

УДК 536.244

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ПОЛУПРОЗРАЧНОМ СЕЛЕКТИВНО-ПОГЛОЩАЮЩЕМ СЛОЕ

А. Л. Бурка, Н. А. Рубцов

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Представлены результаты численного решения краевой задачи о радиационно-кондуктивном теплообмене в плоском слое селективно-поглощающей и излучающей среды. Исследовано влияние оптических свойств среды и стенок, температуры источника излучения, соотношения между спектрами поглощения среды и излучения источника на распределение температуры.

Широкое применение в различных областях науки и техники полупрозрачных селективно-поглощающих тепловое излучение материалов сопряжено с высокими требованиями к технологии их получения. При этом большое внимание уделяется расчетам нестационарного радиационно-кондуктивного теплообмена (РКТ) в полупрозрачных средах в связи с необходимостью математического моделирования процессов сложного теплообмена в этих средах при высоких температурах. В этом отношении характерными являются процессы нагрева стеклянных заготовок в технологиях их расплава, отлива и формования.

Разработке методов расчета при исследовании нестационарного РКТ в полупрозрачных средах посвящена серия работ [1–5]. Основное внимание в них уделено изучению влияния оптических свойств полупрозрачного материала на формирование температурного поля. Следует отметить, что кроме оптических свойств полупрозрачного материала существенное влияние на теплообмен при высоких температурах оказывает селективный характер источника излучения, используемого при его нагреве. Этому вопросу посвящено незначительное количество работ. В [6] рассматривается модель сложного источника, излучение которого характеризуется разными температурами и спектральными степенями черноты. Путем осреднения уравнения баланса по толщине слоя задача определения профиля температуры сводилась к решению системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений по времени для средней температуры каждого подслоя, на которые разбивался основной полупрозрачный слой. В [7] изучается РКТ в слое селективно-поглощающей и излучающей среды с учетом спектрального характера падающего на границу слоя радиационного потока.

В настоящей работе исследуется процесс радиационного нагрева слоя полупрозрачной селективно-поглощающей и излучающей среды применительно к нагреву пластины из оконного стекла ЛК-7. В отличие от [6], где краевая задача для уравнения баланса решается в приближении осреднения температуры по слою, нестационарная краевая задача для уравнения теплопроводности решается в строгой постановке.

Приводится математическая постановка и метод решения системы уравнений баланса энергии и переноса излучения. Уравнение энергии и граничные условия имеют вид

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \Lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial E}{\partial x}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0; \quad (1)$$

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_1(T - T_1) - \int_{\Omega_1} \varepsilon_{1\nu} [Q_{1\nu}(T_1^*) - E_{1\nu}(T)] d\nu, \quad x = 0; \quad (2)$$

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_2(T_2 - T) + \int_{\Omega_2} \varepsilon_{2\nu} [Q_{2\nu}(T_2^*) - E_{2\nu}(T)] d\nu, \quad x = L; \quad (3)$$

$$T(x, 0) = T_0(x). \quad (4)$$

Уравнения переноса энергии излучения с граничными условиями записываются следующим образом:

$$\mu \frac{dI_\nu^+}{dx} + \varkappa_\nu I_{p\nu}^+ = \varkappa_\nu I_{p\nu}(T), \quad 0 < x < L; \quad (5)$$

$$\mu \frac{dI_\nu^-}{dx} - \varkappa_\nu I_{p\nu}^- = \varkappa_\nu I_{p\nu}(T), \quad 0 < x < L; \quad (6)$$

$$I_\nu^+(0, \mu) = (1 - R_{1\nu}) I_{p\nu}(T_1^*) + R_{1\nu} I_\nu^-(0, \mu); \quad (7)$$

$$I_\nu^-(L, \mu) = \begin{cases} I_\nu^+(L, \mu), & 0 \leq \mu \leq \mu_\Gamma, \\ (1 - R_{2\nu}) I_{p\nu}(T_2^*) + 2R_{2\nu} \int_{\mu_\Gamma}^1 I^+(L, \mu) \mu d\mu, & \mu_\Gamma \leq \mu \leq 1. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь $I_{p\nu}(T) = \frac{2\pi n^2 h \nu^3}{c_0^2 [\exp(h\nu/(kT)) - 1]}$; $E_{i\nu}(T_i^*) = I_{p\nu}(T_i^*)$; $\frac{\partial E}{\partial x} = \int_0^\infty \varkappa_\nu [4I_{p\nu}(T) - G_\nu(x)] d\nu$;

$G_\nu(x) = 2\pi \int_0^1 [I_\nu^+(x, \mu) + I_\nu^-(x, \mu)] d\mu$; $\mu = |\cos \varphi|$; $\mu_\Gamma = \sqrt{1 - 1/n^2}$; $\mu_\Gamma = \cos \varphi_\Gamma$; φ_Γ —

угол полного внутреннего отражения; φ — угол между лучом и положительным направлением оси x ; \varkappa_ν — объемный коэффициент поглощения материала для частоты ν ; n — показатель преломления; c — теплоемкость; ρ — плотность среды; Λ — коэффициент теплопроводности; L — толщина слоя; T_i , T_i^* — температура внешней среды и внешних излучателей; I_ν^\pm — спектральные интенсивности излучения в положительном и отрицательном направлениях оси x ; $I_{p\nu}$ — функция Планка; $Q_{i\nu}$, $E_{i\nu}$, $\varepsilon_{i\nu}$, $R_{i\nu}$, Ω_i — плотности падающих потоков, собственного излучения, степени черноты, коэффициенты отражения, спектральные области непрозрачности граничных поверхностей соответственно; α_i — коэффициенты конвективной теплоотдачи пластины на границах; $i = 1, 2$.

Из уравнений энергии и переноса излучения с соответствующими граничными условиями следует, что распределение температуры в слое стекла в значительной степени определяется не только селективным характером внешнего источника излучения, но и оптическими свойствами поверхностей полупрозрачного слоя. В частности, условие (8) свидетельствует о том, что на границе $x = L$ в области полупрозрачности материала происходит преломление и полное внутреннее отражение излучения. Из (7) следует, что граница $x = 0$ диффузно пропускает и отражает селективное излучение. Полагая в (2), (3) $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, $\varepsilon_{1\nu} = 0$, $Q_{2\nu}(T_2^*) = I_{p\nu}(T_2^*)$, а в (7) $R_{1\nu} = 1$, граничные условия для температуры и интенсивности запишем в виде [6]

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = 0; \quad (9)$$

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \int_{\Omega_2} \varepsilon_{2\nu} [I_{p\nu}(T_2^*) - I_{p\nu}(T)] d\nu, \quad x = L; \quad (10)$$

$$I_\nu^+(x, \mu) = I_\nu^-(x, \mu), \quad x = 0, \quad (11)$$

где $\varepsilon_{2\nu} = 1/(1/\varepsilon_{w\nu} + 1/\varepsilon_{c\nu})$; $\varepsilon_{w\nu}$, $\varepsilon_{c\nu}$ — степени черноты внешнего источника излучения и стекла в области непрозрачности.

С помощью функции Грина краевая задача (1)–(4) с учетом (9)–(11) сводится к нелинейному интегральному уравнению относительно безразмерной температуры

$$\theta(\xi, t) = q(\theta)\Gamma(\xi, 1) + \int_0^1 F(\theta, z, t)\Gamma(\xi, z) dz, \quad (12)$$

$$\text{где } q(\theta) = \frac{L}{\Lambda T_2^*} \int_{\Omega_2} \varepsilon_{2\nu} [I_{p\nu}(\theta) - I_{p\nu}(T_2^*)] d\nu \quad (\xi = 1); \quad F(\theta, \xi, t) = \frac{G_R(\xi)}{\Lambda} + \frac{c\rho L^2}{\Lambda} \frac{\partial \theta}{\partial t};$$

$$G_R(\xi) = L \int_0^\infty \varepsilon_\nu [4I_{p\nu}(\theta) - G(\xi)] d\nu; \quad \xi = x/L; \quad \theta(\xi, t) = T(\xi, t)/T_2^*.$$

Функция Грина имеет вид

$$\Gamma(\xi, z) = \begin{cases} -\text{ch } \xi \text{ ch } (1-z)/\text{sh } 1, & \xi \leq z, \\ -\text{ch } (1-\xi) \text{ ch } z/\text{sh } 1, & \xi \geq z. \end{cases}$$

Дивергенция радиационного потока $dE/d\xi$ выражается через интенсивности излучения I_ν^+ , I_ν^- , которые определяются из решения краевой задачи (5)–(8) для уравнения переноса с учетом (11) и имеют вид

$$I_\nu^+(\xi, \mu) = \left\{ I_\nu^+(0, \mu) + \frac{\tau_\nu}{\mu} \int_0^\xi I_{p\nu}(y) \exp\left(\frac{\tau_\nu}{\mu} y\right) dy \right\} \exp\left(-\frac{\tau_\nu}{\mu} \xi\right); \quad (13)$$

$$I_\nu^-(\xi, \mu) = \left\{ I_\nu^-(1, \mu) + \frac{\tau_\nu}{\mu} \int_\xi^1 I_{p\nu}(y) \exp\left[\frac{\tau_\nu}{\mu} (1-y)\right] dy \right\} \exp\left[-\frac{\tau_\nu}{\mu} (1-\xi)\right], \quad (14)$$

где $\tau_\nu = \varepsilon_\nu L$. Явные выражения для граничных интенсивностей получаются в результате решения системы двух алгебраических уравнений относительно $I_\nu^+(0, \mu)$, $I_\nu^-(1, \mu)$ с использованием соотношений (8), (11), (13), (14). Подставляя найденные таким образом значения для $I_\nu^+(0, \mu)$, $I_\nu^-(1, \mu)$ в (13), (14), получим окончательные выражения для интенсивностей, входящих в дивергенцию радиационного потока $dE/d\xi$.

Таким образом, задача о РКТ (1)–(8) в плоском слое селективно-поглощающей и излучающей среды свелась к решению нелинейного интегрального уравнения (12) относительно температуры итерационным методом Ньютона — Канторовича [8]. Интегралы в (12)–(14) вычислялись по квадратурным формулам Гаусса с 20 узлами, а производная $\partial\theta/\partial t$ аппроксимировалась конечно-разностным отношением. Для каждого момента времени рассчитывался профиль температуры.

Численные расчеты, в которых учитывался селективный характер излучения, проводились для стекла марки ЛК-7 с оптическими и теплофизическими характеристиками [6]: $\Lambda = 1,42 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$, $c = 1,17 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $\rho = 2,44 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$, $n = 1,5$, $L = 0,01 \text{ м}$. Согласно [6] спектр поглощения стекла характеризуется четырьмя полосами, расположенными в следующих интервалах длин волн λ [мкм]: (0; 1,3), (1,3; 2,5), (2,5; 5), (5; ∞). Значения коэффициентов поглощения ε_λ [м⁻¹] для указанных интервалов: 0,2; 10; 320; ∞ . В области непрозрачности (5; ∞) степень черноты стекла $\varepsilon_c = 1$.

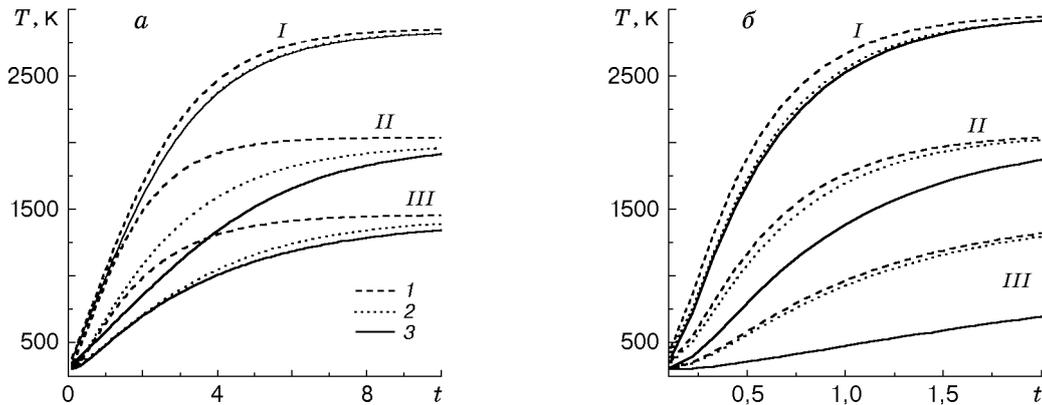


Рис. 1. Зависимость температуры теплоизолированной поверхности ($x = 0$) от времени для областей непрозрачности $5 \text{ мкм} \leq \lambda < \infty$ (а) и $0 \leq \lambda < \infty$ (б):

$I - T_{и} = 3000 \text{ К}$: $1 - \varepsilon_{и\lambda} = (1, 1, 0, 0)$, $2 - \varepsilon_{и\lambda} = (1, 0, 0, 0)$, $3 - \varepsilon_{и\lambda} = (0, 1, 0, 0)$; $II - T_{и} = 2100 \text{ К}$: $1 - \varepsilon_{и\lambda} = (0, 1, 1, 0)$, $2 - \varepsilon_{и\lambda} = (0, 1, 0, 0)$, $3 - \varepsilon_{и\lambda} = (0, 0, 1, 0)$; $III - T_{и} = 1500 \text{ К}$: $1 - \varepsilon_{и\lambda} = (0, 0, 1, 1)$, $2 - \varepsilon_{и\lambda} = (0, 0, 1, 0)$, $3 - \varepsilon_{и\lambda} = (0, 0, 0, 1)$

В соответствии с выделенными характерными полосами поглощения стекла излучательная способность источника $\varepsilon_{и\lambda}$ подразделяется на четыре ступеньки единичной или нулевой высоты (1, 0). Так, если $\varepsilon_{(0;1,3)} = 1$, $\varepsilon_{(1,3;2,5)} = 1$, $\varepsilon_{(2,5;5)} = 0$, $\varepsilon_{(5;\infty)} = 0$ при температуре источника $T_{и} = 3000 \text{ К}$, то полагаем $\varepsilon_{и\lambda} = (1, 1, 0, 0)$.

Ниже представлены результаты численного моделирования процесса нагрева стеклянной пластины излучением. На рис. 1,а приведена зависимость температуры необлучаемой извне (теплоизолированной) поверхности пластины ($x = 0$) от времени для температуры источника излучения $T_{и} = 3000, 2100, 1500 \text{ К}$ и различных вариантов излучательной способности $\varepsilon_{и\lambda}$ по полосам поглощения излучения в стекле. Видно, что перемещение максимального значения степени черноты $\varepsilon_{и\lambda} = 1$ в область коротких волн существенно повышает температуру, увеличивает скорость изменения температуры и ускоряет выход нагреваемой системы на стационарный режим в случае $T_{и} = 3000 \text{ К}$ по сравнению со случаем невысокой температуры источника излучения $T_{и} = 1500 \text{ К}$. Заметим, что здесь учитывалось разбиение значений коэффициента поглощения ε_{λ} по четырем характерным полосам, включающим и область непрозрачности $(5, \infty)$. Наличие этой области в спектре поглощения стекла свидетельствует о том, что в диапазоне длин волн от 5 мкм до ∞ излучение полностью поглощается поверхностным слоем $x = L$ и далее путем РКТ передается в глубинные слои к поверхности $x = 0$.

На рис. 1,б представлены зависимости температуры теплоизолированной поверхности пластины от времени, относящиеся к гипотетическому случаю существования на облучаемой поверхности стеклянной пластины ($x = L$) непрозрачного высокотеплопроводного подслоя с областью непрозрачности поверхности $0 \leq \lambda < \infty$. Из сравнения рис. 1,а и рис. 1,б следует, что в этом случае температура и скорость прогрева стекла существенно увеличиваются. Предположение о непрозрачности облучаемой поверхности используется в расчетах, результаты которых представлены на рис. 2 в виде зависимости температуры облучаемой поверхности стеклянной пластины от времени. Рассматривается две области непрозрачности облучаемой поверхности стекла: $5 \text{ мкм} \leq \lambda < \infty$ (сплошные линии) и $0 \leq \lambda \leq 5 \text{ мкм}$ (штриховые). Очевидно, что второй случай является гипотетическим. Из рис. 2 следует, что наличие на облучаемой поверхности пластины области непрозрачности в диапазоне длин волн от 0 до 5 мкм приводит к существенной интенсификации процессов нагрева стеклянной пластины по сравнению с нагревом стекла, обладающего непрозрачностью в диапазоне от 5 мкм до ∞ .

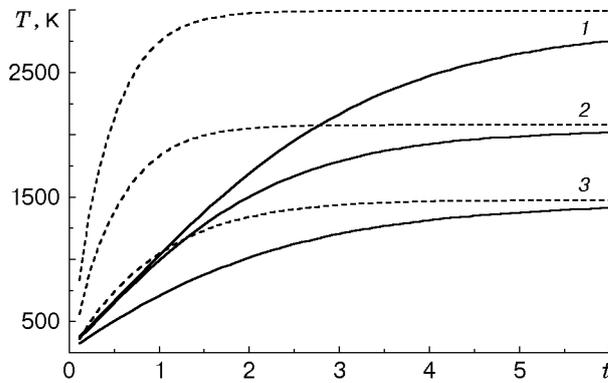


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость температуры от времени на поверхности пластины $x = L$:

штриховые линии — $0 \leq \lambda \leq 5$ мкм, сплошные — $5 \text{ мкм} \leq \lambda < \infty$; 1 — $T_{\text{и}} = 3000$ К, $\varepsilon_{\text{и}\lambda} = (1, 1, 0, 0)$, 2 — $T_{\text{и}} = 2100$ К, $\varepsilon_{\text{и}\lambda} = (0, 1, 1, 0)$, 3 — $T_{\text{и}} = 1500$ К, $\varepsilon_{\text{и}\lambda} = (0, 0, 1, 1)$

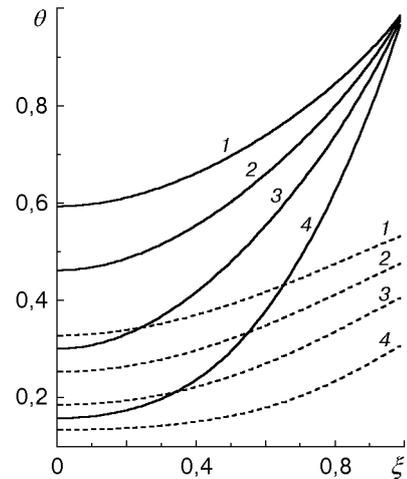


Рис. 3

Рис. 3. Распределение температуры θ по толщине пластины ($0 \leq \xi \leq 1$), облучаемой источником излучения с $T_{\text{и}} = 3000$ К и значением $\varepsilon_{\text{и}\lambda} = (1, 1, 1, 1)$:

штриховые линии — $5 \text{ мкм} \leq \lambda < \infty$, сплошные — $0 \leq \lambda < \infty$; 1 — $t = 0,33$ ч, 2 — $t = 0,22$ ч, 3 — $t = 0,11$ ч, 4 — $t = 0,01$ ч

На рис. 3, 4 представлены результаты расчетов безразмерных температурных полей для пластины. На рис. 3 показана кинетика нагрева пластины в начальные моменты времени источником излучения с $T_{\text{и}} = 3000$ К и $\varepsilon_{\text{и}\lambda} = (1, 1, 1, 1)$. Процессы нестационарного РКТ в стеклянной пластине с областью непрозрачности $5 \text{ мкм} \leq \lambda < \infty$ в условиях слабой неизотермичности протекают замедленно. Наличие греющей черной поверхности $x = L$ слоя стекла существенно интенсифицирует процесс нагрева. При этом формируется отчетливо выраженная неизотермичность по толщине слоя, которая в расплаве стекла может способствовать образованию конвективных течений.

На рис. 4 представлены распределения безразмерной температуры по ξ в пластине с непрозрачной облучаемой поверхностью $x = L$ (с областью непрозрачности $0 \leq \lambda < \infty$) в моменты времени $t = 1,11$ ч и $t = 5,55$ ч, когда система выходит на режим, близкий к стационарному. Распределения температуры имеют квазиизотермический характер и слабо различаются для всех видов источников излучения и их спектральных степеней черноты $\varepsilon_{\text{и}\lambda}$. Исключение составляет случай источника излучения с $T_{\text{и}} = 1500$ К и значением $\varepsilon_{\text{и}\lambda} = (0, 0, 0, 1)$, совпадающим с четвертой полосой поглощения от 5 мкм до ∞ , для которой коэффициент поглощения стекла бесконечно велик. Очевидно, в этом случае определяющей в процессе переноса тепловой энергии является теплопроводность. При этом выход пластины на стационарный температурный режим оказывается существенно растянутым во времени. Квазиизотермический характер распределения температуры определяется условием задачи, связанным с теплоизоляцией необлучаемой поверхности пластины ($x = 0$).

Характер распределений безразмерной температуры по толщине пластины в промежуточный момент времени t существенно зависит от температуры источника излучения и распределения по полосам поглощения значений спектральных степеней черноты $\varepsilon_{\text{и}\lambda}$. Степень влияния последних определяется характером перемещения максимумов излучений по шкале длин волн согласно закону Вина.

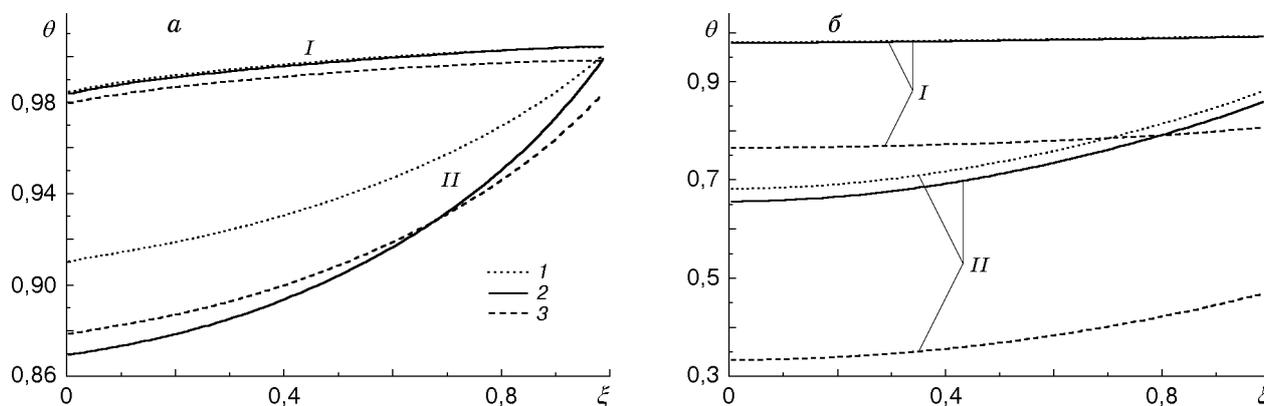


Рис. 4. Распределение температуры θ по толщине пластины ($0 \leq \xi \leq 1$):

a — $t = 1,11$ ч, b — $t = 5,55$ ч; I — $T_{и} = 3000$ К: 1 — $\varepsilon_{и\lambda} = (1, 1, 0, 0)$, 2 — $\varepsilon_{и\lambda} = (1, 0, 0, 0)$, 3 — $\varepsilon_{и\lambda} = (0, 1, 0, 0)$; II — $T_{и} = 1500$ К: 1 — $\varepsilon_{и\lambda} = (0, 0, 1, 1)$, 2 — $\varepsilon_{и\lambda} = (0, 0, 1, 0)$, 3 — $\varepsilon_{и\lambda} = (0, 0, 0, 1)$

Проведенное исследование нестационарного радиационно-кондуктивного теплообмена в стеклянной пластине, нагреваемой модельным источником излучения, свидетельствует о сложности процессов переноса тепловой энергии в стекле, которые зависят от оптических свойств источников излучения, материала стекла и границ пластины. Полученные результаты могут быть использованы для совершенствования технологии нагрева стекол и расплавов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурка А. Л. К учету зависимости коэффициента поглощения от температуры при исследовании сложного теплообмена // Теплообмен излучением: Сб. науч. тр. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1977. С. 24–31.
2. Бурка А. Л., Рубцов Н. А., Ступин В. П. Теоретическое и экспериментальное исследование режимов нагрева органического стекла // Тепломассообмен-VI: Материалы VI Всесоюз. конф. по тепломассообмену, Минск, 1980 г. Минск: Ин-т тепло- и массообмена АН БССР, 1980. Т. 2. С. 132–137.
3. Марченко Н. В., Аронов Б. И., Штипельман Я. И. Расчет нестационарного радиационно-кондуктивного теплообмена в плоском слое селективной среды с полупрозрачными границами // Теплофизика высоких температур. 1980. Т. 18, № 5. С. 1007–1017.
4. Макарова И. П., Чельцова В. Д., Шахматова И. П. Расчет нестационарного радиационно-кондуктивного теплопереноса в слое переменной толщины // Теплофизика высоких температур. 1984. Т. 22, № 1. С. 99–104.
5. Бурка А. Л. Нестационарный комбинированный теплообмен с учетом анизотропии рассеяния // Теплофизика высоких температур. 1987. Т. 25, № 1. С. 110–115.
6. Чельцова В. Д., Шахматова И. П. Исследование процесса нагрева полупрозрачного слоя селективным источником излучения // Теплофизика высоких температур. 1985. Т. 23, № 6. С. 1135–1141.
7. Бурка А. Л. Нестационарный радиационно-кондуктивный теплообмен в плоском слое селективно-поглощающей и излучающей среды // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 1. С. 105–109.
8. Канторович Л. В. О методе Ньютона // Тр. Мат. ин-та АН СССР. 1949. Т. 28. С. 135–139.

Поступила в редакцию 25/VI 1998 г.,
в окончательном варианте — 7/IX 1998 г.