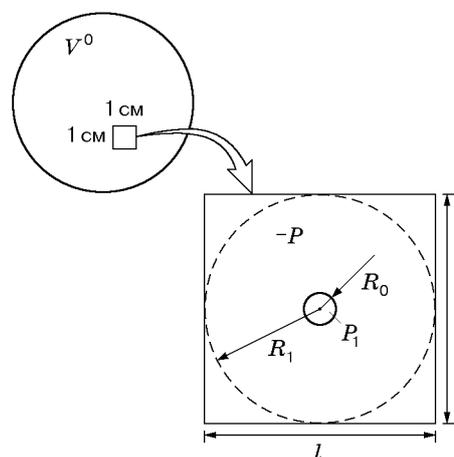


Рис. 4

$P < 0$ (рис. 4), так что в окрестности микрополости выполняется условие пластичности Треска, выражающееся в данном случае неравенством

$$\tau = \frac{3|\hat{P}|}{4\bar{r}^3} > \tau_*, \quad (1)$$

то уравнение динамики полости примет вид

$$b\ddot{b} + \frac{3-4\beta_0}{2(1-\beta_0)}\dot{b}^2 + h\frac{\dot{b}}{b} = Qh(1-s). \quad (2)$$

Здесь $b = RR_0^{-1}$; R_0, R — начальный и текущий радиус полости соответственно;

$$h = \frac{4\mu_1}{\rho R_0^2(1-\beta_0)}, \quad Q = \frac{\hat{P}}{4\mu_1}, \quad s = D \left[\ln \beta^{-1} + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{a^3}{R_c^3} \right) \right] = D \left(\ln \beta^{-1} + \frac{1}{3} (1 - \alpha\beta^{-3}) \right), \quad (3)$$

$$D = 4\tau_* |\hat{P}|^{-1} \simeq 2Y_* |\hat{P}|^{-1}, \quad \beta = \frac{R}{a} = [4\tau_*(3|\hat{P}|)^{-1}]^{1/3} |_{\hat{P}=\text{const}} = \beta_0 = \frac{R_0}{a_0},$$

a — радиус зоны пластичности в окрестности полости, где выполняется условие (1); Y_* — предел текучести при растяжении; $R^3 R_c^{-3} = \alpha$, $R_c = 0,5l = 0,5n^{-1/3}$ — радиус окружности, вписанной в ячейку; $\hat{P} = -P + P_1 - P_\infty - 2\gamma R_0 b^{-1}$ (при растяжении $P < 0$, при сжатии $P > 0$).

Из (2) следует, что граница полости находится в равновесии ($\dot{b} = \ddot{b} = 0$) при выполнении условия $Qh(1-s) = 0$, которое с учетом (3) можно записать в виде $\hat{P} - 4\tau_*(\ln \beta^{-3} + 1 - \alpha\beta^{-3})/3 = 0$. Для того чтобы это условие было справедливо и для режима схлопывания (сжатия) полости, запишем его в виде

$$\hat{P} = (-1)^{m+1} 4\tau_*(\ln \beta^{-3} + 1 - \alpha\beta^{-3})/3, \quad (4)$$

где $m = 1$ соответствует растяжению среды, $m = 2$ — сжатию. Если $\hat{P} = -P$, это условие совпадает с известной в механике твердого тела формулой Генки, определяющей условие равновесия стенки поры в сферическом упругопластическом слое. Согласно (4) давление, соответствующее порогу пластичности, когда зона пластичности только начинает формироваться на границе полости и $a = R$, имеет вид

$$\hat{P}^0 = (-1)^{m+1} 4\tau_*(1 - \alpha)/3. \quad (5)$$

Давление, соответствующее выходу внешнего радиуса пластического слоя a на границу ячейки, когда $a \simeq R_c = 0,5n^{-1/3}$, согласно (4) определяется выражением

$$\hat{P}^* = (-1)^{m+1} 4\tau_* \ln(\alpha^{-1})/3. \quad (6)$$

Следует отметить, что при $\hat{P} \rightarrow P$ имеет место задача о динамике поры в твердых материалах, рассмотренная в работе [17]. При $\tau_* \rightarrow 0$ (2) сводится к уравнению движения стенки сферического пузырька в вязкой жидкости, а (4) — к условию равновесия стенки пузырька [18]. Соотношения (5) и (6) при $\hat{P} = P$, полученные из формулы Генки, использовались в работах [19–21], посвященных математическому моделированию динамических процессов в пористых материалах. В [19] построена представляющая интерес для данной работы аналитическая зависимость модуля объемной упругости материала от пористости и нагружающего давления.

Согласно экспериментальным данным [18, 22] начальная объемная концентрация микрополостей α_0 в жидких и твердопластических средах находится в диапазоне 10^{-12} – 10^{-7} . Поэтому в рамках рассматриваемой задачи о развитии кавитации из начальных микрополостей, т. е. их росте, по крайней мере, до значений, соответствующих $\alpha \simeq 10\alpha_0$, можно

ограничиться диапазоном значений радиуса полостей $R < 10R_0$, а следовательно, и условием $a^3/R_c^3 \ll 1$. С учетом этого при выводе условия роста полости до значений $b_* \simeq 10$ можно полагать $s = D(\ln \beta^{-1} + 1/3) \simeq 4\tau_*(\ln \beta^{-3} + 1)/3$.

Для определения диапазона нагружения отрицательным давлением, в котором среда является кавитирующей (т. е. $\alpha_{\max} \geq 10\alpha_0$, $b \geq b_* = \sqrt[3]{10}$), по аналогии с условием роста пор в твердопластических средах [13] выведено условие роста полостей до заданных размеров в УВПТ

$$\left(\frac{1}{3K} + \frac{1}{G}\right)\tilde{P}^2\left[\frac{b_*^3}{\beta_0^3} - 1 + \frac{(1+\xi)^2}{2}\left(1 - \frac{\beta_0^3}{b_*^3}\right)\right] > 4\tau_*(b_*^3 - 1)\left(\ln \beta_0^{-1} + \frac{1}{3}\right) + \\ + 2P_\infty(b_*^3 - 1) + \frac{6\gamma}{R_0}(b_*^2 - 1) + 3\rho R_0^2[(1 - \beta_0)b_*^3\dot{b}_*^2 - \beta_0 J_1] + 24\mu_1 J_2, \quad (7)$$

где $K = K_a$; $G = G_a$; $\tilde{P} = |P| - P_\infty$; $\xi = [P_1 - 2\gamma(R_0 b)^{-1}]\tilde{P}^{-1}$; $J_1 = \int_0^{t_*} b\dot{b}^3 dt$; $J_2 = \int_0^{t_*} b\dot{b}^2 dt$.

В случае твердопластических сред [13]

$$J_1 = Mh^2\left\{[\hat{t}_0 + 5\exp(-\hat{t}_0)]M + \frac{1}{5}[\exp(5\ln b_*) - 1]\right\}, \\ J_2 = M^2h\left[\hat{t}_0 + 2\exp(-\hat{t}_0) + \frac{1}{3}\exp(3\ln b_*) - \frac{11}{6} - \frac{1}{2}\exp(-2\hat{t}_0)\right],$$

где $M = Q(1-s)^{-1}$; t — время с момента нагружения ячейки отрицательным давлением; $\hat{t} = ht$; \hat{t}_0 определяется из уравнения

$$(3 - 4\beta_0)\exp(-\hat{t}_0) + (1 - 2\beta_0)\exp(-\hat{t}_0) - 2(1 - \beta_0)\hat{t}_0 = 2(1 - \beta_0)M^{-1} + 2(2 - 3\beta_0). \quad (8)$$

В обобщенном неравенстве (7) в отличие от условия роста пор в твердопластических средах [13] учтено влияние параметров P_∞ и γ на процесс роста полостей, что является существенным в случае развития пузырьковой кавитации в жидкостях. Таким образом, если запас упругой энергии в ячейке, обусловленный приложенным к ней отрицательным давлением (левая часть неравенства (7)), превышает работу по расширению полости до радиуса $R_* = \sqrt[3]{10}$ (правая часть неравенства (7)), то среда является кавитирующей при данном уровне нагружения.

В твердопластических средах основная часть упругой энергии, запасенной в объемно растягиваемой ячейке, расходуется, как показано в [13], на преодоление структурной вязкости (прочностных сил) среды, т. е. на ее переход в пластическое состояние. Поэтому в правой части (7) всеми слагаемыми, кроме первого, можно пренебречь и с учетом того, что в левой части этого неравенства $b_*^3\beta_0^{-3} \gg 0,5(1+\xi)^2(1 - \beta_0^3 b_*^{-3}) - 1$, свести его к более простому виду

$$\Omega b_*^3 \beta_0^{-3} > 1,5s(b_*^3 - 1),$$

где $\Omega = \tilde{P}E^{-1}$; $E = KG(G + 3K)^{-1}$ — модуль Юнга.

При переходе к жидким средам τ_* принимает значения, близкие к нулю (например, для воды $\tau_* \simeq G = 10^{-6}$ Па). Поэтому с учетом того, что $\dot{b}_* = 0$ (поскольку $b_* = \max\{b\}$ по определению), и так как для жидкостей $K \gg G$, $\beta_0^3 \ll 1$, условие (7) сводится к виду

$$\frac{\tilde{P}^2}{2G}\left[\frac{b_*^3}{\beta_0^3} - 1 + \frac{(1+\xi)^2}{2}\right] + \frac{3}{2}\rho R_0^2\beta_0 J_1 > P_\infty(b_*^3 - 1) + \frac{3\gamma}{R_0}(b_*^2 - 1) + 12\mu_1 \int_0^{t_*} b\dot{b}^2 dt. \quad (9)$$

Второе слагаемое в левой части неравенства (9) всегда существенно меньше первого, и его можно не учитывать. Правая часть неравенства совпадает с правой частью неравенства, определяющего условия роста пузырьков в жидкостях, полученного в работе [16]. Левые части этих неравенств отличаются вследствие того, что в [16] сформулировано условие роста пузырька в поле релаксирующего отрицательного давления, а обобщенное условие роста полостей (9) справедливо для случаев, когда к ячейке приложено отрицательное постоянное давление, что оправдано в рамках поставленной в данной работе задачи (исследование условий роста полостей в конденсированных средах до размеров $R = \sqrt[3]{10} R_0$).

4. На основании построенной обобщенной механической модели (см. рис. 3) сформулируем реологическое уравнение для объемного растяжения модельного УВПТ. Поскольку деформация объема всех конденсированных сред описывается одной и той же механической моделью (блок А на рис. 3, а), общий вид реологического уравнения, соответствующего объемной деформации модельного УВПТ, совпадает с полученным в [10] реологическим уравнением объемно-растягиваемых жидкостей

$$\ddot{\sigma}_V + \left(\frac{1}{T_0} + \frac{Z}{T_1} \right) \dot{\sigma}_V + \frac{\sigma_V}{T_0 T_1} = K_\infty \ddot{\varepsilon}_V + \left(\frac{K_0}{T_0} + \frac{Z K_0}{T_1} \right) \dot{\varepsilon}_V + \frac{K_a}{T_0 T_1} \varepsilon_V. \quad (10)$$

Здесь $Z = (K_\infty - K_a)(K_0 - K_a)^{-1}$; $T_0 = \zeta_0(K_\infty - K_0)^{-1}$; $T_1 = \zeta_1(K_\infty - K_a)^{-1}$.

Реологические функции $K_a(\alpha)$ и $\zeta_1(\alpha)$ построим для двух диапазонов нагружения: $|\hat{P}| < |\hat{P}^0|$ и $|\hat{P}^0| < |\hat{P}| < |\hat{P}^*|$ (\hat{P}^0 определяется из (5)).

Упругое деформирование в диапазоне отрицательных давлений $|\hat{P}| < |\hat{P}^0|$. В ячейке выделим сферический слой, внутренней границей которого является полость радиуса R_0 , а внешней — сфера радиуса $R_c = 0,5 \sqrt[3]{n}$, вписанная в кубическую ячейку (см. рис. 4). Полагаем, что на внешней границе слоя приложено давление P . Тогда, поместив начало сферической системы координат (r, θ, φ) в центре полости и используя решение известной задачи теории упругости [23], для компонент тензора упругих деформаций получим выражения

$$\varepsilon_{rr} = \tilde{A} - 2Br^{-3}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\varphi\varphi} = \tilde{A} + Br^{-3}, \quad (11)$$

с учетом которых формула деформации объема запишется в виде

$$\varepsilon_V = \varepsilon_{ii} = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\varphi\varphi} = 3\tilde{A}. \quad (12)$$

Для определения \tilde{A} из (12) и обобщенного закона Гука $\varepsilon_{ik} = (9K)^{-1} \delta_{ik} \sigma_{ll} + (2G)^{-1} (\sigma_{ik} - 0,333 \delta_{ik} \sigma_{ll})$ имеем $\sigma_{rr} = 3K_0 \tilde{A} - 4G_0 Br^{-3}$, откуда с учетом граничных условий $\sigma_{rr} = -P_1$ при $r = R_0$ и $\sigma_{rr} = -P$ при $r = R_c$, выражения для точного определения объема ячейки $V_c = (2R_c)^3$ и неравенства $\alpha |P_1| \ll |P|$ получим

$$\tilde{A} = (P_1 R_0^3 - P R_c^3) [3K_0 (R_c^3 - R_0^3)]^{-1} \simeq -P [3K_0 (1 - 6\alpha/\pi)]^{-1}. \quad (13)$$

Наконец, подставляя (13) в (12), имеем

$$\varepsilon_V = -P [K_0 (1 - 6\alpha/\pi)]^{-1}, \quad P < 0. \quad (14)$$

Поскольку в рамках линейной вязкоупругости трехмерное определяющее уравнение, соответствующее изменению величины объема среды, имеет вид $\sigma_{ii} = 3K \varepsilon_{ii} = 3K \varepsilon_V$, где $\sigma_{ii} = -3P$, можно записать $K = -P \varepsilon_V^{-1}$ или в случае среды, содержащей кавитационные полости концентрации α :

$$K_a(\alpha) = -P [\varepsilon_V(\alpha)]^{-1}, \quad P < 0. \quad (15)$$

Подставляя (14) в (15), для модуля объемной упругости среды в диапазоне давлений, в котором она деформируется как упругое тело, получим выражение

$$K_a(\alpha) = (1 - 6\alpha/\pi) K_0, \quad K_0 = K_a \quad (\alpha = 0), \quad 0 \leq \alpha < \alpha^0. \quad (16)$$

Здесь α^0 — объемная концентрация полостей, соответствующая максимально допустимым радиусам R^0 , для которых выполняется условие $R^0 \ll 0,5l = 0,5n^{-1/3}$, необходимое для существования решения (11).

Упруговязкопластическое деформирование в диапазоне давлений $|\hat{P}^0| < |\hat{P}| < |\hat{P}^*|$. В этом случае в процессе деформирования в окрестности каждой полости формируется поле сдвиговых напряжений τ , превышающих предел текучести τ_* , и, следовательно, развивается дивергентное пластическое течение, т. е. происходит расширение полостей. Поскольку модуль объемной упругости среды является количественной характеристикой обратимого изменения ее объема, т. е. отклонения объема от равновесного значения под действием приложенного давления, определение модуля имеет смысл только для равновесного состояния среды. Будем полагать, что в общем случае зависимость давления газа в полости от ее радиуса имеет вид $P'_g = P_g z^{-3\bar{k}}$, где P_g — давление в равновесном состоянии полости; $z = R'/R$; \bar{k} — показатель политропы (переменные параметры без штриха соответствуют равновесному состоянию системы, со штрихом — возмущенному). В случае, когда среда является жидкостью с пузырьками, P_V всегда равно давлению насыщенных паров, т. е. $P'_V = P_V = \text{const}$; в порых, содержащихся в твердопластических материалах, $P_V = 0$. Тогда, подставляя из (4) выражение $P_g = P - P_V + 2\gamma/R + (-1)^{m+1}4\tau_*[\ln(a/R)^3 + 1 - \alpha(a/R)^3]/3 = A$ в уравнение равновесия стенки полости, соответствующее возмущенному значению давления P' , получим

$$-P' \Big|_{\alpha' \simeq \alpha} = (-1)^{m+1}4\tau_*[\ln(a'/R')^3 + 1 - \alpha(a'/R')^3]/3 + P_\infty - P_V + 2\gamma/R' - Az^{-3\bar{k}}. \quad (17)$$

При растяжении $P' < 0$, при сжатии $P' > 0$. При этом первый член в правой части (17) должен иметь тот же знак, что и $-P'$, поскольку в случае твердопластических сред знак правой части равенства определяется первым членом, намного превышающим по модулю остальные члены. С учетом этого (17) запишем в виде

$$P' \Big|_{\alpha' \simeq \alpha} = \frac{4}{3}\tau_*[\ln(\beta^{-3}z^{-3}) + 1 - \alpha\beta^{-3}z^{-3}] + (-1)^{m+1}\left(P_\infty - P_V + \frac{2\gamma}{Rz} - Az^{-3\bar{k}}\right). \quad (18)$$

Здесь всегда $P' > 0$, а характер нагружения учитывается множителем $(-1)^{m+1}$ ($m = 1$ при растяжении, $m = 2$ при сжатии), и, таким образом, (18) эквивалентно равенству (17). Из (18) имеем

$$\frac{dP'}{dz} \Big|_{z=1} = -\left[4\tau_*(1 - \alpha\beta^{-3}) - (-1)^m\left(\frac{2\gamma}{R} - 3\bar{k}A\right)\right]. \quad (19)$$

Для исходного равновесного состояния формула для определения объема конденсированной среды, содержащей полости, имеет вид $V^0 = V_0 + V_1 = V_0 + 4\pi R^3 N/3$, где V_0 — объем конденсированного компонента без учета объема полостей V_1 ; N — количество полостей в объеме V^0 , удовлетворяющее условию $\alpha < \alpha_*$. Для состояния, соответствующего $R = R'$, эта формула примет вид $V^{0'} = V_0 + V_1' = V_0 + 4\pi(R')^3 N/3$. Из последних двух выражений можно получить

$$dV^0 = dV_0 + dV_1 = dV_0 + 12\pi R^2 N dR/3 = dV_0 + 3V_1 dz. \quad (20)$$

На основе выражения для модуля объемной упругости среды $K = -V dP/dV$ с учетом (19), (20) и того, что $\alpha = V_1/V^0$, $V_0/V^0 = (V^0 - V_1)/V^0 = 1 - \alpha$, имеем

$$\begin{aligned} K_a &= -\frac{V^0 dP}{dV^0} = -\frac{V^0 dP}{dV_0 + 3V_1 dz} = -\left[(1 - \alpha)(V_0)^{-1}\frac{dV_0}{dP} + 3\alpha\frac{dz}{dP}\right]^{-1} \Big|_{z=1} = \\ &= \left[(1 - \alpha)K_0^{-1} + \frac{3\alpha}{4\tau_*(1 - \alpha\beta^{-3}) - (-1)^m(2\gamma/R) - 3\bar{k}A}\right]^{-1}. \quad (21) \end{aligned}$$

В случае жидкости, содержащей пузырьки, с учетом малости τ_* , а также в предположении изотермичности процесса расширения газа в растущем пузырьке (что справедливо в силу большой теплоемкости жидкостей), т. е. в предположении, что $\bar{k} = 1$, (21) сводится к полученной в [10] формуле $K_a = \{(1 - \alpha)K_0^{-1} + (-1)^m 3\alpha/[3(P + P_\infty - P_V) + 4\gamma/R]\}^{-1}$. Следует отметить, что в жидкостях пузырьки могут существовать в равновесном состоянии только при $P > 0$, поэтому K_a можно определять только при $m = 2$. Поскольку в твердопластических средах рост пор до концентраций $\alpha > \alpha_*$ невозможен, зависимость $K_a(\alpha)$ в диапазоне $\alpha_* \leq \alpha < 1$ имеет смысл только для кавитирующих жидкостей. Эта зависимость построена в работе [10]. С учетом этого, а также формул (16) и (21) соотношение, определяющее зависимость модуля объемной упругости УВПТ от концентрации полостей, запишется в виде

$$K_a = \begin{cases} (1 - 6\alpha/\pi)K_0 & \text{при } 0 < |\hat{P}| < |\hat{P}^0|, \quad 0 \leq \alpha < \alpha^0, \\ \left[(1 - \alpha)K_0^{-1} + \frac{3\alpha}{4\tau_*(1 - \alpha\beta^{-3}) - (-1)^m(2\gamma R^{-1} - 3\bar{k}A)} \right]^{-1} & \text{при } |\hat{P}^0| < |\hat{P}| < |\hat{P}^*|, \quad 0 \leq \alpha < \alpha_*, \\ \tilde{\rho}^0 \tilde{C}_0^2 - (2\gamma/R_0) \sqrt[3]{\sqrt{2}\alpha_0(1 - \alpha)\alpha^2/(9\pi)} & \text{при } |\hat{P}^*| < |\hat{P}|, \quad \alpha_* \leq \alpha < 1. \end{cases} \quad (22)$$

Здесь $\tilde{\rho}^0$ — невозмущенная плотность парогазового наполнения в пенной ячейке; \tilde{C}_0 — скорость звука в парогазовом наполнении.

Вычисленные значения $K_a(\alpha)$ для жидких сред хорошо согласуются с экспериментальными данными (см. [10]). В случае твердопластических сред расчеты по формуле (22) (с учетом того, что $4\tau_*(1 - \alpha\beta^{-3}) \gg |2\gamma R^{-1}|$, а $\bar{k} = 0$) сравнивались с аналогичными расчетами по формуле, выведенной другим способом в работе [19] для определения K_a твердых пористых тел. В результате установлено следующее. Если ввести обозначение $\omega = K_{a1}/K_{a2}$, где K_{a1} вычисляется по формуле (22), а K_{a2} — по формуле (28) из работы [19], то, например, для медного образца, содержащего микропоры, при его нагружении отрицательным давлением в диапазоне $0 < |\hat{P}| < |\hat{P}^0|$ получим $\omega = 1$ при $\alpha = 10^{-8}$, $\omega = 1,000\,02$ при $\alpha = 10^{-5}$, $\omega = 1,0019$ при $\alpha = 10^{-3}$, $\omega = 1,019$ при $\alpha = 10^{-2}$. В случае нагружения образца отрицательным давлением в диапазоне $|\hat{P}^0| < |\hat{P}| < |\hat{P}^*|$ имеем:

— для $\chi = P/Y_* = 0,7$ $\omega = 0,999\,97$ при $\alpha = 10^{-8}$, $\omega = 0,9972$ при $\alpha = 10^{-6}$, $\omega = 0,9722$ при $\alpha = 10^{-5}$, $\omega = 0,78$ при $\alpha = 10^{-4}$;

— для $\chi = 4$ $\omega = 0,999\,97$ при $\alpha = 10^{-8}$, $\omega = 0,998$ при $\alpha = 10^{-6}$, $\omega = 0,973$ при $\alpha = 10^{-5}$, $\omega = 0,785$ при $\alpha = 10^{-4}$;

— для $\chi = 7,5$ $\omega = 1$ при $\alpha = 10^{-8}$, $\omega = 1,002$ при $\alpha = 10^{-6}$, $\omega = 1,011$ при $\alpha = 10^{-5}$, $\omega = 1,23$ при $\alpha = 10^{-4}$.

Таким образом, различие расчетных значений K_a становится существенным лишь при высоких начальных концентрациях пор. Например, для медного образца при $\chi = 4$ и $\alpha = 10^{-3}$ согласно формуле (22) $K_a = 0,28 \cdot 10^{11}$ Па, а согласно формуле (28) из работы [19] $K_a = 1,09 \cdot 10^{11}$ Па. Однако, как уже отмечалось, начальная объемная концентрация микропор в твердопластических, но непористых материалах не превышает значений $\alpha_0 = 10^{-8} \div 10^{-6}$, а целью настоящей работы является исследование условий развития кавитации в конденсированных средах, когда α возрастает на порядок, т. е. не превышает значения 10^{-5} .

Известно, что все конденсированные среды по отношению к объемному растяжению ведут себя одинаково: объемное деформирование приводит к появлению сил вязкого сопротивления, характеризуемого объемной (второй) вязкостью [12]. Поэтому процедура по-

строения зависимости $\zeta_1(\alpha)$ для жидких сред, содержащих пузырьки, подробно изложенная в [16], справедлива для любой конденсированной среды, в том числе для модельного УВПТ, содержащего кавитационные микрополости. С учетом этого скорость диссипации энергии в однородной среде, реологически эквивалентной исследуемой (и имеющей такой же объем V^0), представим в виде

$$D = V^0 \zeta_1 \dot{\varepsilon}_V^2 = D_0 + D_b, \quad \dot{\varepsilon}_V = \dot{\varepsilon}_{V_0} + \dot{\varepsilon}_{V_b}, \quad (23)$$

где $D_0 = V_0 \zeta_0 \dot{\varepsilon}_{V_0}^2$ — скорость диссипации энергии в объеме V_0 исследуемой среды при $\alpha = 0$; $D_b = 16\pi\mu_0 R \dot{R}^2 N$ — скорость диссипации энергии, обусловленной ростом кавитационных полостей в исследуемой среде, т. е. в объеме V^0 . Полагая $K_a(\alpha_0) \simeq K_0$ и следуя [16], имеем

$$\dot{\varepsilon}_{V_0} = \dot{\sigma}_{V_0} K_0^{-1}, \quad \dot{\varepsilon}_{V_b} = 3\alpha \dot{R} R^{-1}. \quad (24)$$

Подставляя (24) в (23), после преобразования окончательно получим

$$\zeta_1(\alpha) = \begin{cases} \zeta_0(1-\alpha)^{-1} & \text{при } 0 < |\hat{P}| < |\hat{P}^0|, \\ \zeta_0(1-\alpha)^{-1} [1 + 3\alpha \dot{R} R^{-1} K_0 \dot{\sigma}_{V_0}^{-1}]^{-2} + \\ + 12\mu_0 \alpha \dot{R}^2 R^{-2} (\dot{\sigma}_{V_0} K_0^{-1} + 3\alpha \dot{R} R^{-1})^{-2} & \text{при } |\hat{P}^0| < |\hat{P}| < |\hat{P}^*|. \end{cases} \quad (25)$$

Из (25) следует, что для режимов упругого деформирования и пластического течения на начальной стадии растяжения среды или при мгновенном нагружении, когда $De \gg 1$ и $\dot{\sigma}_{V_0} R^{-1} \gg 1$, значения объемной вязкости совпадают и равны $\zeta_1 = \zeta_0(1-\alpha)^{-1}$. На последующих стадиях роста полостей $3\alpha K_0 \dot{R} \gg R \dot{\sigma}_{V_0}$, $\dot{\sigma}_{V_0} K_0^{-1} \ll 3\alpha \dot{R} R^{-1}$ и $\zeta_1 \rightarrow 4\mu_0 \alpha^{-1}$ (к значению $\zeta_1(\alpha)$ в концентрированных суспензиях [16]). Поскольку $\dot{\sigma}_{V_0} = -\dot{P}$, в общем случае $\zeta_1(\alpha)$ будет зависеть от закона изменения P во времени. Например, если динамика нагружения имеет вид $P(t) = P(0) \exp(-t/t^*)$, где t^* — постоянная времени, и при этом $P(t)$ на заданном отрезке времени “обеспечивает” выполнение условия пластичности, то (25) сводится к зависимости (18) из работы [16].

Таким образом, построенные реологические функции $K_a(\alpha)$ и $\zeta_1(\alpha)$ полностью определяют реологическое уравнение УВПТ с кавитационными полостями (10) для всех моделируемых сред.

5. Время релаксации объемных растягивающих напряжений, а следовательно, и отрицательного давления, нагружающего конденсированную среду, определяется соотношением [12] $T = \zeta K^{-1}$. Подставляя в это выражение значения K_a и ζ_1 из (22) и (25) соответственно, получим

$$T(\alpha) = \begin{cases} T(\alpha) [(1-\alpha)(1-6\alpha/\pi)]^{-1} & \text{при } 0 < |\hat{P}| < |\hat{P}^0|, \quad \alpha < \alpha^0, \\ \left[\frac{\zeta_0}{[(1-\alpha)(1+3\alpha K_0 \dot{b}/(b\dot{\sigma}_{V_b}))]^2} + \frac{12\mu_0 \alpha}{(3\alpha + b\dot{\sigma}_{V_0}/(bK_0))^2} \right] \times \\ \times [(1-\alpha)K_0^{-1} + (-1)^m 3\alpha P_f^{-1}] & \text{при } |\hat{P}^*| < |\hat{P}|, \quad 0 \leq \alpha < \alpha_*, \end{cases} \quad (26)$$

где $P_f = 3(P + P_\infty - P_V) + 4\gamma/R$.

Соотношение (26) справедливо для оценки времени релаксации отрицательных давлений, при которых вся ячейка, содержащая микрополость, находится в одном из двух однородных реологических состояний: упругом или вязкопластическом. Если же $|\hat{P}^0| < |\hat{P}| < |\hat{P}^*|$, $a < 0,5n^{-1/3}$, то реологическое состояние ячейки является неоднородным: в слое $R \leq r \leq a$ среда находится в вязкопластическом состоянии, в слое $a < r \leq 0,5n^{-1/3}$ —

в упругом. В этом случае соотношение (26) неприменимо, и $T(\alpha)$ определяется из построенного в работе [13] соотношения

$$T(\alpha) = t_0 + \frac{1}{3Q(1-s)} \ln \left[\frac{B\beta_0^3}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8(1+\xi)^2}{B^2}} \right) \right],$$

$$B = (1 - e^{-2}) \left[\frac{\pi}{3\alpha} - \frac{6\alpha}{\pi} (1 + \xi)^2 \right] - [(1 + \xi)^2 - 2]e^{-2}. \quad (27)$$

Здесь $t_0 = \hat{t}_0 h^{-1}$; \hat{t}_0 определяется из (8). Формула (27) справедлива до момента времени, соответствующего выходу внешней границы вязкопластической зоны a на границу ячейки, т. е. когда $a = 0,5n^{-1/3}$. Отметим, что определенное в работе [24] в рамках модели Иорданского — Когарко время релаксации отрицательного давления в водяном образце, содержащем кавитационные зародыши при условиях $P^0 = -30$ МПа, $\alpha_0 = 10^{-4}$, $R_0 = 10^{-5}$ см, равно $0,63 \cdot 10^{-8}$ с, а согласно (26) при тех же условиях $T = 3 \cdot 10^{-8}$ с.

Таким образом, обобщенной реологической моделью развития кавитации во всех жидких, жидко- и твердопластических средах может служить кавитирующее упруговязкопластическое тело. При этом область применимости предложенной обобщенной реологической модели определяется энергетическим неравенством (9).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Классен-Неклюдова М. В.** Механическое двойникование кристаллов. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
2. **Некоторые** вопросы физики пластичности кристаллов. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
3. **Бартенев Г. М., Зеленов Ю. В.** Физика и механика полимеров. М.: Высш. шк., 1983.
4. **Трапезников А. А.** О пределах текучести, критической упругой деформации и критической скорости деформации релаксирующих коллоидных систем // Докл. АН СССР. 1955. Т. 102, № 6. С. 1177–1180.
5. **Kraunik A. M., Hansen M. L.** Foam rheology: a model of viscous phenomena // J. Rheol. 1987. V. 31, N 2. P. 175–205.
6. **Трелоар Л.** Физика упругости каучука. М.: Изд-во иностр. лит., 1953.
7. **Майборода В. П.** Электронно-микроскопические исследования процесса плавления и перегрева быстроохлажденной фольги олова // Укр. физ. журн. 1991. № 6. С. 68–71.
8. **Майборода В. П., Максимова Г. А.** Прямое дифракционное наблюдение структурных элементов в олове при 7000 °С // Укр. физ. журн. 1993. № 2. С. 78, 79.
9. **Апакашев Р. А., Павлов В. В.** Определение предела прочности и модуля сдвига воды при малых скоростях течения // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1997. № 1. С. 3–7.
10. **Стебновский С. В.** Реологическая модель объемного растяжения ньютоновских жидкостей // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 1. С. 129–140.
11. **Стебновский С. В.** К построению реологической модели кавитирующих дисперсных жидких сред // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 1. С. 129–138.
12. **Рейнер М.** Реология. М.: Наука, 1965.
13. **Стебновский С. В.** Условия развития кавитации в склерономных средах // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 87–97.
14. **Стебновский С. В.** Экспериментальное исследование импульсного растяжения кавитирующих сред // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 5. С. 122–125.
15. **Стебновский С. В.** Эволюция структуры высоковязких жидких сред при импульсном объемном растяжении // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 1. С. 105–111.

16. **Стебновский С. В.** Условие формирования пузырьковых суспензий при ударно-волновом нагружении жидкостей // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 2. С. 53–63.
17. **Carrol M. M., Holt A. C.** Static and dynamic pore-collapse relations for ductile porous materials // J. Appl. Phys. 1972. V. 43. P. 1626–1635.
18. **Перник А. Д.** Проблемы кавитации. Л.: Судостроение, 1966.
19. **Киселев С. П.** Упругопластическая модель деформирования пористого тела // Материалы Всесоюз. семинара “Фильтрация многофазных систем”. Новосибирск, 17–20 сент. 1990 г. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1991. С. 151–166.
20. **Киселев С. П., Руев Г. А., Трунев А. П. и др.** Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992.
21. **Киселев С. П., Фомин В. М.** О модели пористого материала с учетом пластической зоны, возникающей в окрестности поры // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 6. С. 125–133.
22. **Голубев В. К.** О расширении пор в пластических материалах при отколе // ПМТФ. 1983. № 6. С. 159–165.
23. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теория упругости. М.: Наука, 1965.
24. **Kedrinskii V. K.** On relation of tensile stress in a cavitating liquid // Proc. of the 13th Intern. Congr. on acoustics, Belgrade, Yugoslavia, 26–30 Aug. 1989. Belgrade: Sava Centar, 1989. P. 327–330.

*Поступила в редакцию 20/VI 2000 г.,
в окончательном варианте — 3/XI 2000 г.*
