

**ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ
ДЛЯ ЗАДАЧ ГЕОНАВИГАЦИИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН**

Е.В. Онегова¹, М.И. Эпов^{1,2}

¹ Компания «Бейкер Хьюз», Российский научный центр, 630090, Новосибирск, ул. Кутателадзе, 4а, Россия

² Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3, Россия

Рассматривается численное моделирование процесса установления электромагнитного поля. Источником является катушка индуктивности. Рассматривается ситуация, когда каротажный прибор находится в горизонтальной скважине в среде с горизонтальными и вертикальными границами. Эта задача имеет следующие особенности: металлический корпус прибора, трехмерная среда, удаленные границы. Предложен метод моделирования, который раздельно вычисляет нормальное и аномальное поля. Для аппроксимации поля по пространству используется метод конечных элементов, для аппроксимации по времени — неявная разностная схема. Показаны корректность и преимущества разработанного метода, приведены численные примеры. Предложенный метод может использоваться при проектировании приборов для геонавигации.

Геонавигация, метод переходных процессов, метод конечных элементов.

**3D SIMULATION OF TRANSIENT ELECTROMAGNETIC FIELD
FOR GEOSTEERING HORIZONTAL WELLS**

E.V. Onegova and M.I. Epov

The article discusses numerical simulation of the transient electromagnetic field. The field source is an induction coil. We consider the situation when a logging tool is in a horizontal well in a medium with horizontal and vertical boundaries. The specific features of this problem are the metallic mandrel of the tool, 3D geometry, and distant boundaries. The method of separate computation of normal and anomalous fields is proposed. The finite-element method is used for spatial approximation of the field, and the implicit finite-difference scheme is used for the approximation of the field in time. The correctness and advantages of the method are shown. Some numerical results are demonstrated. The method proposed can be used when designing tools for geosteering.

Geosteering, transient electromagnetic method, finite-element method

ВВЕДЕНИЕ

Нарастающие объемы бурения наклонных и горизонтальных скважин сделали актуальной задачу их навигации. Она заключается в корректировке траектории скважины на основе анализа измерений в процессе бурения. Цель геонавигации: оптимизация траектории скважины для достижения ее максимальной продуктивности. При проводке наклонных и горизонтальных скважин важно как можно раньше определять расстояния как до кровли и подошвы коллектора, так и до его внутренних границ (водоносной и газонесущей контактные, глинистые прослои). Это позволяет своевременно изменять направление буровой колонны и, в частности, предотвращать вскрытие водоносной части пласта или его газовой шапки. Решение этой задачи тем более эффективно, чем более глубинными являются зондирования в процессе бурения.

Известно, что в методе переходных процессов (МПП) с увеличением времени регистрации сигнала возрастает чувствительность к более удаленным участкам среды, а влияние близкорасположенных объектов уменьшается. Основным ограничением для применения МПП в процессе бурения является наличие высокопроводящей буровой трубы, поскольку сигнал от нее может на несколько порядков превосходить отклик от среды.

Первые работы по индукционному каротажу методом переходных процессов появились в 70-х годах прошлого века [Плюснин, Вильге, 1969; Кауфман, Соколов, 1972]. В них рассматривался сигнал от вертикального магнитного диполя в однородной среде [Плюснин, Вильге, 1969], на оси скважины и в пластах ограниченной мощности [Кауфман, Соколов, 1972]. В работе [Anderson, Chew, 1989] предложено численное моделирование измерений скважинного прибора с изолирующим корпусом в осесимметричной среде. Ряд работ посвящен скважинной дефектоскопии на основе МПП [Сидоров, 1996; Потапов, Кнеллер, 2000; Эпов и др., 2002]. В этом случае среда адекватно описывается двумерной моделью, при этом в вычислениях необходимо учитывать как электропроводность, так и магнитную проницаемость обсадной колонны.

В работе предложены численные схемы для моделирования ситуации, характерной для геонавигации. С помощью метода конечных элементов моделируется нестационарное электрическое поле в среде с горизонтальной скважиной, горизонтальными слоями и вертикальной границей с учетом электромагнитных свойств буровой трубы (рис. 1).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Уравнение, описывающее нестационарное электрическое поле, если влиянием токов смещения можно пренебречь, имеет следующий вид:

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot}\mathbf{E}\right) + \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}, \quad (1)$$

где \mathbf{E} — вектор напряженности электрического поля, μ — магнитная проницаемость, σ — удельная электрическая проводимость, t — время, \mathbf{J} — плотность стороннего тока.

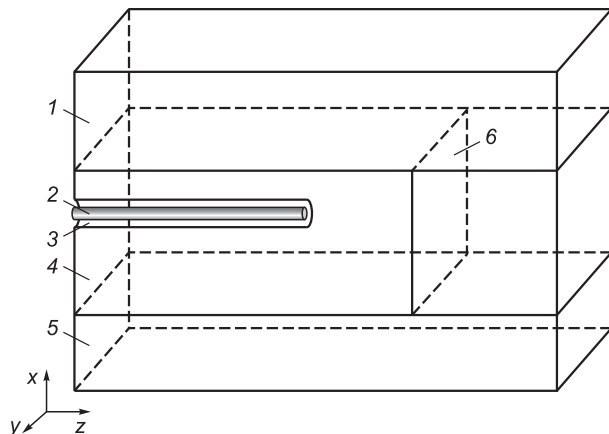
Направим ось z декартовой системы координат вдоль скважины (см. рис. 1). Поскольку источником является соосная с трубой катушка, то плотность стороннего тока \mathbf{J} будет иметь только одну ненулевую компоненту — J_φ . Изменение плотности стороннего тока во времени описывается функцией Хевисайда.

В соответствии с законом индукции Фарадея вихревые токи в среде после включения тока в источнике сосредоточены вблизи него. Затем в процессе эволюции они начинают диффундировать в среду. Пока эти токи не достигли горизонтальных границ, электрическое поле остается осесимметричным как в катушке и имеет только одну ненулевую компоненту — E_φ . Воспользуемся этим фактом и на ранних временах будем решать двумерную задачу в цилиндрических (r, z) -координатах вместо трехмерной.

Наличие металлической трубы вблизи источника и удаленных границ, влияние которых проявляется на сравнительно поздних временах, усложняют задачу в вычислительном плане. Поскольку сигнал от токов в трубе преобладает в общем сигнале, разделим полное поле на нормальное поле от трубы в осесимметричной области $\mathbf{E}_0 = (0, E_\varphi(r, z), 0)^T$ и аномальное поле от остальной среды \mathbf{E}_+ [Табаровский, Соколов, 1982; Онегова, 2010]. Будем вычислять их отдельно. Тогда подробные сетки потребуются только в двумерной задаче, и за счет этого возможно существенно сократить время счета. Отметим, что среда, соответствующая нормальному полю, может содержать любые осесимметричные объекты, в том числе элементы прибора.

Уравнение для нормального поля \mathbf{E}_0 имеет вид

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot}\mathbf{E}_0\right) + \sigma_0 \frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial t} = -\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}, \quad (2)$$



где σ_0 — удельная электрическая проводимость осесимметричной среды, т.е. σ_0 отличается от σ только в тех частях расчетной области, которые не являются осесимметричными. Например, для модели, изображенной на рис. 1, σ_0 отличается от σ в верхнем и нижнем горизонтальных слоях и в вертикальном прослое, поскольку электропроводность σ_0

Рис. 1. Модель среды.

1 — крышка коллектора, 2 — буровая труба, на которой расположены генераторная и приемная катушки, 3 — скважина, 4 — коллектор, 5 — подстилающая среда, 6 — вертикальная граница.

совпадает с таковой для среднего слоя. В этом случае нормальное поле — это поле от трубы в скважине в однородной среде.

Вычитая уравнение (2) из уравнения (1), получаем уравнение для аномального поля \mathbf{E}_+

$$\operatorname{rot}\left(\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{E}_+\right)+\sigma\frac{\partial\mathbf{E}_+}{\partial t}=(\sigma_0-\sigma)\frac{\partial\mathbf{E}_0}{\partial t}. \quad (3)$$

Таким образом, вычислительный процесс заключается в следующем:

- 1) с нулевого до некоторого t_0 момента времени решается осесимметричная задача;
- 2) начиная с времени t_0 , на каждом временном слое решается осесимметричная и трехмерная задачи.

В обеих задачах задаются однородные начальные условия

$$\mathbf{E}_0|_{t=0}=\mathbf{0}, \quad (4)$$

$$\mathbf{E}_+|_{t=t_0}=\mathbf{0}. \quad (5)$$

В качестве краевых используются приближенные однородные условия Дирихле

$$\mathbf{E}_0\times\mathbf{n}|_{\partial\Omega_0}=\mathbf{0}, \quad (6)$$

$$\mathbf{E}_+\times\mathbf{n}|_{\partial\Omega}=\mathbf{0}, \quad (7)$$

где $\partial\Omega_0$, $\partial\Omega$ — границы осесимметричной и трехмерной расчетных областей, \mathbf{n} обозначает внешнюю нормаль к соответствующей границе.

МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для численного решения начально-краевых задач (2), (4), (6) и (3), (5), (7) используем метод конечных элементов. Вариационная постановка двумерной задачи имеет вид

$$\int_{\Omega_0}\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{E}_0\cdot\operatorname{rot}\boldsymbol{\psi}d\Omega+\int_{\Omega_0}\sigma_0\frac{\partial\mathbf{E}_0}{\partial t}\cdot\boldsymbol{\psi}d\Omega=-\int_{\Omega_0}\frac{\partial\mathbf{J}}{\partial t}\cdot\boldsymbol{\psi}d\Omega\quad\forall\boldsymbol{\psi}\in H_0(\operatorname{rot},\Omega),$$

где $H_0(\operatorname{rot},\Omega_0)=\left\{\mathbf{v}\in(L^2(\Omega_0))^3\mid\operatorname{rot}\mathbf{v}\in(L^2(\Omega))^3,\mathbf{v}\times\mathbf{n}|_{\partial\Omega}=\mathbf{0}\right\}$ — пространство пробных функций, $\boldsymbol{\psi}=(0,\psi_\phi,0)^T$.

Вариационное уравнение трехмерной задачи:

$$\int_{\Omega}\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{E}_+\cdot\operatorname{rot}\boldsymbol{\psi}d\Omega+\int_{\Omega}\sigma\frac{\partial\mathbf{E}_+}{\partial t}\cdot\boldsymbol{\psi}d\Omega=(\sigma_0-\sigma)\int_{\Omega}\frac{\partial\mathbf{E}_0}{\partial t}\cdot\boldsymbol{\psi}d\Omega\quad\forall\boldsymbol{\psi}\in H_0(\operatorname{rot},\Omega),$$

где $\boldsymbol{\psi}=(\psi_x,\psi_y,\psi_z)^T$.

Для аппроксимации производной от решения по времени используется трехслойная полностью неявная схема [Марчук, 1980]

$$\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\Big|_{t=t_j}\approx\gamma_0\mathbf{E}^j-\gamma_1\mathbf{E}^{j-1}+\gamma_2\mathbf{E}^{j-2},$$

здесь $\gamma_0=\frac{\Delta_{01}+\Delta_{02}}{\Delta_{01}\Delta_{02}}$, $\gamma_1=\frac{\Delta_{02}}{\Delta_{12}\Delta_{01}}$, $\gamma_2=\frac{\Delta_{01}}{\Delta_{12}\Delta_{02}}$, $\Delta_{12}=t_{j-1}-t_{j-2}$, $\Delta_{02}=t_j-t_{j-2}$, $\Delta_{01}=t_j-t_{j-1}$,

где t_i — временной слой, \mathbf{E}^i — решение на i -м слое.

Для конечно-элементной дискретизации в двумерной задаче используются прямоугольники с кусочно-билинейными базисными функциями, а в трехмерной задаче — шестигранники с векторными базисными функциями первого порядка [Nedelec, 1980].

ТЕСТИРОВАНИЕ

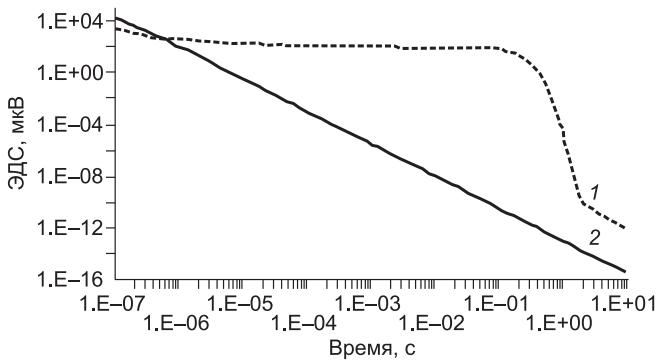


Рис. 2. ЭДС в однородной среде.

1 — при наличии трубы, 2 — без трубы.

Результаты трехмерного моделирования в слоисто-однородной модели сравнивались с уже известными решениями [Табаровский, Соколов, 1982]. Источником поля был выбран магнитный диполь. В трехмерной постановке источником была петля радиусом 0.01 м. Относительное расхождение между решениями составило не более 1 % в диапазоне времен 10^{-7} — 10^{-2} с.

Кроме этого, результаты решения двумерной задачи сравнивались с расчетами, полученными с помощью пакета FEMAX [Bespalov, 2002] и COMSOL [Pryor, 2009]. Моделировался переходный процесс в однородной среде с металлической трубой конечной длины. Источником поля была соосная с трубой катушка. Рассматривались трубы с разными значениями электропроводности и магнитной проницаемости (магнитная сталь, немагнитная сталь, медь) и различные вмещающие среды. Относительное расхождение между решениями, полученными тремя методами, составило в среднем 2—3 % во временном диапазоне 10^{-7} — 10^{-2} с.

Чтобы понять, каково влияние трубы на сигнал, и показать возможности разработанной вычислительной схемы, рассмотрим один из расчетов. На рис. 2 изображена наведенная в приемной катушке ЭДС в зависимости от времени. Показаны два результата: при наличии трубы и без нее. УЭС среды $100 \text{ Ом}\cdot\text{м}$; УЭС стальной трубы $7.14 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{м}$; ее магнитная проницаемость $100 \cdot \mu_0$ ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$); внутренний и внешний радиусы трубы: 0.04, 0.07 м; радиус катушек 0.085 м; расстояние между генераторной и приемной катушками 5 м; сила тока 5 А; число витков в генераторной катушке — 100; число витков в приемной катушке — 10. Из рис. 2 видно, что труба существенно изменяет переходный процесс не только количественно, но и качественно. На интервале $5 \cdot 10^{-4}$ — $5 \cdot 10^{-2}$ с сигнал от трубы убывает очень медленно, а на времени $2 \cdot 10^{-2}$ с даже наблюдается его небольшой рост. С времени 0.1 с сигнал от трубы резко уменьшается, а с времени 2 с он затухает пропорционально $t^{-5/2}$. Физически это означает, что в трубе токов уже нет, а остальные находятся так далеко от первичного источника, что ситуация эквивалентна магнитному диполью в однородной среде. Вместе с тем уровень сигнала на этих временах гораздо ниже измеряемого. В целом можно отметить, что вычислительная схема позволяет моделировать сигнал в динамическом диапазоне примерно 200 дБ.

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Рассмотрим геоэлектрическую модель, характерную для Западно-Сибирской нефтегазоносной провинции. Горизонтальный участок скважины находится в нефтенасыщенном коллекторе ($\rho_1 = 15 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, рис. 3). Коллектор перекрыт глинистой крышкой ($\rho_2 = 4 \text{ Ом}\cdot\text{м}$). Под нефтенасыщенной частью коллектора находится водонасыщенный интервал ($\rho_3 = 8 \text{ Ом}\cdot\text{м}$). Впереди прибора ортогонально скважине находится непроницаемая часть коллектора ($\rho_4 = 2.0$ — $3.5 \text{ Ом}\cdot\text{м}$). Буровой раствор на глинистой основе имеет УЭС $2 \text{ Ом}\cdot\text{м}$. УЭС стальной немагнитной трубы $7.14 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. Внутренний и внешний радиусы трубы: 0.04 и 0.07 м; радиус генераторной (Г) и измерительной (И) катушек 0.085 м; радиус скважины 0.108 м. Сила тока в генераторной катушке равна 5 А. Число витков в генераторной катушке — 100, а в приемной — 10. Измеряется ЭДС, наведенная в приемной катушке.

На рис. 4 показана сетка из шестигранников для расчетной области. В скважине сетка построена радиально в плоскости xu , при приближении к горизонтальным границам она трансформируется в прямоугольную. Поскольку расчетная область симметрична относительно оси $y = 0$, то задача решалась только на ее половине ($y \geq 0$), а на границе симметрии были заданы однородные условия Дирихле.

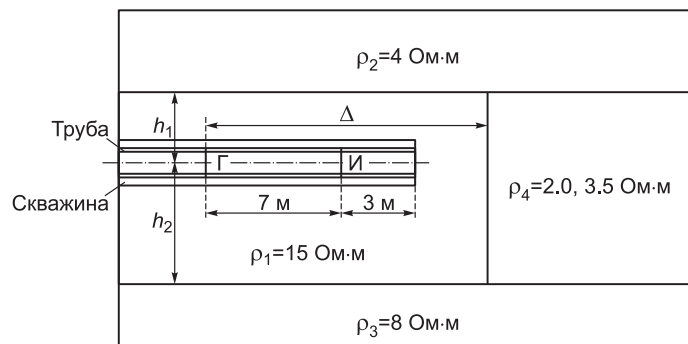
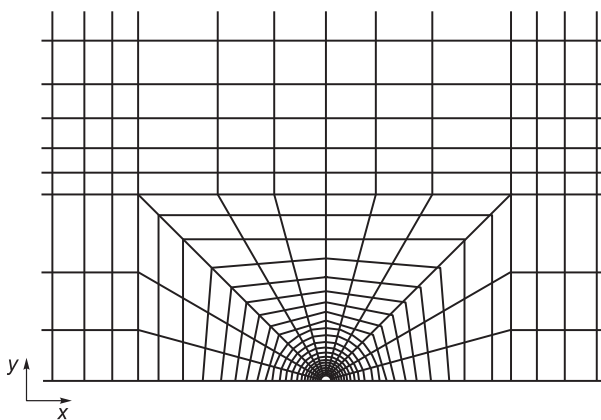


Рис. 3. Расчетная область, параметры модели.

Рис. 4. Сечение плоскостью xu расчетной области с сеткой из шестигранников.



Как уже отмечалось, при моделировании полное поле было разделено на нормальную и аномальную части. Среда для нормальной части состояла из трубы в скважине, пересекающей однородную среду ($\rho_1 = 15 \text{ Ом}\cdot\text{м}$). Нормальная часть поля вычислена с относительной погрешностью 0.1%. Эта оценка сделана на основе сравнения решений, полученных на двух вложенных сетках. Относительная погрешность вычисления аномальной части поля составляет в среднем 2%. При этом аномальная часть не превышает 10% от полного поля. Таким образом, погрешность вычисления полного поля не превышает 0.3% на сетке, состоящей из 606 тыс. конечных элементов. При вычислении полного поля без выделения нормальной части эта погрешность составила 2% на сетке из 1035 тыс. элементов.

На рис. 5 изображена временная зависимость модуля аномальной части ЭДС для разных значений УЭС слоев ρ_2, ρ_3, ρ_4 . Приведен временной интервал, на котором кривые сильнее всего различаются между собой. Мы рассматриваем аномальные поля, поскольку относительная разница между полными полями в разных моделях не превышает 9%. Верхний горизонтальный слой дает больший вклад в сигнал, чем нижний, так как он находится ближе к источнику и более проводящий. Все кривые становления отличаются по моменту времени, в котором происходит смена знака.

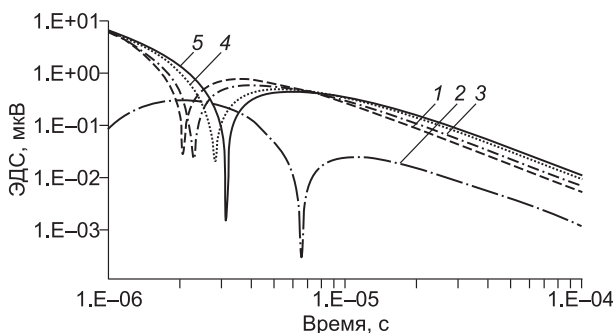


Рис. 5. Аномальная часть ЭДС.

1 — только верхний слой ($\rho_4 = \rho_1, \rho_3 = \rho_1, h_1 = 4 \text{ м}$), 2 — только нижний слой ($\rho_4 = \rho_1, \rho_2 = \rho_1, h_2 = 9 \text{ м}$), 3 — только горизонтальные слои ($\rho_4 = \rho_1, h_1 = 4 \text{ м}, h_2 = 9 \text{ м}$), 4 — со всеми границами ($\rho_4 = 3.5 \text{ Ом}\cdot\text{м}, \Delta = 11 \text{ м}$), 5 — со всеми границами ($\rho_4 = 2.0 \text{ Ом}\cdot\text{м}, \Delta = 11 \text{ м}$).

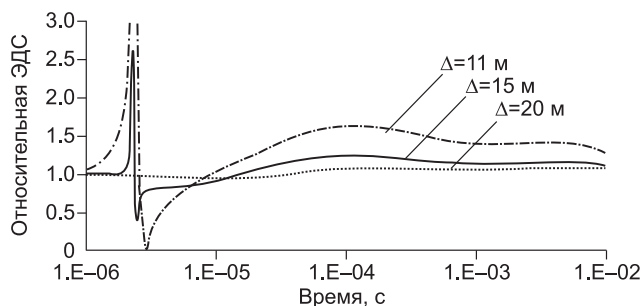


Рис. 6. Аномальная часть ЭДС относительно сигнала в модели без вертикальной границы при разных расстояниях до вертикальной границы, $\rho_4 = 2.0 \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

На рис. 6 изображено отношение модулей аномальной части ЭДС в модели с вертикальной границей и без нее при наличии горизонтальных границ. Приведены результаты при разных значениях расстояния Δ . По поведению кривых выделяются два временных диапазона: меньше и больше 10^{-5} с . В первом из них значение относительной ЭДС достигает своего максимума, что соответствует смене знака аномальной части ЭДС. Во втором временном диапазоне ЭДС в модели с вертикальной границей отличается от соответствующей ей в модели без вертикальной границы в 1.5 раза при $\Delta = 11 \text{ м}$, в 1.2 раза при $\Delta = 15 \text{ м}$ и менее 1.1 раза при $\Delta = 20 \text{ м}$, т.е. чувствительность к границе появляется, когда она

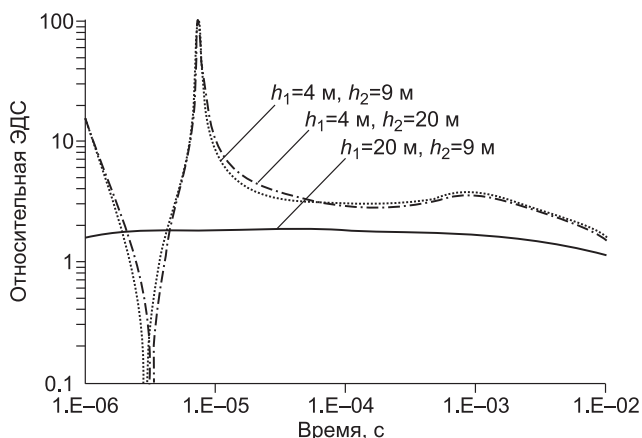


Рис. 7. Аномальная часть ЭДС относительно сигнала в модели без горизонтальных границ при разных расстояниях до горизонтальных границ, $\rho_4 = 2.0 \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

находится на расстоянии 11—15 м от источника. Вертикальная граница на расстоянии 20 м практически не вносит вклад в сигнал. Таким образом, существует ограничение на определение расстояния до удаленной границы, находящейся впереди прибора.

Рассмотрим чувствительность сигнала к горизонтальным границам. На рис. 7 изображена временная зависимость аномальной части ЭДС относительно сигнала в модели без горизонтальных границ при разных значениях расстояний h_1 и h_2 , а также при наличии вертикального прослоя. Видно, что кривые, соответствующие фиксированному расстоянию до верхней границы h_1 и разным расстояниям до нижней h_2 , отличаются незначительно. Это говорит о том, что чувствительность к нижней границе слабая. При этом у прибора есть чувствительность к верхней границе, находящейся на удалении $h_1 = 20$ м.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана вычислительная схема для моделирования нестационарного электромагнитного поля в трехмерной среде с высокопроводящими объектами. Показана адекватность разработанной схемы и преимущества раздельного вычисления нормального и аномального полей. Приведены примеры расчетов. Проанализирована чувствительность измеряемого сигнала к горизонтальным границам и границе, находящейся впереди прибора. Разработанная схема может использоваться при проектировании приборов для геонавигации.

ЛИТЕРАТУРА

Кауфман А.А., Соколов В.П. Теория индукционного каротажа методом переходных процессов. Новосибирск, Наука, 1972, 108 с.

Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука, 1980, 430 с.

Онегова Е.В. Влияние смещения многокатушечного электромагнитного зонда относительно оси скважины на измеряемый сигнал // Геология и геофизика, 2010, т. 51 (4), с. 540—545.

Плюснин М.И., Вильге Б.И. Обоснование индукционного каротажа методом переходных процессов // Изв. вузов. Геология и разведка, 1969, № 5, с. 158—165.

Потапов А.П., Кнеллер Л.Е. Математическое моделирование и интерпретация материалов скважинной импульсной электромагнитной толщинометрии // Геофизика, 2000, № 5, с. 27—30.

Сидоров В.А. Скважинные дефектоскопы-толщинометры для исследования многоколонных скважин // НТВ «Каротажник», 1996, № 24, с. 83—94.

Табаровский Л.А., Соколов В.П. Программа расчета нестационарного поля дипольных источников в горизонтально-слоистой среде (АЛЕКС) // Электромагнитные методы геофизических исследований. Новосибирск, Изд-во ИГиГ СО АН СССР, 1982, с. 57—77.

Эпов М.И., Морозова Г.М., Антонов Е.Ю. Электромагнитная дефектоскопия обсадных колонн нефтегазовых скважин (основы теории и методики). Новосибирск, НИЦ ОИГГМ СО РАН, Изд-во СО РАН, 2002, 102 с.

Anderson B., Chew W.C. Transient response of some borehole mandrel tools // Geophys., 1989, v. 54, № 2, p. 216—224.

Bespalov A. FEMAX — software for simulation of magnetic induction tools in vertical wells // SEG Expanded Abstracts, 2002, v. 21, p. 708—711.

Nedelec J.C. Mixed finite elements in R3 // Numer. Math., 1980, v. 35, p. 315—341.

Pryor R. Multiphysics modeling using COMSOL: a first principles approach. Sudbury, Jones & Bartlett Learning, 2009, 852 p.

*Рекомендована к печати 7 декабря 2010 г.
А.Д. Дучковым*

*Поступила в редакцию
13 сентября 2010 г.*