

Численное моделирование эффекта усиления обратного рассеяния в неколмогоровской анизотропной среде

А.В. Фалиц[✉], В.А. Банах*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 9.06.2022 г.;
после доработки 28.07.2022 г.;
принята к печати 28.11.2022 г.

Представлен новый алгоритм расчета фактора усиления обратного рассеяния при распространении когерентного излучения на локационных трассах в анизотропной неколмогоровской турбулентной среде. При моделировании значение параметра анизотропии для крупномасштабных и мелкомасштабных неоднородностей среды в инерционном интервале турбулентности задавалось одинаковым. Показано, что с изменением наклона спектра флуктуаций показателя преломления при прочих равных условиях изменяется фактор усиления обратного рассеяния: он растет, когда спектр флуктуаций становится более низкочастотным. Для анизотропной среды двумерное распределение фактора усиления в плоскости регистрации рассеянного излучения позволяет дистанционно фиксировать ориентацию в пространстве анизотропных неоднородностей.

Ключевые слова: усиление обратного рассеяния, турбулентность, пространственно ограниченный пучок; backscatter enhancement, turbulence, spatially limited beam.

Введение

Эффект усиления обратного рассеяния в случайных средах [1–3] можно наблюдать в лидарных системах при регистрации рассеянного строго назад излучения в турбулентной атмосфере. Регистрируемая фотоприемником моностатического лидара средняя мощность рассеянного излучения превышает мощность, регистрируемую бистатическим лидаром с разнесенными в поперечной плоскости передающей и приемной апертурами [4, 5]. Эффект усиления обратного рассеяния зависит от флуктуаций показателя преломления в атмосфере и может использоваться в дистанционных методах измерения интенсивности оптической турбулентности [3–11]. При планировании экспериментов, анализе и интерпретации данных по регистрации эффекта усиления обратного рассеяния в случайных средах необходимо знать величину эффекта усиления. Обычно [4, 7–11] расчеты выполняются исходя из предположения о том, что флуктуации показателя преломления в инерционном интервале турбулентного перемешивания изотропны и подчиняются гипотезе А.Н. Колмогорова и А.М. Обухова о структурной функции флуктуаций показателя преломления [12]:

$$D_n(\rho) = C_n^2 \rho^{2/3}, \quad l_0 \ll \rho \ll L_0, \quad (1)$$

где $\rho = |\rho| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – расстояние между точками наблюдения; C_n^2 – структурная характеристика показателя преломления; l_0 и L_0 – внутренний и внешний масштабы турбулентности.

* Андрей Вячеславович Фалиц (falits@iao.ru); Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru).

Эксперименты по регистрации эффекта усиления обратного рассеяния могут проводиться в условиях, когда флуктуации показателя преломления в турбулентной атмосфере не подчиняются зависимостям (1). В этом случае записывают выражение в общем виде

$$D_n(\rho) = \beta(\rho)\rho^\gamma \quad (2)$$

и говорят о «неколмогоровской» модели атмосферной турбулентности [13, 14]. В (2) параметр $\beta(\rho)$ определяет «силу» флуктуаций показателя преломления, размерность этой величины определяется показателем степени γ [15]. Зависимость β от вектора ρ описывает анизотропию среды, в которой распространяется излучение.

В настоящей работе представлен алгоритм численного моделирования эффекта усиления обратного рассеяния когерентного излучения, распространяющегося в турбулентной среде, для которой флуктуации показателя преломления описываются выражением (2), т.е. при произвольном значении параметра γ и анизотропии среды распространения излучения.

1. Постановка задачи и инструменты моделирования эффекта усиления обратного рассеяния

Лазерный импульс с начальным распределением интенсивности $I_0(\mathbf{R}, t)$ распространяется в турбулентной атмосфере вдоль оси z декартовой системы координат (рис. 1). На расстоянии L происходит рассеяние излучения на аэрозольных частицах,

интенсивность излучения в плоскости $z = L$ равна I_1 . Излучение распространяется в обратном направлении, в начальной плоскости $z = 0$ регистрируется распределение интенсивности рассеянного излучения $I(\mathbf{R})$: $\mathbf{R} = \{x, y\}$ — вектор в плоскости $z = 0$; $\rho = \{x, y\}$ — вектор в плоскости z .

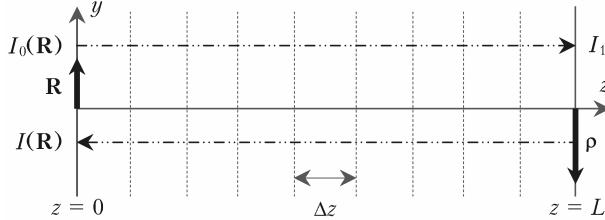


Рис. 1. Схема численного эксперимента по распространению излучения на локационной трассе

Средняя интенсивность рассеянного излучения определяется выражением [11]:

$$\langle I(\mathbf{R}) \rangle = \frac{\sigma_\pi c W}{2} \int d^2\rho \langle I_1(\rho, L) \cdot I_R(\rho, \mathbf{R}, L) \rangle, \quad (3)$$

где $I_R(\rho, \mathbf{R}, L)$ — интенсивность сферической волны рассеянного излучения в точке $\{z = 0, \mathbf{R}\}$, которая получается в результате рассеяния лазерного импульса с интенсивностью $I_1(\rho, L)$ на частице с координатой $\{z = L, \rho\}$; σ_π — коэффициент обратного аэрозольного и молекулярного рассеяния; W — энергия лазерного импульса; c — скорость света. Угловые скобки означают усреднения по ансамблю случайных реализаций.

При $\mathbf{R} = 0$ корреляция интенсивностей излучения $I_1(\rho, L)$ и $I_R(\rho, \mathbf{R}, L)$, распространяющегося в прямом и обратном направлениях, максимальна. С увеличением $|\mathbf{R}|$ корреляция убывает. На расстояниях $|\mathbf{R}| = R_{cor}$, превышающих поперечный размер пятна подсвета (поперечные размеры распределения интенсивности I_1) интенсивности $I_1(\rho, L)$ и $I_R(\rho, \mathbf{R}, L)$ становятся статистически независимы. При этом в (3) интеграл будет зависеть от произведения средних интенсивностей $\langle I_1(\rho, L) \rangle \langle I_R(\rho, \mathbf{R}, L) \rangle$ при $|\mathbf{R}| > R_{cor}$.

Корреляция $I_1(\rho, L)$ и $I_R(\rho, \mathbf{R}, L)$ при $|\mathbf{R}| < R_{cor}$ и обуславливает появление эффекта усиления обратного рассеяния когерентного излучения в случайно-неоднородной среде. Этот эффект характеризуется фактором усиления [3]:

$$N(\mathbf{R}) = \frac{\langle I(\mathbf{R}) \rangle}{\langle I(\mathbf{R}) \rangle_{|\mathbf{R}| > R_{cor}}}, \quad (4)$$

который показывает, насколько возрастает средняя интенсивность рассеянного излучения в турбулентной атмосфере.

Распределение интенсивности $I_1(\rho, L)$ можно найти с помощью численного решения параболического уравнения для комплексной амплитуды поля $U_1(\rho, L)$ ($I_1(\rho, L) = U_1(\rho, L)U_1^*(\rho, L)$) методом расщепления по физическим факторам [16–18]:

$$2ik \frac{\partial U_1(\rho, z, t)}{\partial z} + \nabla_\perp^2 U_1(\rho, z, t) +$$

$$+ 2k^2 n(\rho, z, t) U_1(\rho, z, t) = 0, \quad (5)$$

где $\nabla_\perp^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; $n(\rho, z, t)$ — флуктуации показателя преломления, t — время.

При численном решении параболического уравнения (5) методом расщепления производится расчет дифракции волны с начальным распределением комплексной амплитуды $U_0(L = 0, \mathbf{R})$ ($I_0(\mathbf{R}) = U_0(\mathbf{R})U_0^*(\mathbf{R})$), распространяющейся через бесконечно тонкие случайные фазовые экраны. Последние располагаются в середине каждого слоя, на которые разбивается трасса распространения лазерного импульса. Фазовый экран соответствует случайному набегу фазы при прохождении волны слоя атмосферной турбулентности:

$$\Psi_{sc}(\rho, z) = k \int_{z - \frac{\Delta z}{2}}^{z + \frac{\Delta z}{2}} n(\rho, z) dz. \quad (6)$$

Источник рассеянного в обратном направлении излучения является некогерентным, так как предполагается, что рассеяние происходит на аэрозольных частицах, находящихся в атмосфере. Рассеянное излучение моделируется с помощью распределения интенсивности $I_1(\rho, L)$.

Функция когерентности $\Gamma_1(\rho_1, \rho_2)$ некогерентного вторичного источника в плоскости рассеяния задается в виде

$$\Gamma_2(\rho, \rho, z) = \gamma_c^2 I_1(c, L) \delta(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(\kappa, \rho, z, t) d^2\kappa, \quad (7)$$

где $B(\kappa, \rho, z, t)$ — функция яркости; $\delta(\rho)$ — дельта-функция Дирака; γ_c — радиус когерентности рассеянного излучения, определяемый эффективным размером рассеивающих частиц, диаметр которых будет определяться длиной волны когерентного излучения; $\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ — суммарная координата; κ — пространственная частота по разностной координате $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2$. Функция яркости связана с функцией когерентности $\Gamma_2(\rho, \rho, z)$ через преобразование Фурье по разностной координате $\Delta\rho$:

$$B(\kappa, \rho, z, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\Delta\rho, \rho, z, t) \exp(-i\kappa\rho) d^2\rho, \quad (8)$$

$$\Gamma(\Delta\rho, \rho, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(\kappa, \rho, z, t) \exp(i\kappa\rho) d^2\kappa. \quad (9)$$

Из формулы (7) следует, что рассеянное излучение можно представить как суперпозицию функции яркости по всем возможным пространственным частотам κ . Распространение рассеянного излучения в обратном направлении моделируется на основе уравнения переноса для функции яркости $B(\kappa, \rho, z, t)$ [19]:

$$-\frac{\partial B(\kappa, \rho, z, t)}{\partial z} + k\kappa\nabla_\rho B(\kappa, \rho, z, t) + k\nabla_\rho n(\rho, z)\nabla_\kappa B(\kappa, \rho, z, t) = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) для функции яркости решается методом характеристик на основе уравнений, которые в угловых переменных $\kappa = k\theta$ имеют вид:

$$\frac{d\rho(z)}{dz} = \theta(z); \quad \frac{d\theta(z)}{dz} = -\nabla_R n(\rho, z). \quad (11)$$

Траектория луча яркости вдоль трассы распространения $\rho(z)$ рассчитывается с учетом случайных изменений направлений $\theta(z)$, определяемых фазовыми экранами (6), которые использовались при решении параболического уравнения.

Интенсивность рассеянного излучения $I(\mathbf{R})$ определяется интегралом

$$I(\mathbf{R}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(\theta, \rho, L) d^2\theta. \quad (12)$$

2. Моделирование фазовых экранов

Бесконечно тонкие фазовые экраны, имитирующие случайные фазовые искажения (6), которые приобретает волна при прохождении слоя неколмогоровской анизотропной турбулентности в атмосфере, моделируются согласно обобщению, представленному в [16].

Случайные флюктуации, моделируемые с помощью фазового экрана, должны описываться структурной функцией следующего вида:

$$D_\phi(\rho) = c_1(\alpha) \left(\frac{|\rho|}{\hat{r}_0} \right)^{\alpha-2}, \quad (13)$$

$$\text{где } c_1(\alpha) = 2 \left(\frac{8}{\alpha-2} \Gamma \left[\frac{2}{\alpha-2} \right] \right)^{\alpha-2};$$

$$\hat{r}_0 = (0,423k^2\beta\Delta z)^{2-\alpha} \quad (14)$$

— радиус когерентности плоской волны; α — показатель степени спектра флюктуаций показателя преломления. При $\alpha = 11/3$ в (13) значение $c_1 = 6,88$; $\hat{r}_0 = r_0 = (0,423C_n^2\kappa^{-11/3}\Delta z)^{-5/3}$ — радиус Фрида [20], а выражение (13) определяет структурную функцию фазы плоской волны, прошедшей слой длиной Δz колмогоровской изотропной турбулентности [12].

Анизотропный спектр можно определить через изотропный $\Phi_n(\kappa) = 0,033C_n^2\kappa^{-11/3}$, который можно представить для анизотропной среды как [21]:

$$\Phi_n(\kappa) = 0,033C_n^2(ab)^{11/6}(a^2\kappa_x^2 + b^2\kappa_y^2)^{-11/6} \quad (15)$$

(a и b — параметры, характеризующие анизотропию среды).

В самом общем виде для спектра с учетом внешнего и внутреннего масштабов [16]:

$$\Phi_\phi(\kappa) = c_1(\alpha)B(\alpha)(2\pi)^{2-\alpha}\hat{r}_0^{2-\alpha}(ab)^{\alpha/2} \times$$

$$\times \frac{\exp(-(2\pi)^2 f^2 / k_m^2)}{(a^2 f_x^2 + b^2 f_y^2 + 1/L_0)^{\alpha/2}}, \quad (16)$$

где частота $f = |\mathbf{f}| = \sqrt{a^2 f_x^2 + b^2 f_y^2}$ определяется через пространственную частоту с помощью соотношения для пространственных векторов $\kappa = 2\pi\mathbf{f}$, а параметр $k_m = c(\alpha)/l_0$ задается через внутренний масштаб турбулентности l_0 ; $c(\alpha) = \left(\frac{2}{3} \pi \Gamma \left[\frac{5-\alpha}{2} \right] A(\alpha) \right)^{1/(\alpha-5)}$ [16].

Выражение (16) используется для моделирования случайных фазовых экранов с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье. При моделировании фазовых экранов одной из важных характеристик является линейный размер экрана M , который определяет наибольшее значение пространственной частоты в спектре фазовых флюктуаций: $f_{\max} = \Delta f = 1/M$ [22]. Для расширения диапазона флюктуаций фазы волны без увеличения линейного размера фазового экрана используют метод субгармоник [16–18, 22]. Он позволяет моделировать пространственные флюктуации фазы, для которых период колебания больше, чем линейные размеры фазового экрана. Метод субгармоник наиболее полезен, когда спектр флюктуации фазы становится все более низкочастотным. Данный подход ограничен значением $\alpha \sim 3,9$ [16].

3. Моделирование эффекта усиления обратного рассеяния

Моделирование эффекта усиления обратного рассеяния выполнялось для следующих параметров. Длина трассы распространения в прямом направлении $L = 2$ км. Длина волны $\lambda = 0,5$ мкм, радиус гауссова пучка по спаданию интенсивности до уровня $\exp(-1)$ задавался равным 1,77 см, размер расчетной сетки 256×265 . Число разбиений трассы распространения 40. Число субгармоник при моделировании фазовых экранов $N_p = 7$. Шаг расчетной сетки 2,5 мм. При моделировании в формуле (16) внешний масштаб турбулентности $L_0 = \infty$, а внутренний — $l_0 = 0$. Внутренний и внешний масштабы турбулентности при моделировании задавались не явным образом: предполагается, что внешний масштаб много больше поперечных размеров пучка когерентного излучения и задается числом субгармоник, которые используются при моделировании фазовых экранов, а внутренний — шагом двумерной расчетной сетки. Во всех численных экспериментах эти параметры были одинаковые.

На рис. 2 и 3 представлены результаты моделирования распространения когерентного пучка в прямом направлении и расчет фактора усиления при $\alpha = 3,89$ и $a = 1$ (изотропная среда), 2, 5; параметр b в спектре (16) всегда задавался равным 1, т.е. анизотропные неоднородности показателя преломления были ориентированы относительно горизонтальной оси OX . Таким способом можно моделировать дискоидные неоднородности показателя

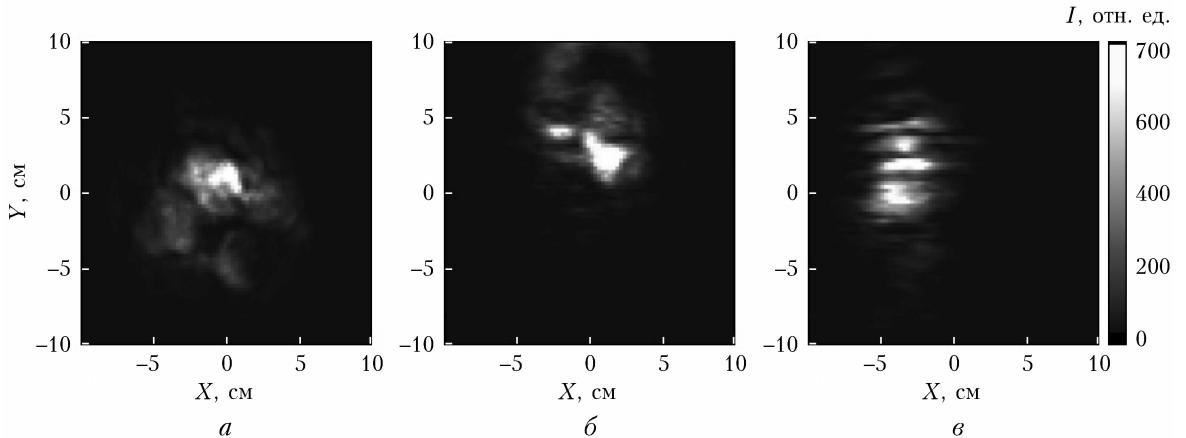


Рис. 2. Случайные распределения интенсивности пятна подсвета для $a = 1$ (изотропная среда) (а), 2 (б), 5 (в)

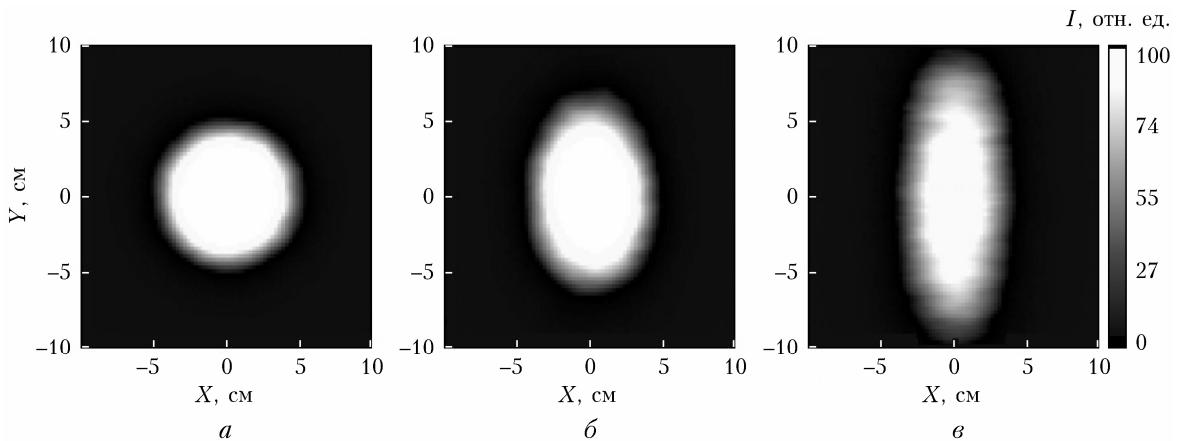


Рис. 3. Длинноэкспозиционное (среднее) распределение интенсивности пятна подсвета для $a = 1$ (изотропная среда) (а), 2 (б), 5 (в)

преломления, которые влияют на распространение когерентных пучков в стратосферной турбулентности [23].

На рис. 2 представлены случайные короткоэкспозиционные распределения интенсивности пятна подсвета, с помощью которого формируется рассеянное в обратном направлении излучение. Видно, что флуктуации интенсивности в распределении с увеличением параметра анизотропии вытягиваются в горизонтальном направлении. При этом анизотропные неоднородности показателя преломления вызывают случайные блуждания пучка как целого в вертикальном направлении [23]. При длительных экспозициях это приводит к значительному увеличению эффективных размеров пучка по вертикали (рис. 3).

На рис. 4 представлен фактор усиления $N(\mathbf{R})$ в плоскости $z = 0$ (см. рис. 1) в зависимости от параметра анизотропии среды распространения. Рис. 5 представляет фактор усиления в двух сечениях двумерного распределения $N(\mathbf{R})$, представленного на рис. 4. Из рис. 4 и 5 видно, что с ростом параметра анизотропии происходит вертикальное вытягивание области локализации фактора усиления одновременно с вертикальным увеличением среднего

распределения интенсивности пятна подсвета (см. рис. 3). Из этого факта следует важное предположение: наблюдая за характером поведения фактора усиления в турбулентной атмосфере, можно связать структурную характеристику показателя преломления с фактором усиления [10, 11], определить силу атмосферной турбулентности, ориентацию анизотропных неоднородностей среды в пространстве.

На рис. 6, а представлены результаты расчета фактора усиления $N(\mathbf{R} = 0)$ на оси распространяющегося пучка в плоскости регистрации рассеянного излучения в зависимости от значения α (3,05; 3,667 = 11/3; 3,89), которое задает вид спектра флуктуации фазы (16) распространяющегося излучения. При этом в (16) $a = 1, 2, 5$; анизотропные неоднородности ориентированы вдоль горизонтальной оси OX ($b = 1$).

Из рис. 6 следует, что при одинаковых условиях распространения когерентного излучения (при одинаковых значениях радиуса когерентности \hat{r}_0) на локационных трассах с увеличением α в (16) будет происходить увеличение фактора усиления с одновременным увеличением дисперсии флуктуации интенсивности излучения, распространяющегося в прямом направлении. Это объясняется тем, что

спектр флуктуаций показателя преломления становится все более низкочастотным, а высокочастотные флуктуации интенсивности подавляются.

Если среда распространения становится анизотропной, то дискоидные неоднородности показателя

преломления будут вызывать случайные блуждания и флуктуации кривизны фазового фронта пучков в вертикальном направлении. При длительных экспозициях это приводит к значительному увеличению эффективных размеров пучков по вертикали [23],

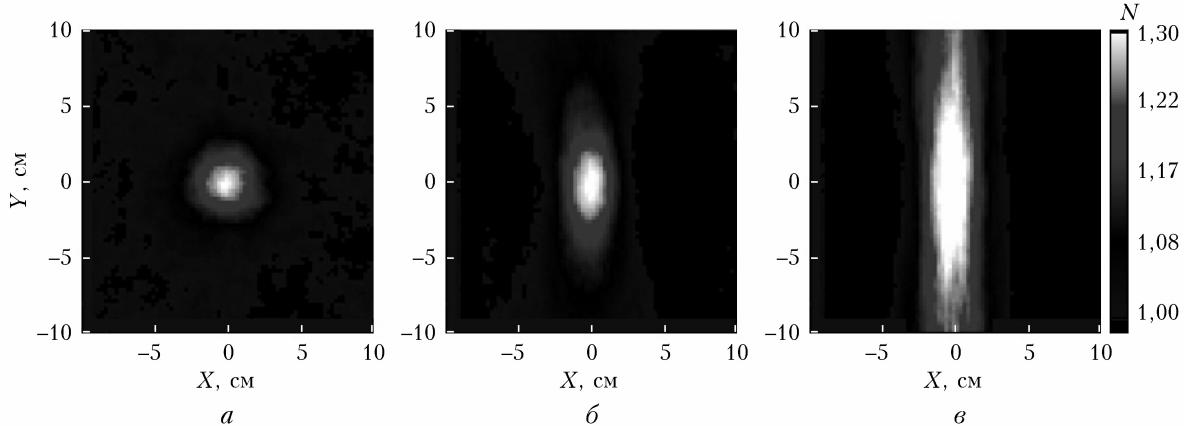


Рис. 4. Фактор усиления обратного рассеяния в плоскости регистрации рассеянного излучения для $\alpha = 1$ (изотропная среда) (a), 2 (б), 5 (в)

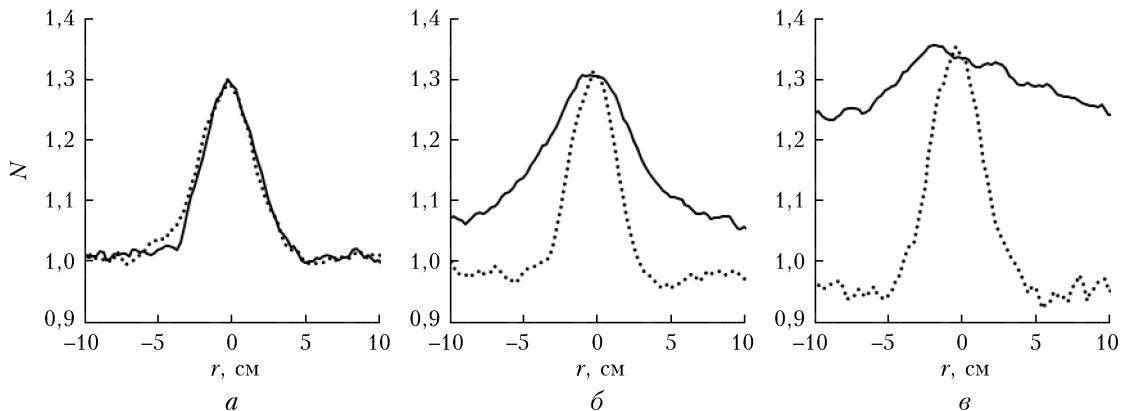


Рис. 5. Фактор усиления в двух сечениях OX и OY двумерного распределения, представленного на рис. 4, см. подпись к рис. 2

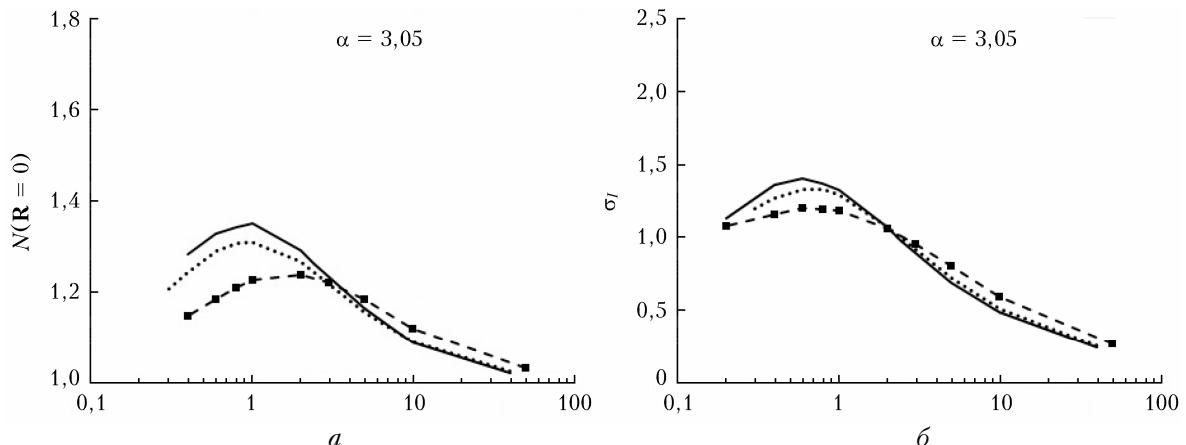
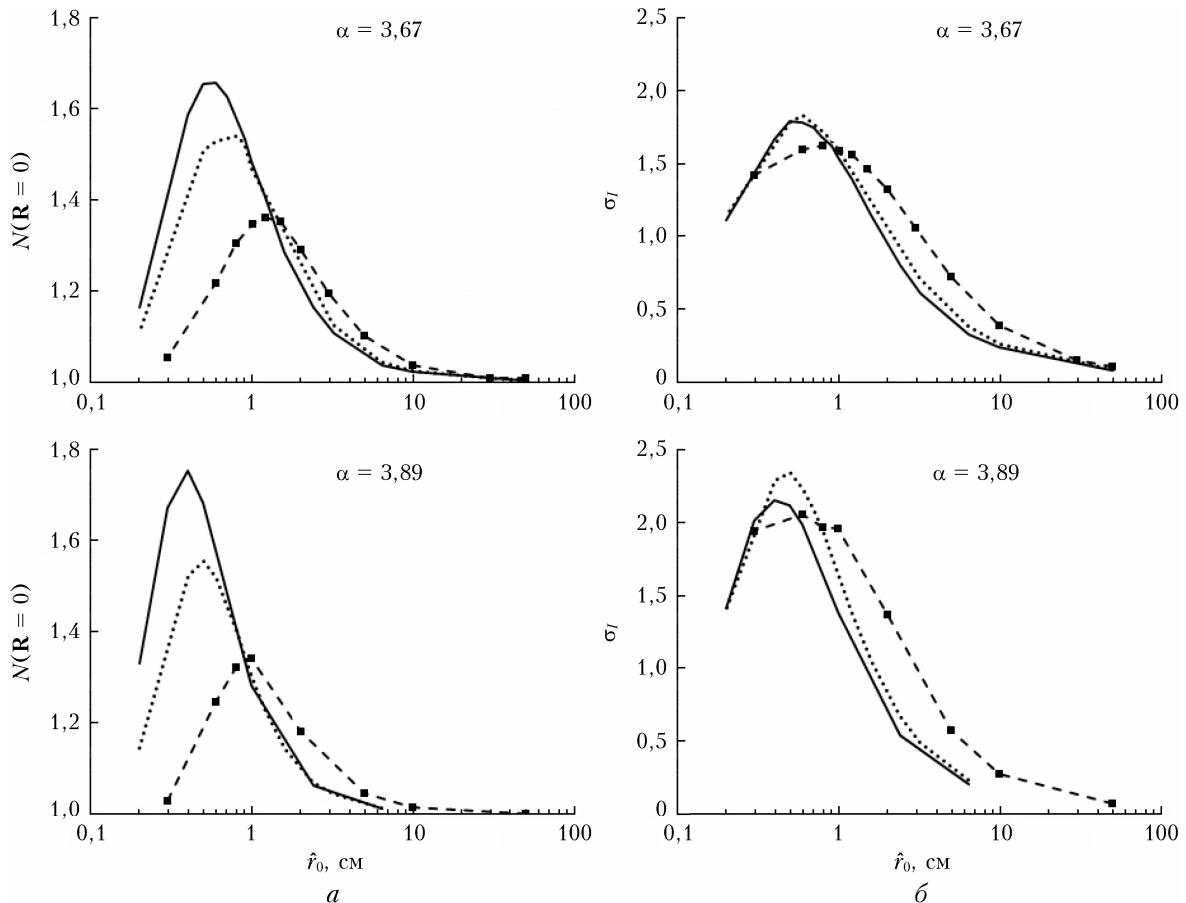


Рис. 6. Фактор усиления обратного рассеяния (а) для различных условий распространения когерентного излучения в сравнении со среднеквадратическим отклонением флуктуаций интенсивности излучения, распространяющегося в прямом направлении на расстоянии L (б): $\alpha = 1$ (сплошная кривая), 2 (штриховая кривая), 5 (точечная кривая) (окончание см. на с. 24)



Окончание рис. 6 (начало см. на с. 23)

эффект усиления обратного рассеяния «размазывается» по пространству и фактор усиления значительно уменьшается с ростом параметра анизотропии среды распространения (см. рис. 6).

Заключение

С помощью представленного алгоритма численного моделирования распространения когерентного излучения на локационной трассе длиной $L = 2$ км проанализирован эффект усиления обратного рассеяния в неколмогоровской анизотропной турбулентной атмосфере.

Установлено, что при одинаковых условиях распространения в изотропной турбулентной среде, для которой показатель степени спектра флюктуаций α изменяется от 3,05 до 3,89, максимальное значение фактора усиления обратного рассеяния $N(\mathbf{R} = 0)$ увеличивается примерно в 1,3 раза. При этом в анизотропной турбулентной среде с увеличением анизотропии происходит уменьшение фактора усиления обратного рассеяния и зависимость $N(\mathbf{R} = 0)$ от α становится менее выраженной.

Из характера двумерного распределения фактора усиления обратного рассеяния следует, что с помощью эффекта усиления обратного рассеяния можно определять ориентацию в пространстве анизотропных неоднородностей показателя преломления.

Список литературы

1. Vinogradov A.G., Kravtsov Yu.A., Tatarskii V.I. The effect of intensification of back scattering by bodies that are situated in a medium having random inhomogeneities // Radiophys. Quantum Electron. 1973. V. 16. P. 818–823.
2. Кравцов Ю.А., Саичев А.И. Эффекты двукратного прохождения волн в случайно-неоднородных средах // Успехи физ. наук. 1982. Т. 137, № 3. С. 501–527.
3. Banakh V.A., Mironov V.L. Lidar in a turbulent atmosphere. Boston; London: Artech House, 1987. 774 p.
4. Banakh V.A., Razenkov I.A., Smalikho I.N. Laser echo signal amplification in a turbulent atmosphere // Appl. Opt. 2015. V. 54, N 24. P. 7301–7307.
5. Banakh V.A., Razenkov I.A. Refractive turbulence strength estimation based on the laser echo signal amplification effect // Opt. Lett. 2016. V. 41, N 19. P. 4429–4432.
6. Vorob'ev V.V. On the applicability of asymptotic formulas of retrieving “optical” turbulence parameters from pulse lidar sounding data: I – Equations // Atmos. Ocean. Opt. 2017. V. 30, N 2. P. 156–161.
7. Vorob'ev V.V. On the applicability of asymptotic formulas of retrieving “optical” turbulence parameters from pulse lidar sounding data: II – Results of numerical simulation // Atmos. Ocean. Opt. 2017. V. 30, N 2. P. 162–168.
8. Banakh V.A. Enhancement of the laser return mean power at the strong optical scintillation regime in a turbulent atmosphere // Atmos. Ocean. Opt. 2013. V. 26, N 2. P. 90–95.

9. Smalikho I.N. Calculation of the backscatter amplification coefficient of laser radiation propagating in a turbulent atmosphere using numerical simulation // Atmos. Ocean. Opt. 2013. V. 26, N 2. P. 135–139.
10. Banakh V.A., Falits A.V. Amplification of a coherent lidar echo signal in a turbulent atmosphere // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2018. V. 219. P. 248–254.
11. Banakh V.A., Falits A.V. Amplification of laser echo signal in a turbulent atmosphere // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2019. V. 237. P. 106616.
12. Tatarskii V.I. Wave Propagation in Turbulent Medium. Vol. 1. McGraw-Hill, 1961. 472 p.
13. Belen'kii M.S., Karis S.J., Osmon C.L., Brown II J.M., Fugate R.Q. Experimental evidence of the effects of non-Kolmogorov turbulence and anisotropy of turbulence // Proc. SPIE. 1999. V. 3749. P. 50–51.
14. Gladysz S., Stein K., Sucher E., Sprung D. Measuring non-Kolmogorov turbulence // Proc. SPIE. 2013. V. 8890. P.889013.
15. Charnotskii M. Sparse spectrum model for a turbulent phase // J. Opt. Soc. Am. A. 2013. V. 30, N 3. P. 479–488.
16. Bos J.P., Roggemann M.C., Rao Gudimetla V.S. Anisotropic non-Kolmogorov turbulence phase screens with variable orientation // Appl. Opt. 2015. V. 54, N 8. P. 2039–2045.
17. Schmidt J.D. Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB // SPIE. 2010. DOI: 10.1117/3.866274.
18. Frehlich R. Simulation of laser propagation in a turbulent atmosphere // Appl. Opt. 2000. V. 39, N 3. P. 393–397.
19. Vorontsov M.A., Kolosov V.V. Target-in-the-loop beam control: Basic considerations for analysis and wave-front sensing // J. Opt. Soc. Am. A. 2005. V. 22, N 1. P. 126–141.
20. Fried D.L. Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposures // J. Opt. Soc. Am. 1966. V. 56, N 10. P. 1372–1379.
21. Wheelon A.D. Electromagnetic scintillation. Cambridge: Cambridge University, 2003. 455 p.
22. Lane R., Glindemann A., Dainty J. Simulation of a Kolmogorov phase screen // Waves Random Media. 2006. V. 2. P. 209–224.
23. Банах В.А., Смалихо И.Н. Распространение лазерного пучка в стратосфере // Оптика атмосф. и океана. 1994. Т. 7, № 10. С. 1357–1370.

A.V. Falits, V.A. Banakh. Numerical simulation of backscatter enhancement effect in a non-Kolmogorov anisotropic turbulent medium.

The paper presents a tool for numerical simulation of the backscatter enhancement effect associated with double-pass propagation of laser radiation passing through an anisotropic non-Kolmogorov turbulence. It is shown that for variety of power-law exponents of refractive-index fluctuations, all other conditions being equal, the value of the enhancement factor also changes: it increases when the fluctuation spectrum becomes more and more low-frequency. For the anisotropic medium, the two-dimensional distribution of the enhancement factor allows remotely determining the spatial orientation of anisotropic inhomogeneities in a randomly inhomogeneous medium.