

К ВОПРОСУ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА
В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

В. Н. Виллюнов, А. П. Руднев

(Томск)

Теоретически на основе нестационарной теории горения порохов Зельдовича — Новожилова исследуется влияние возмущений температуры газов на устойчивость горения пороха в ракетной камере. Рассматривается также влияние головного объема, примыкающего к горящему каналу.

Ранее устойчивость стационарного режима горения пороха в полузамкнутом объеме исследовалась в работах [1,2]. При этом не учитывалось изменение температуры газов в камере при быстром изменении давления. Учет влияния колебаний температуры газов рассматривался в работе [3]. Однако в основу исследования [3] положена конкретная модель стационарного горения топлива, что предопределяет узость применения полученных результатов. Данная работа основывается на нестационарной теории горения, развитой в работах [4,5] и базирующейся на экспериментальных зависимостях скорости горения от параметров.

1. Влияние колебаний температуры газов. При адиабатическом режиме стационарная скорость горения зависит только от давления и начальной температуры пороха. В реальных случаях горения теплоотдача из зоны пламени приводит к понижению максимальной температуры против адиабатической температуры горения, что ведет к снижению скорости горения и наличию пределов распространения. Поэтому ниже принимается, что стационарная скорость горения u° и температура поверхности T_1° являются функциями давления p , начальной температуры пороха T_0 и температуры газов в камере T_2

$$u^\circ = u^\circ(p, T_0, T_2), \quad T_1^\circ = T_1^\circ(p, T_0, T_2) \quad (1.1)$$

Согласно Я. Б. Зельдовичу [4,5], пользуясь стационарной связью между градиентом температуры на поверхности f , скоростью горения, температурой поверхности и начальной температурой

$$\kappa f^\circ = u^\circ(T_1^\circ - T_0) \quad (1.2)$$

можно перейти от зависимостей вида (1.1) к зависимостям вида

$$u = u(p, f, T_2), \quad T_1 = T_1(p, f, T_2) \quad (1.3)$$

справедливым уже и в нестационарных условиях. Здесь κ — коэффициент температуропроводности пороха.

Вводя параметры k, v, q, r, μ, s , характеризующие зависимость скорости горения и температуры поверхности от давления, начальной температуры и температуры газов в стационарном режиме

$$k = (T_1^\circ - T_0) \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial T_0} \right)_{p, T_2}, \quad v = \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial \ln p} \right)_{T_0, T_2}, \quad q = \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial \ln T_2} \right)_{p, T_0}$$

$$r = \left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial T_0} \right)_{p, T_2}, \quad \mu = \frac{1}{T_1^\circ - T_0} \left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial \ln p} \right)_{T_0, T_2}, \quad s = \frac{1}{T_1^\circ - T_0} \left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial \ln T_2} \right)_{p, T_0}$$

из (1.1) — (1.3) нетрудно получить формулы, связывающие производные скорости горения и температуры поверхности в стационарных и нестацио-

нарных условиях

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \ln u}{\partial \ln p}\right)_{f, T_2} &= \frac{v(r-1) - k\mu}{k+r-1}, & \left(\frac{\partial \ln u}{\partial \ln f}\right)_{p, T_2} &= \frac{k}{k+r-1} \\ \left(\frac{\partial \ln u}{\partial \ln T_2}\right)_{p, f} &= \frac{q(r-1) - ks}{k+r-1}, & \frac{1}{T_1^\circ - T_0} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \ln p}\right)_{f, T_2} &= \frac{\mu(k-1) - vr}{k+r-1} \\ \frac{1}{T_1^\circ - T_0} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \ln f}\right)_{p, T_2} &= \frac{r}{k+r-1}, & \frac{1}{T_1^\circ - T_0} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \ln T_2}\right)_{p, f} &= \frac{s(k-1) - qr}{k+r-1} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Для единственно инерционной области — прогретого слоя пороха — справедливо уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \quad (0 \leq \xi < \infty) \quad (1.5)$$

с условиями

$$\theta(0, \tau) = \vartheta, \quad \theta(-\infty, \tau) = 0$$

где θ , ϑ , v , ξ , τ — соответственно безразмерная температура в порохе, температура поверхности, скорость горения, пространственная координата и время

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_1^\circ - T_0}, \quad \vartheta = \frac{T_1 - T_0}{T_1^\circ - T_0}, \quad v = \frac{u}{u^\circ}, \quad \xi = \frac{u^\circ}{\kappa} x, \quad \tau = \frac{(u^\circ)^2}{\kappa} t$$

Ограничиваясь исследованием устойчивости стационарного режима горения по отношению к малым возмущениям, в линейном приближении получаем

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{p}{p^\circ} = 1 + \eta_1 \psi(\tau), & \zeta &= \frac{T_2}{T_2^\circ} = 1 + \zeta_1 \psi(\tau), & v &= 1 + v_1 \psi(\tau), \\ \theta &= [1 + \theta_1(\xi) \psi(\tau)] \exp \xi, & \vartheta &= 1 + \vartheta_1 \psi(\tau), & \psi &= \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \xi} = 1 + \varphi_1 \psi(\tau) \end{aligned}$$

где ζ — безразмерная температура в камере; $\psi(\tau)$ — некоторая функция времени; η_1 , ζ_1 , v_1 , θ_1 , ϑ_1 , ζ_1 по модулю много меньше единицы. При этом для поправки к температуре из (1.5) получаем уравнение

$$\theta_1'' + \theta_1' - \frac{\theta_1}{\psi} \frac{d\psi}{d\tau} - v_1 = 0 \quad (1.6)$$

с условиями

$$\theta_1(0) = \vartheta_1, \quad \theta_1(-\infty) = 0$$

а из формул (1.3) при учете (1.4) вытекают связи

$$(k+r-1)v_1 = [v(r-1) - k\mu]\eta_1 + k\varphi_1 + [q(r-1) - ks]\zeta_1 \quad (1.7)$$

$$(k+r-1)\vartheta_1 = [\mu(k-1) - vr]\eta_1 + r\varphi_1 + [s(k-1) - qr]\zeta_1$$

При переменной температуре газов давление в камере подчиняется закону сохранения массы

$$V_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{RT_2} \right) = \rho_0 \sigma u - \frac{A_0}{\sqrt{RT_2}} F_* p \quad (1.8)$$

Здесь V_0 — свободный объем, σ — поверхность горения, ρ_0 — плотность пороха, F_* — площадь критического сечения сопла, A_0 — константа, R — газовая постоянная. Переходя в (1.8) к безразмерным перемен-

ным, в линейном приближении получим соотношение

$$\chi(\eta_1 - \zeta_1) \frac{d\psi}{d\tau} = \left(v_1 - \eta_1 + \frac{\zeta_1}{2} \right) \psi \quad (1.9)$$

где χ — отношение времен релаксации прогретого слоя пороха t_2 и камеры t_1

$$\chi = \frac{t_1}{t_2}, \quad t_2 = \frac{\alpha}{(u^0)^2}, \quad t_1 = \frac{V_0}{A_0 F_* \sqrt{RT_2^0}}$$

Для замыкания системы (1.6), (1.7), (1.9) воспользуемся уравнением энергии, которое запишем в виде

$$V_0 \frac{d}{dt} (\rho RT_2) = \left(\rho_0 \alpha u - \frac{A_0}{V \sqrt{RT_2}} F_* p \right) n RT_2 \quad (1.10)$$

Здесь ρ — плотность газов в камере, n — показатель адиабаты. При более строгой записи (1.10) в правой части следует добавить слагаемое, учитывающее тепловые потери в камере. В (1.10) тепловые потери учтены приближенно — введением эффективного показателя адиабаты. Увеличение n ведет к росту тепловых потерь. Из (1.10) в линейном приближении имеем

$$\frac{\chi}{n} \eta_1 \frac{d\psi}{d\tau} = \left(v_1 - \eta_1 + \frac{\zeta_1}{2} \right) \psi \quad (1.11)$$

Предположим, что на стационарный режим горения наложены малые возмущения $\sim \exp(\gamma\tau)$. Тогда устойчивость режима будет определяться знаком действительной части частоты $\Omega = \text{Re}\gamma$. При этом при переходе через критический режим устойчивость может теряться путем как непрерывного, так и скачкообразного изменения декремента затухания.

Для исследования срыва устойчивости по первому типу на границе устойчивости принимаем $\psi(\tau) = \exp(i\gamma\tau)$ (γ — вещественное). Тогда решение уравнения (1.6) легко находится и из него вытекает соотношение между v_1 , φ_1 и $\dot{\varphi}_1$, ранее полученное в [7]. Рассматривая это соотношение вместе с (1.7), (1.9), (1.11) как систему алгебраических уравнений относительно η_1 , ζ_1 , v_1 , $\dot{\varphi}_1$, φ_1 , получим, что необходимым условием совместности уравнений является равенство нулю определителя системы. Раскрывая определитель и приравнявая нулю вещественную и мнимую части, приходим к двум уравнениям

$$c \left(a - \frac{n+1}{2n} c \right) - d \left(b + \frac{n+1}{2n} d \right) = 0 \quad (1.12)$$

$$\chi = \frac{n}{\gamma(c^2 + d^2)} \left[d \left(a - \frac{n+1}{2n} c \right) + c \left(b + \frac{n+1}{2n} d \right) \right]$$

где

$$a = v + \frac{\gamma S_1}{2R_1} (vr - k\mu) + n \left[q + \frac{\gamma S_1}{2R_1} (qr - ks) \right]$$

$$b = R_1 [vr - k\mu + n(qr - ks)], \quad c = 1 + \frac{r\gamma S_1}{2R_1} - kS_1$$

$$d = \frac{kS_1}{2R_1} - rR_1, \quad S_1 = 1 - \frac{R_1}{\gamma}, \quad R_1 = 2^{-1/2} [(16\gamma^2 + 1)^{1/2} - 1]^{1/2}$$

Задав конкретное γ , из первого уравнения (1.12) при данных физико-химических параметрах пороха определяем значение k , а из второго — χ , соответствующее границе устойчивости. Численные расчеты по формулам (1.12) приведены ниже.

В (1.12) не содержится особый случай $\gamma = 0$. Полагая для его исследования $\psi(\tau) = \exp(\Omega\tau)$ ($\Omega \ll 1$) и проводя аналогичные рассуждения,

можно показать, что при $\gamma = 0$ потеря устойчивости происходит в случае

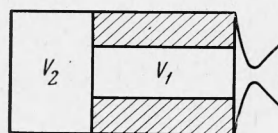
$$\nu = \frac{n+1-2(n-1)q}{2n} < 1$$

Таким образом, при учете зависимости скорости горения от температуры газов стационарный режим горения может оказаться неустойчивым и при $\nu < 1$.

Для исследования возможности скачкообразного срыва устойчивости следует положить $\psi(\tau) = \exp(\pm\Omega\tau)$ ($\Omega \gg 1$). Тогда, как и в работе [2], можно показать, что при переменной температуре поверхности этот тип потери устойчивости не осуществляется вообще а при постоянной температуре поверхности имеет место при $k = 1$.

2. Зависимость устойчивости горения при наличии головного объема (ГО) (фиг. 1). Изменение давления в канале при постоянной температуре в камере и с учетом перетекания газа в системе головной объем — канал подчиняется уравнению баланса

$$\frac{V_1}{RT_2^\circ} \frac{dp_1}{dt} = \rho_0 \omega u - AF_* p_1 - M \quad (2.1)$$



Фиг. 1

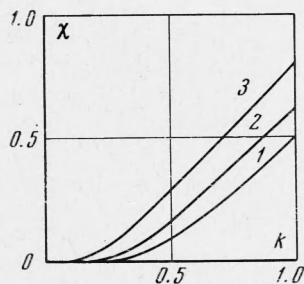
причем скорость изменения давления в ГО находится из уравнения

$$\frac{V_2}{RT_2^\circ} \frac{dp_2}{dt} = M \quad (2.2)$$

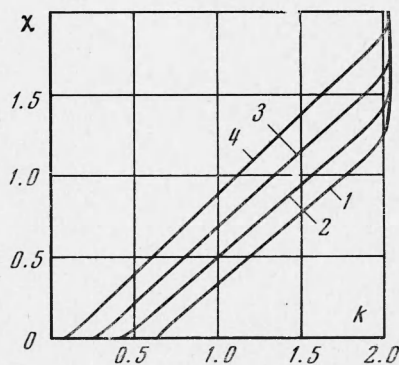
Здесь индексами 1, 2 отмечаются параметры, соответственно относящиеся к каналу и ГО

$$M = \rho_1 W_1 F_1 \quad (2.3)$$

M — расход газа из (или внутрь) канала, F_1 — площадь поперечного сечения канала, A — коэффициент истечения, W_1 — скорость перетекания.



Фиг. 2



Фиг. 3

ния. При $W_1 > 0$ перетекание в ГО, при $W_1 < 0$ — в канал. Для малых W_1 (по сравнению со скоростью звука) ускорение потока представляется в виде

$$\frac{dW_1}{dt} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{p_2 - p_1}{L} \quad (2.4)$$

где L — характерный размер ГО.

Присоединяя к уравнениям (2.1) — (2.4) уравнение теплопроводности (1.5) и повторяя весь анализ, проведенный в п. 2, получим, что при непрерывном изменении декремента затухания при переходе через критический режим граница устойчивого горения находится из решения уравнений

$$c^2 + d^2 = a_1c - b_1d$$

$$\chi = \frac{a_1c - b_1d}{\gamma(c^2 + d^2)} = \frac{\beta}{1 - \beta\varepsilon\gamma^2} \quad (2.5)$$

где

$$a_1 = v \left(1 + \frac{r\gamma S_1}{2R_1} \right) - k\mu \frac{\gamma S_1}{2R_1}, \quad b_1 = (vr - k\mu) R_1$$

χ — отношение времен релаксации канала t_1 и прогретого слоя пороха t_2

$$\chi = \frac{t_1}{t_2}, \quad t_1 = \frac{V_1}{AF_*(RT_2^\circ)^{1/2}}$$

β и ε — безразмерные параметры

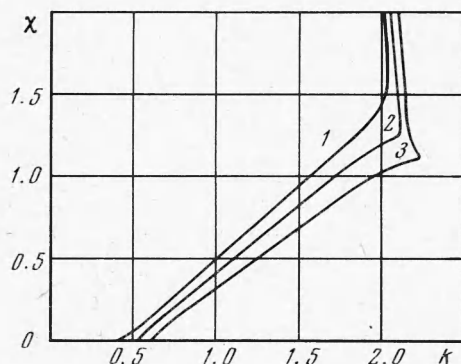
$$\beta = \frac{t_3}{t_2}, \quad t_2 = \frac{V_2}{AF_*(RT_2^\circ)^{1/2}}, \quad \varepsilon = \frac{LAF_*}{t_2F_1}$$

t_3 — время релаксации ГО, остальные обозначения прежние. При этом если $\gamma = 0$, то потеря устойчивости происходит только в случае $v = 1$.

Исследование возможности скачкообразного срыва устойчивости приводит к результатам, аналогичным [2].

3. Анализ результатов. Для изучения количественного влияния параметров q, s, β, ε проведены численные расчеты по формулам (1.12) и (2.5).

На фиг. 2 изображены границы областей существования устойчивых режимов в координатах (k, χ) при $v = 2/3, r = \mu = s = 0$ и разных q . Кривые 1—3 соответствуют значениям $q = 0, 1/3, 2/3$. Кривая 1 при $T_2 = \text{const}$ ранее была получена в [1]. Область



Фиг. 4

устойчивых режимов лежит левее соответствующих кривых, рост q сужает область устойчивости.

Аналогичная зависимость границы устойчивых режимов от параметра q имеет место (фиг. 3) и при переменной температуре поверхности. Здесь границы устойчивости 1—4, полученные при $v = 2/3, r = 1/2, \mu = 0.1; s = 0$, соответствуют значениям $q = 0, 1/3, 2/3, 1$. Зависимость 1 при постоянной температуре в камере ранее получена в [2].

На фиг. 4 представлены границы устойчивого горения при изменении параметра s . Кривые 1—3 построены соответственно для $s = 0, 1/3, 2/3$ при $v = 2/3, q = 1/3, r = 1/3, \mu = 0.1$. Увеличение параметра s оказывает стабилизирующее влияние на устойчивость.

Как следует из фиг. 3 и фиг. 4, при $\chi \rightarrow \infty$, что соответствует случаю постоянства давления и температуры газов при бесконечном объеме камеры, кривые приближаются к единым вертикальным асимптотам. Причем положение асимптот не зависит от значений параметров q и s . Пользуясь критерием устойчивости горения [6], из соотношений (1.12) можно получить асимптотическую формулу для χ .

