Теплофизика и аэромеханика, *2022*, *том 29*, *№ 3*

УДК 533.6.013

Оптимизация концевых элементов несущих систем по критерию минимума индуктивного сопротивления

В.Г. Борисова, В.А. Силантьев

СибНИА им. С.А. Чаплыгина, *Новосибирск*

E-mail: sa01borisova@gmail.com

Представлен расчетный метод снижения индуктивного сопротивления путем улучшения аэродинамики концевых элементов несущих систем. Метод позволяет оптимизировать распределение интенсивности свободных вихрей концевых крылышек в расчетной плоскости Трефтца при заданной величине подъемной силы и сохранении геометрии базового крыла. Проведены оптимизационные расчеты различных несущих систем, в том числе ближнемагистрального самолета СТР-40ДТ, разрабатываемого в ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина». Отмечается хорошее согласование результатов расчетных и экспериментальных исследований.

Ключевые слова: оптимизация, индуктивное сопротивление, концевые аэродинамические поверхности, законцовка, плоскость Трефтца, циркуляция, аэродинамическое проектирование.

Введение

Современные самолеты достигли высокого уровня аэродинамического совершенства, и резервы его возможного повышения невелики. Направление дальнейшего улучшения аэродинамического качества связано в основном с развитием вычислительной аэродинамики. Однако коммерческие пакеты программ на базе осредненных уравнений Навье-Стокса очень трудоемки и, несмотря на свои обширные возможности, далеко не всегда могут обеспечить необходимую точность определения основных аэродинамических характеристик самолета (особенно коэффициента лобового сопротивления c_{x_a}). Поэтому в некоторых случаях весьма эффективным оказывается разделение сопротивления на отдельные компоненты: вязкое, волновое, индуктивное, вредное.

Для магистральных самолетов важной характеристикой является величина аэродинамического качества на крейсерском режиме полета $K = c_{y_\text{a}}/c_{x_\text{a}}$. При этом индуктивное сопротивление крыла c_{x_i}, обусловленное свободными вихрями и составляющее приблизительно 40 % от полного сопротивления самолета на крейсерском режиме полета, не зависит ни от вязкости, ни от сжимаемости воздуха. Это позволяет определять его величину и разрабатывать простые методы его снижения независимо от других составляющих сопротивления.

Теория индуктивного сопротивления и методы его минимизации были заложены ещё в начале прошлого века в работах Л. Прандтля, А. Бетца, М. Мунка [1–4]. В частности,

© Борисова В.Г., Силантьев В.А., 2022

М. Мунк показал взаимосвязь подъемной силы и индуктивного сопротивления через интенсивность пелены свободных вихрей в плоскости Трефтца. С помощью данного подхода был аналитически исследован ряд различных компоновок, которые удобно использовать для проведения верификации численных методов оптимизации по критерию минимума индуктивного сопротивления. В экспериментальной работе [5] было предложено использовать вертикальные концевые крылышки специальной формы для улучшения аэродинамических характеристик, что обусловлено в основном уменьшением индуктивного сопротивления. Результаты проведенных исследований послужили стимулом для разработки различных численных методов с целью решения задач минимизации индуктивного сопротивления.

Вопрос минимизации индуктивного сопротивления не теряет своей актуальности почти на протяжении века. Среди современных работ, посвященных этому вопросу, следует отметить публикации [6 – 8]. Во всех известных работах оптимизируется вихревая система по размаху всей несущей системы. Это, несомненно, полезно при оценке резервов эффективности оптимизации с точки зрения аэродинамического качества. Однако такой подход оправдан преимущественно при разработке новых нестреловидных несущих систем. На практике, когда речь заходит о стреловидных крыльях или когда проводится модернизация существующей компоновки за счет установки концевых устройств, где геометрия базового крыла зафиксирована, такая оптимизация мало применима. В настоящее время определение геометрических параметров концевых крылышек проводится преимущественно подбором по результатам численного или физического эксперимента.

В настоящей работе предлагается метод оптимизации концевых устройств по минимуму индуктивного сопротивления с учетом ограничения на изменение геометрии базового крыла самолета. В такой постановке оптимизационных задач авторам не встречалось.

Постановка задачи оптимизации

Как известно, индуктивное сопротивление может быть вычислено в рамках идеальной несжимаемой жидкости. Наиболее широкое применение нашли методы оптимизации интенсивности вихревой пелены в плоскости Трефтца, которые не зависят от формы несущей системы в плане.

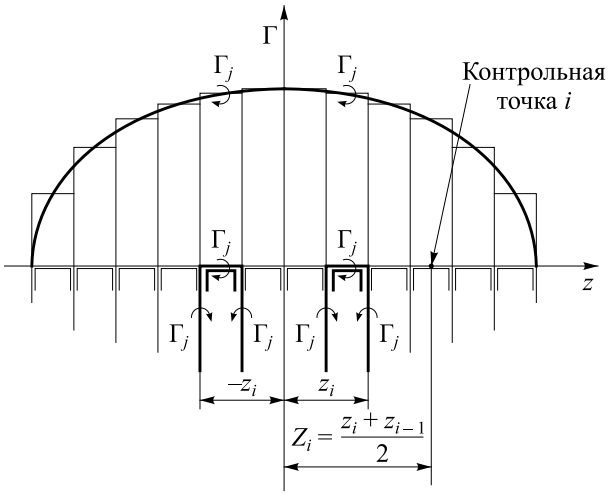

Рис. 1. Схема разбиения вихревой системы крыла П-образными вихрями.

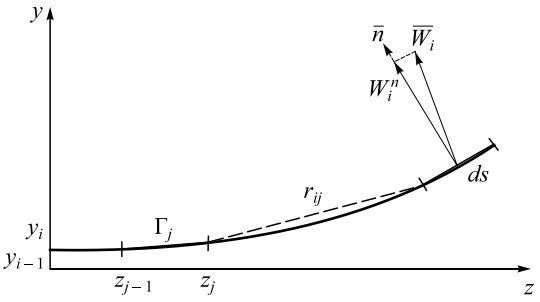

Рис. 2. Геометрия вихревого следа в плоскости Трефтца. Координата контрольной точки i определяется как $Z_i = (z_i + z_{i-1})/2$.

В представленной работе используется широко известный численный метод, основанный на замене вихревой системы крыла дискретными П-образными вихрями (рис. 1), который отличается простотой и устойчивостью.

В общем случае рассматриваются несущие системы произвольной формы в плоскости Трефтца (рис. 2).

С учетом симметрии относительно вертикальной плоскости XOY коэффициент индуктивного сопротивления можно записать в следующем дискретном виде [9]:

$$c_{x_\text{i}} = \frac{2}{SV_\infty^2}\int_0^s \Gamma(s) W_\text{n}(s)\, ds = \frac{2}{SV_\infty^2}\sum_{i=1}^{\text{n}} \Gamma_i W_i^\text{n} \Delta s_i, \tag{1}$$

где s — контур вихревого следа в плоскости Трефтца, S — площадь крыла, V_∞ — скорость набегающего потока, W_i^n — нормальная к поверхности вихревой пелены составляющая скорости, индуцируемая свободными вихрями в плоскости Трефтца на i-ом элементе пелены. Эту скорость можно записать в дискретном виде: $W_i^\text{n} = \sum_{j=1}^{n} B_{ij}\Gamma_j$, где B_{ij} — коэффициенты аэродинамического влияния. С учетом последнего равенства уравнение (1) можно переписать в виде:

$$c_{x_\text{i}} = \frac{4}{S}\sum_{i=1}^{n} \Gamma_i \Delta s_i \cdot \sum_{j=1}^{n} B_{ij}\Gamma_j. \tag{2}$$

Подъемная сила и её коэффициент в задачах оптимизации будут определяться по формулам:

$$Y_\text{a} = 2\rho_\infty V_\infty \sum_{i=1}^{n} \Gamma_i \Delta z_i, \quad c_{y_\text{a}} = \frac{4}{SV_\infty}\sum_{i=1}^{n} \Gamma_i \Delta z_i. \tag{3}$$

Плотность и скорость набегающего потока принимались в виде безразмерных величин, равных $\rho_\infty = 1$ и $V_\infty = 1$ соответственно.

Описание разработанного метода

На основе приведенного выше способа дискретизации вихревой системы был разработан метод оптимизации концевых крылышек и законцовок при сохранении геометрии базового крыла, обеспечивающий минимальное индуктивное сопротивление. Рассмотрим постановку задачи оптимизации в этом случае.

Геометрические и аэродинамические параметры несущей системы разделяются на два массива: для базового крыла — это параметры z_k, y_k, Γ_k, где k изменяется от 1 до m, а для концевого крылышка или другого аналогичного элемента крыла — это параметры z_i, y_i, Γ_i, где i варьируется от 1 до n. Используя представленные ранее уравнения (2) и (3), распишем общие коэффициенты c_{y_a} и c_{x_i} на соответствующие компоненты для крыла и крылышка:

$$c_{y_\text{a}} = \frac{4}{S}\sum_{I=1}^{N} \Gamma_I \Delta z_I = \frac{4}{S}\left(\sum_{k=1}^{m} \Gamma_k \Delta z_k + \sum_{i=1}^{n} \Gamma_i \Delta z_i\right),$$

$$c_{x_{\text{i}}} = -\frac{4}{S}\sum_{I=1}^{N}\Gamma_I \Delta s_I \cdot \sum_{J=1}^{N} B_{IJ}\Gamma_J,$$

где $N = m + n$ — общее число полос (П-образных вихрей) на несущей системе, m и n — число полос на крыле и концевых аэродинамических поверхностях (КАП) соответственно.

Запишем общий $c_{x_{\text{i}}}$ в виде суммы коэффициентов индуктивного сопротивления:

$$c_{x_{\text{i}}} = c_{x_{\text{i}1}} + c_{x_{\text{i}2}} + c_{x_{\text{i}3}} + c_{x_{\text{i}4}},$$

где $c_{x_{\text{i}1}} = -\frac{4}{S}\sum_{k=1}^{m}\Gamma_k \Delta s_k \cdot \sum_{l=1}^{m} B_{kl}\Gamma_l$ — коэффициент индуктивного сопротивления на крыле от скосов крыла, $c_{x_{\text{i}2}} = -\frac{4}{S}\sum_{k=1}^{m}\Gamma_k \Delta s_k \cdot \sum_{j=1}^{n} B_{kj}\Gamma_j$ — коэффициент индуктивного сопротивления на крыле от скосов крылышка, $c_{x_{\text{i}3}} = -\frac{4}{S}\sum_{i=1}^{n}\Gamma_i \Delta s_i \cdot \sum_{l=1}^{m} B_{il}\Gamma_l$ — коэффициент индуктивного сопротивления на крылышке от скосов крыла, $c_{x_{\text{i}4}} = -\frac{4}{S}\sum_{i=1}^{n}\Gamma_i \Delta s_i \cdot \sum_{j=1}^{n} B_{ij}\Gamma_j$ — коэффициент индуктивного сопротивления на крылышке от скосов крылышка.

Неаэродинамическое условие неизменности геометрии базового крыла никак не увязывается с пеленой свободных вихрей, интенсивность которых определяет индуктивное сопротивление. Поэтому условие неизменности геометрии базового крыла заменяется в расчетах (в рамках каждого цикла оптимизации) на условие сохранения характера аэродинамической нагрузки по размаху.

Геометрия концевого крылышка на начальном этапе задается дизайнером-конструктором. Записав $\delta\alpha$ как компенсирующее изменение угла атаки крыла в процессе оптимизации концевого устройства для поддержания заданного коэффициента $c_{y\text{а задан}}$, а $\delta\Gamma_i$ — как вариацию циркуляции Γ_i на крылышке, можно представить выражение для циркуляции несущей системы в следующем виде:

$$\Gamma_k = \Gamma_k^0 + \frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}\delta\alpha. \tag{5}$$

На крылышке распределение нагрузки записывается как

$$\Gamma_i = \Gamma_i^0 + \frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}\delta\alpha + \delta\Gamma_i. \tag{6}$$

При этом производные $\partial\Gamma_k/\partial\alpha$ и $\partial\Gamma_i/\partial\alpha$, как и исходные циркуляции Γ_k^0 и Γ_i^0, будут получены с использованием программы прямого аэродинамического расчета [10]. Эта программа базируется на панельном методе Морино и предназначена для расчета обтекания сложных аэродинамических компоновок с пространственными граничными условиями.

Далее, как и в работе [9], в качестве простого и быстродействующего численного метода отыскания минимума индуктивного сопротивления при заданном $c_{y\text{а}}$ использовался метод неопределённых множителей Лагранжа, который заключается в поиске условного экстремума линейной функции с заданными ограничениями. С учетом неизменности коэффициента $c_{y\text{а}}$ можно записать функционал Лагранжа в виде

$$\Phi\left(\delta\Gamma_i, \delta\alpha\right) = c_{x_{\text{i}}} + \frac{4\kappa}{S}\left[\left(\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}\Delta z_k + \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}\Delta z_i\right)\delta\alpha + \sum_{i=1}^{n}\delta\Gamma_i\,\Delta z_i\right].$$

Теперь, чтобы сформировать систему линейных уравнений, необходимо не только вычислить частные производные функционала по $\delta\Gamma_i$ и κ (где κ — неопределенный множитель Лагранжа), но и производную по изменению угла атаки $\delta\alpha$:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial(\delta\Gamma_i)}=0,\ \text{где } i=1,\ \ldots,\ n \text{ (содержит } n \text{ уравнений)},$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial(\delta\alpha)}=0\ \text{(содержит 1 уравнение)},$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\kappa}=0\ \text{(содержит 1 уравнение)}.$$

Распишем подробнее частные производные:

— производные по $\delta\Gamma_i$:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial(\delta\Gamma_i)}=-\frac{4}{S}\left[\left(\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\Delta s_i+\sum_{j=1}^{n}B_{ji}\Delta s_j\right)\delta\Gamma_j+\left(\sum_{k=1}^{m}B_{ki}\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}\Delta s_k+\sum_{l=1}^{m}B_{il}\frac{\partial\Gamma_l}{\partial\alpha}\Delta s_i+\right.\right.$$
$$+\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\frac{\partial\Gamma_j}{\partial\alpha}\Delta s_i+\sum_{j=1}^{n}B_{ji}\frac{\partial\Gamma_j}{\partial\alpha}\Delta s_j\Bigg)+\left(\sum_{k=1}^{m}B_{ki}\Gamma_k^0\Delta s_k+\sum_{l=1}^{m}B_{il}\Gamma_l^0\Delta s_i+\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\Gamma_j^0\Delta s_i+\right.$$
$$\left.\left.+\sum_{j=1}^{n}B_{ji}\Gamma_j^0\Delta s_j\right)\right]+\frac{4}{S}\Delta z_i\kappa=0;$$

— производная по $\delta\alpha$:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial(\delta\alpha)}=-\frac{4}{S}\left[\left(2\sum_{k=1}^{m}\sum_{l=1}^{m}\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}B_{kl}\frac{\partial\Gamma_l}{\partial\alpha}\Delta s_k+2\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}B_{kj}\frac{\partial\Gamma_j}{\partial\alpha}\Delta s_k+\right.\right.$$
$$\left.+2\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}\Delta s_i\sum_{l=1}^{m}B_{il}\frac{\partial\Gamma_l}{\partial\alpha}+2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}B_{ij}\frac{\partial\Gamma_j}{\partial\alpha}\Delta s_i\right)\partial\alpha+\left(\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}\Delta s_k\sum_{j=1}^{n}B_{kj}+\right.$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\Delta s_i\sum_{l=1}^{m}B_{il}\frac{\partial\Gamma_l}{\partial\alpha}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}B_{ij}\Delta s_i+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}B_{ji}\frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}\Delta s_j\Bigg)\delta\Gamma_j+\left(\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}\Delta s_k\sum_{l=1}^{m}B_{kl}\Gamma_l^0+\right.$$
$$+\sum_{l=1}^{m}\frac{\partial\Gamma_l}{\partial\alpha}B_{kl}\sum_{k=1}^{m}\Gamma_k^0\Delta s_k+\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}\Delta s_k\sum_{j=1}^{n}B_{kj}\Gamma_j^0+\sum_{k=1}^{m}\Gamma_k^0\Delta s_k\sum_{j=1}^{n}B_{kj}\frac{\partial\Gamma_j}{\partial\alpha}+$$
$$\left.\left.+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}\Delta s_i\sum_{l=1}^{m}B_{il}\Gamma_l^0+\sum_{i=1}^{n}\Gamma_i^0\Delta s_i\sum_{l=1}^{m}B_{il}\frac{\partial\Gamma_l}{\partial\alpha}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}\Delta s_i\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\Gamma_j^0+\sum_{i=1}^{n}\Gamma_i^0\Delta s_i\sum_{j=1}^{n}B_{ij}\frac{\partial\Gamma_j}{\partial\alpha}\right)\right]+$$
$$+\frac{4}{S}\kappa\left(\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}\Delta z_k+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}\Delta z_i\right)=0;$$

— производная по κ:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\kappa}=\frac{4}{S}\left(\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial\Gamma_k}{\partial\alpha}\Delta z_k+\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\Gamma_i}{\partial\alpha}\Delta z_i\right)\delta\alpha+\frac{4}{S}\sum_{i=1}^{n}\delta\Gamma_i\,\Delta z_i=0.$$

При решении этой системы линейных алгебраических уравнений будут найдены n вариаций $\delta\Gamma_i$ по размаху концевого крылышка и величина изменения угла атаки $\delta\alpha$ несущей

системы. После проведения коррекции исходных распределений циркуляции на крылышке и угла атаки (5), (6) будет получено распределение циркуляции по размаху несущей системы, приближенное к оптимальному для заданного этапа оптимизации.

Геометрия концевого крылышка (а именно, его крутка) корректируется с помощью программы расчета обтекания [10] для приближения к полученному в расчете распределению Г по размаху крылышка. Итерации повторяются до достижения необходимой сходимости.

Примеры расчета

В качестве примера рассмотрим трапециевидное базовое крыло с удлинением $\lambda = 9{,}1$, сформированное набором профилей NACA-0012, и концевую аэродинамическую поверхность с двумя исходными вариантами крутки концевого сечения $\varphi_к = 10°$ и $-10°$ (рис. 3). Плановая проекция такого крыла характерна для самолетов местных воздушных линий. С развернутым в горизонтальную плоскость концевым устройством крыло имеет удлинение $\lambda = 13{,}43$. Коэффициент подъемной силы при оптимизации принимается равным $c_{y_а} = 0{,}5$.

На рис. 4 приведены результаты прямого расчета и первого этапа оптимизации с исходными вариантами крутки концевых крылышек. Имеет место заметное сближение нагрузки (циркуляции $\Gamma/\Gamma_{ср}$, где $\Gamma_{ср}$ — осредненная величина циркуляции по размаху) на концевых крылышках за счет оптимизации. На базовом крыле циркуляция практически не изменяется. Результаты коррекции крутки (в соответствии с оптимизированными распределениями циркуляции) приведены в табл. 1. Для обоих вариантов имеет место заметное уменьшение коэффициента индуктивного сопротивления.

Для следующего этапа в качестве исходной компоновки используется вариант с новыми параметрами крутки концевых крылышек, полученными на выходе из предыдущего этапа (рис. 5).

Так, на 1-ом этапе, который также является исходным для 2-го этапа, было получено снижение коэффициента индуктивного сопротивления c_{x_i} на 6,0 % и 15,3 % для $\varphi_к = 10°$ и $-10°$ соответственно (см. табл. 1). Углы крутки при этом составили $\varphi_к = 5{,}27°$ и $-1{,}3°$. По результатам второго этапа оптимизации (рис. 6, табл. 1) индуктивные сопротивления

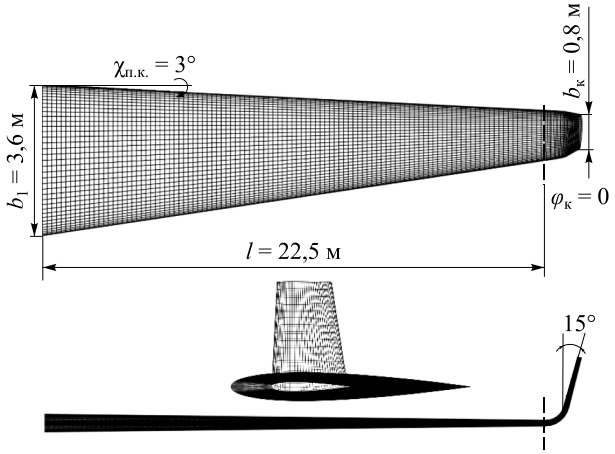

Рис. 3. Расчетная схема трапециевидного крыла с КАП.

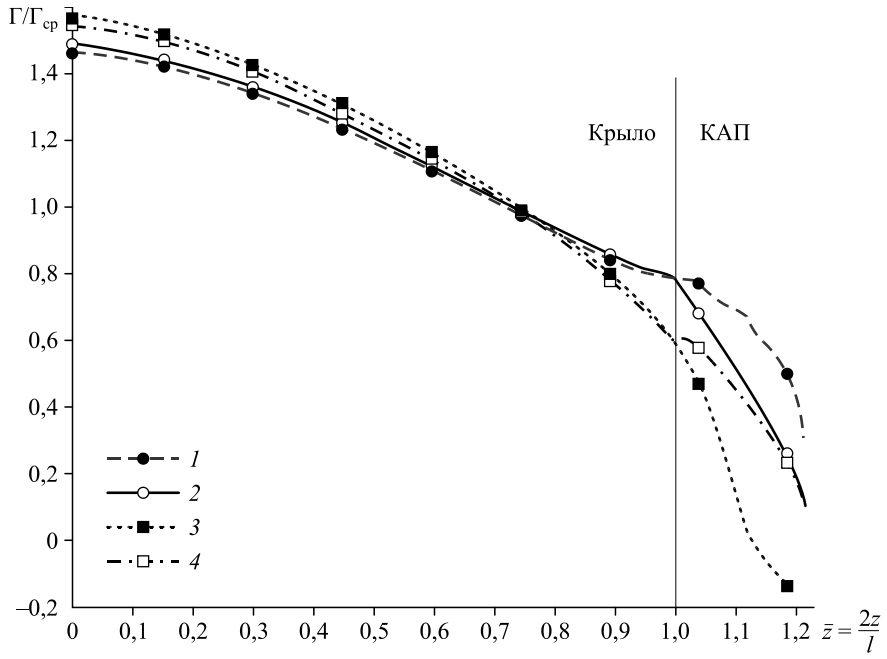

Рис. 4. Распределение циркуляции на исходном варианте трапециевидного крыла с КАП.

1 — $\Gamma_{исх}/\Gamma_{ср}$, $\varphi_к = 10°$; *2* — $\Gamma_{опт}/\Gamma_{ср}$, $\varphi_к = 10°$; *3* — $\Gamma_{исх}/\Gamma_{ср}$, $\varphi_к = -10°$; *4* — $\Gamma_{опт}/\Gamma_{ср}$, $\varphi_к = -10°$.

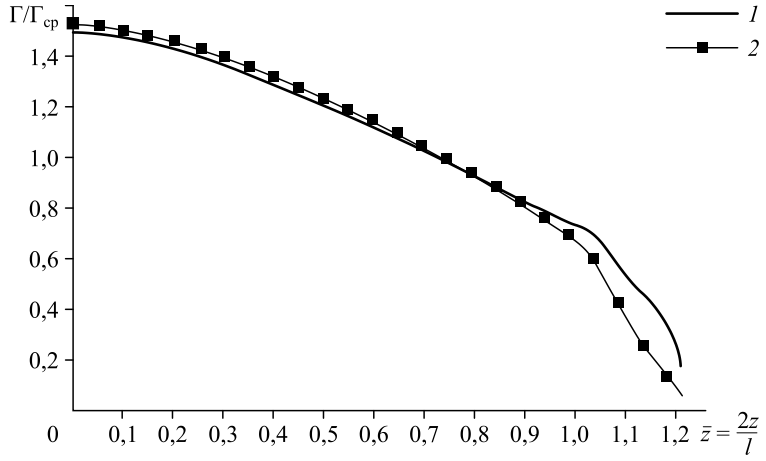

Рис. 5. Распределение циркуляции на трапециевидном крыле с КАП.

$\varphi_к = 5{,}27°$ (*1*), $-1{,}3°$ (*2*).

Таблица 1

Изменение коэффициента индуктивного сопротивления в результате аэродинамического проектирования трапециевидного крыла с КАП

Исходный вариант геометрии		Результат 1-го этапа оптимизации		Результат 2-го этапа оптимизации	
$\varphi_к = 10°$	$\varphi_к = -10°$	$\varphi_к = 5{,}27°$	$\varphi_к = -1{,}3°$	$\varphi_к = 2{,}85°$	$\varphi_к = 2{,}12°$
$c_{x_i} = 0{,}0069$	$c_{x_i} = 0{,}0077$	$c_{x_i} = 0{,}00649$	$c_{x_i} = 0{,}00652$	$c_{x_i} = 0{,}006495$	$c_{x_i} = 0{,}006498$

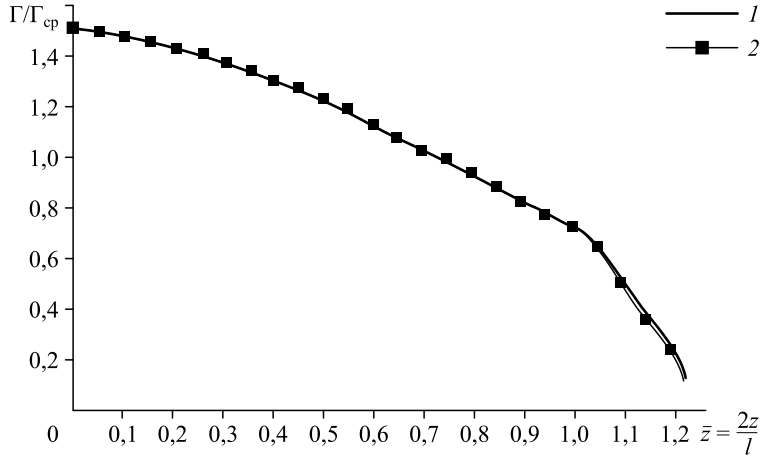

Рис. 6. Распределение циркуляции на трапециевидном крыле с КАП.
$\varphi_к$ = 2,85° (*1*), 2,12° (*2*).

практически совпадали. Это указывает на то, что проведение дальнейших этапов оптимизации нецелесообразно ввиду их малой эффективности. Получены итоговые углы крутки КАП: $\varphi_к$ = 2,85° и 2,12°.

Разница между значениями коэффициентов индуктивного сопротивления у рассмотренных исходных вариантов геометрии концевых крылышек ($\varphi_к$ = 10° и −10°) после двух этапов оптимизации не превышает 0,1 %. Этот результат достигнут при использовании лишь линейной крутки. Применение других законов крутки не представляет большой сложности.

Экспериментальная проверка результатов оптимизации концевых устройств

Испытания проводились на модели разрабатываемого в ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина» самолета-демонстратора технологий СТР-40ДТ. Расчетная схема несущей системы представлена на рис. 7. Профилировка по размаху концевого крылышка не меняется и соответствует концевому сечению базового крыла.

Рассчитывалось индуктивное сопротивление крыла без концевых крылышек, а также с концевыми крылышками с исходными углами крутки концевых сечений $\varphi_к$ = 10° и − 10°. С использованием линейного изменения крутки по размаху КАП после двух этапов оптимизации был получен оптимизированный вариант с $\varphi_к$ = − 2,6°, отличающийся от наилучшего (оптимального) варианта лишь на 0,6 % (табл. 2).

Следует обратить внимание на распределения нагрузки и коэффициента нормальной силы c_n по размаху КАП, изображенные на рис. 8. Здесь, как и в ранее рассмотренном методическом варианте, наблюдается интенсивное влияние $\varphi_к$ на распределение нагрузки по размаху КАП и в концевых сечениях крыла, а также имеется значительное отклонение от оптимального варианта.

Данные рис. 9, в отличие от данных рис. 8, напротив, отчетливо демонстрируют близость оптимизированного варианта с $\varphi_к$ = −2,6° с оптимальными распределениями циркуляции и коэффициента подъемной силы c_n.

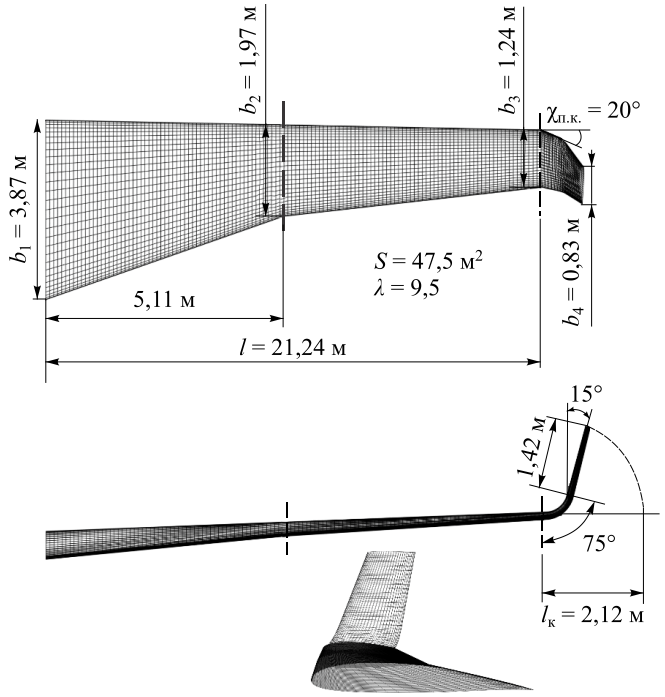

Рис. 7. Расчетная схема крыла самолёта-демонстратора перспективных технологий с концевым крылышком.
Крутка концевого крылышка $\varphi_к = -10°$, 10°.

Для сопоставления полученных результатов с экспериментальными были проведены трехкратные весовые испытания универсальной параметрической модели с тремя спроектированными и изготовленными для этого концевыми устройствами (с $\varphi_к$ = 10°, −2,6°, −10°) в аэродинамической трубе малых скоростей Т-203 СибНИА (рис. 10). Вариант с законцовкой типа ЦАГИ, использовался для моделирования несущей системы без концевого устройства.

Испытания проводились при скорости потока V_∞ = 50 м/с, что соответствует числу Рейнольдса Re = 0,9·10^6, посчитанному по средней аэродинамической хорде крыла. Так как измерить величину индуктивного сопротивления в условиях модельного эксперимента невозможно, то оценивалось изменение величины полного сопротивления несущей системы в сопоставлении с полученным расчетным результатом и делался вывод о приросте

Таблица 2

Сопоставление величин индуктивного сопротивления крыла самолета СТР-40ДТ и исследуемых вариантов КАП

Геометрии концевых крылышек	α, °	c_{y_a}	c_{x_i}	$c_{x_i} / c_{x_i\,крыла}$
Без КАП	1,02	0,6	0,0134	1,0
Крутка $\varphi_к$ = 10°	0,31		0,0118	0,881
Крутка $\varphi_к$ = −10°	0,66		0,0113	0,843
Крутка $\varphi_к$ = −2,6°	0,52		0,01077	0,804
Оптимальный вариант	0,49		0,0107	0,799

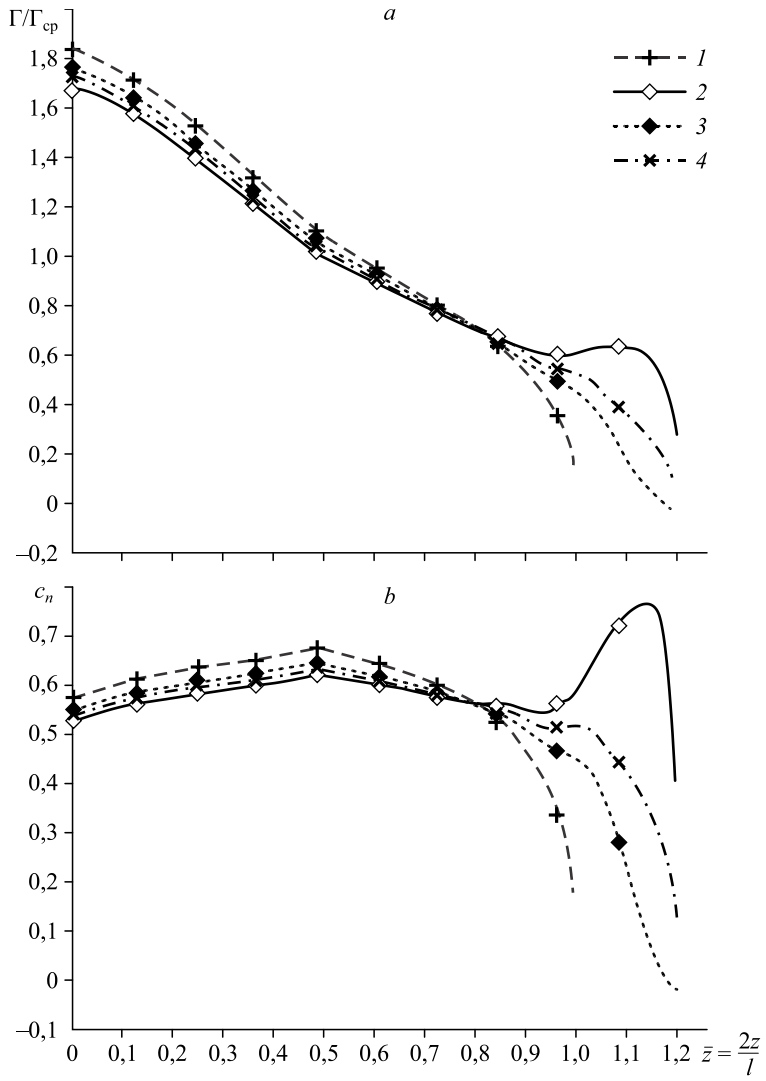

Рис. 8. Распределения циркуляции скорости (*a*)
и коэффициента нормальной силы (*b*) по размаху крыла.

a: *1* — $\Gamma_{\text{исх}}/\Gamma_{\text{ср}}$, без КАП, *2* — $\Gamma_{\text{исх}}/\Gamma_{\text{ср}}$, $\varphi_{\text{к}} = 10°$,
3 — $\Gamma_{\text{исх}}/\Gamma_{\text{ср}}$, $\varphi_{\text{к}} = -10°$, *4* — $\Gamma_{\text{опт}}/\Gamma_{\text{ср}}$;
b: *1* — $c_{\text{n}_{\text{исх}}}$, без КАП, *2* — $c_{\text{n}_{\text{исх}}}$, $\varphi_{\text{к}} = 10°$, *3* — $c_{\text{n}_{\text{исх}}}$, $\varphi_{\text{к}} = -10°$, *4* — $c_{\text{n}_{\text{опт}}}$.

максимального аэродинамического качества спроектированной оптимизированной геометрии КАП. Анализ и сопоставление проводились в предположении, что вязкие коэффициенты полного сопротивления являются неизменными и на режиме $K_{\max}$ индуктивное сопротивление составляет около 40 % полного сопротивления. Было подтверждено, что оптимизированное концевое устройство действительно демонстрирует наилучшие характеристики по сравнению с остальными рассмотренными вариантами и обеспечивает прирост $K_{\max}$ приблизительно на 8,8 % по сравнению с крылом без специального концевого устройства (рис. 11). Сравнение полученных результатов приведено в табл. 3.

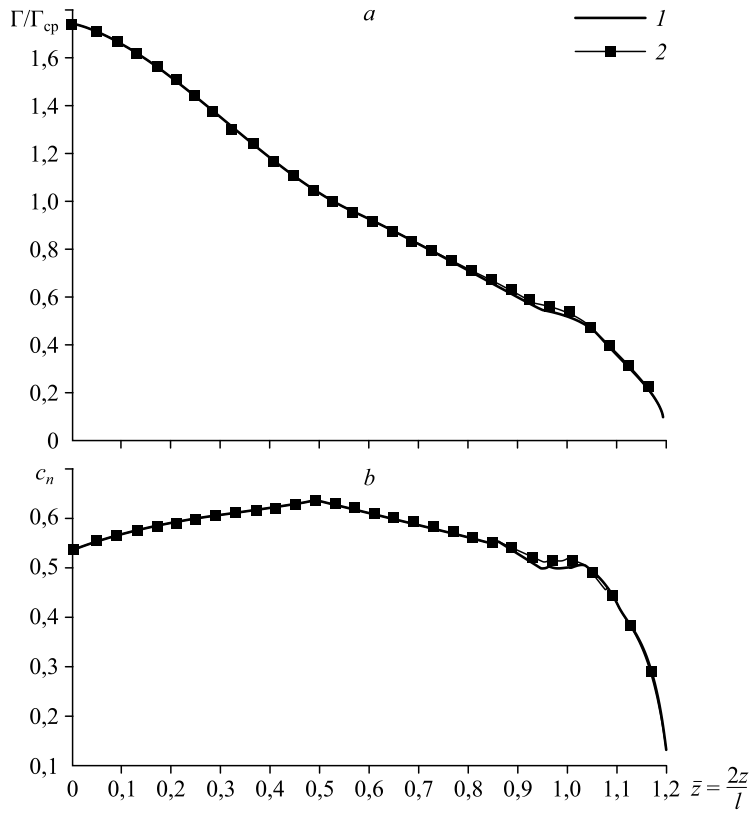

Рис. 9. Распределения циркуляции скорости (*a*) и коэффициента нормальной силы (*b*) по размаху крыла на заключительном этапе аэродинамического проектирования.

a: *1* — $\Gamma_{\text{исх}}/\Gamma_{\text{ср}}$, $\varphi_{\text{к}} = -2{,}6°$, *2* — $\Gamma_{\text{опт}}/\Gamma_{\text{ср}}$, $\varphi_{\text{к}} = -2{,}6°$; *b*: *1* — $c_{\text{n}_{\text{исх}}}$, $\varphi_{\text{к}} = -2{,}6°$, *2* — $c_{\text{n}_{\text{опт}}}$, $\varphi_{\text{к}} = -2{,}6°$.

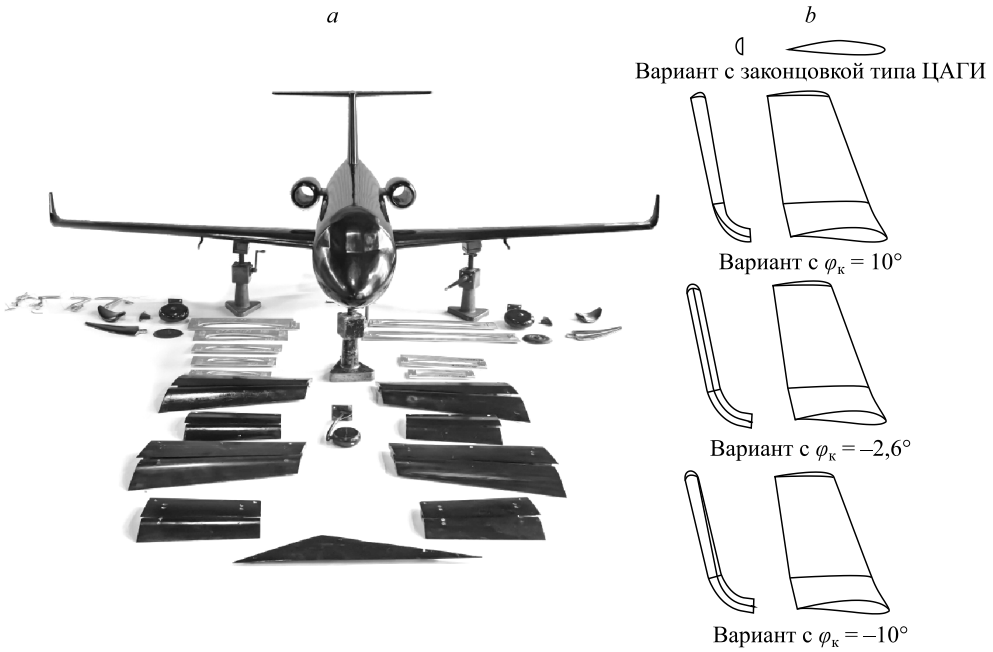

Рис. 10. Универсальная параметрическая модель самолета-демонстратора технологий на технологической плите (*a*) и рассматриваемые варианты законцовок (*b*).

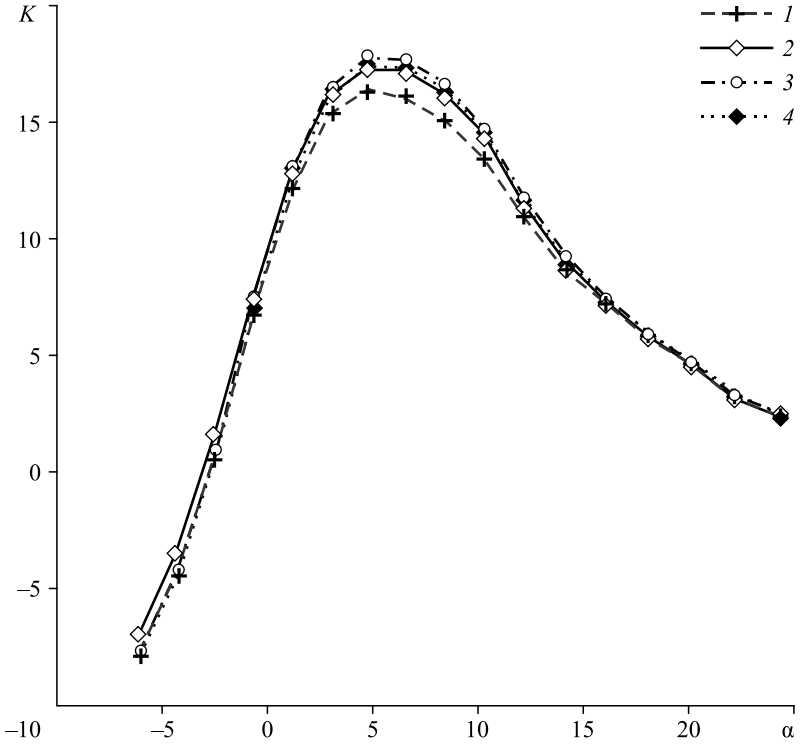

Рис. 11. Зависимость $K(\alpha)$ для различных вариантов КАП.

Расчеты для вариантов без КАП (*1*) и при $\varphi_к = 10°$ (*2*), $-2{,}6°$ (*3*), $-10°$ (*4*).

Таблица 3

Результаты расчетного и экспериментального исследований

Прирост K_{max}	$\varphi_к = 10°$	$\varphi_к = -2{,}6°$	$\varphi_к = -10°$
Расчет	5,2 %	9,6 %	7,2 %
Эксперимент	6,3 %	8,8 %	7 %

Полученные результаты позволяют использовать предлагаемый вычислительный инструмент для быстрого и эффективного проектирования концевых устройств, а при их отсутствии — концевых частей крыла.

Заключение

Следует отметить, что разработанные и проверенные метод и программа оптимизации концевых элементов сложных несущих систем позволяют быстро и эффективно сформулировать рекомендации по разработке геометрии несущей системы летательного аппарата как на первоначальном этапе проектирования, так и при модернизации уже ранее разработанных форм его несущей системы.

Необходимо подчеркнуть, что эффект оптимизации очень сильно зависит от качества исходной несущей системы с точки зрения аэродинамики, а использование некорректно спроектированных исходных КАП без предварительной оптимизации может заметно снизить эффект их применения.

При необходимости реализованный подход в представленном методе оптимизации обеспечивает возможность введения дополнительных ограничений, помимо ограничений на величину коэффициента подъемной силы и на изменение геометрии базового крыла, что дает ему дополнительную универсальность при применении.

Список литературы

1. **Prandtl L.** Applications of modern hydrodynamics to aeronautics: in 2 parts / Translated by the Staff of the National Advisory Committee for Aeronautics, 1923. Rep. No. 116. P. 157–215.
2. **Munk M.** Isoperimetrische aufgaben aus der theorie des fluges / W.Fr. Kaestner. Gottingen: Dieterichschen Universitäts–Buchdruckerei, 1919. 31 p.
3. **Munk M.** The minimum inducted drag of airfoils // U.S. NACA. Rep. No. 121. 1921. P. 95−110.
4. **Betz A.** Behavior of vortex systems // Technical Memorandum. 1933. NACA-TM-713. 32 p.
5. **Whitcomb R.T.** A design approach and selected wing tunnel results at high sub–sonic speed for wing–tip mounted winglets // NASA TN D-8260. 1976. 33 p.
6. **Павленко А.А.** Метод расчета минимального индуктивного сопротивления пространственных несущих систем // Учен. записки ЦАГИ. 1997. Т. XXYIII, № 2. С. 56−61.
7. **Захаров А.Г., Кудрявцев О.В.** Определение минимального индуктивного сопротивления сложных несущих конфигураций с использованием методов оптимизации распределения циркуляции в плоскости Трефтца // Тр. ЦАГИ. 2014. Вып. 2734. С. 1−31.
8. **Теперин Л.Л., Притуло Т.М., Орфинежад Ф.Э., Мьё Тхейн.** Средства снижения индуктивного сопротивления крыла самолета // Тр. МФТИ. 2017. № 4. С. 94−105.
9. **Борисова В.Г., Силантьев В.А.** Оптимизация и проектирование несущей системы дозвукового летательного аппарата с целью минимизации индуктивного сопротивления // Изв. Вузов. Авиационная техника. 2020. № 1. С. 48−55.
10. **Silantiev V.A., Ryaguzov E.A.** Aerodynamic analysis of complex aircraft configurations with engine simulation using the potential panel method // Proceedings of the Fourth Sino-Russian Symp. Aerodynamics. Chinese Aeronautical Establishment. 1995. P. 41–56.

Статья поступила в редакцию 13 сентября 2021 г.,
после доработки — 14 декабря 2021 г.,
принята к публикации 22 марта 2022 г.