

УДК 539.3

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ИЗОТРОПНЫХ И КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ МЕТАЛЛОПЛАСТИКОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Н. А. Абросимов, Н. А. Новосельцева

Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия
E-mails: abrosimov@mech.unn.ru, novoselceva@mech.unn.ru

Развит метод идентификации материальных параметров определяющих соотношений упругопластического и вязкоупругого деформирования изотропных и композитных материалов, основанный на минимизации функционала невязки результатов численного и экспериментального анализа нестационарного деформирования элементов конструкций, изготовленных из исследуемых материалов. Проведено тестирование метода и показана перспективность его применения для определения материальных параметров вязкоупругих и упругопластических моделей нелинейного деформирования металлопластиковых цилиндрических оболочек при взрывном нагружении.

Ключевые слова: математическая модель, идентификация, вязкоупругое и упругопластическое деформирование, численные методы, импульсное нагружение.

DOI: 10.15372/PMTF20150601

Введение. Применение композитных материалов, к которым предъявляются повышенные требования (работа при экстремальных статических и динамических нагрузках, способность поглощать большое количество упругой энергии, минимальный расход материала и т. д.), позволяет создавать конструкции, обладающие новыми, уникальными свойствами. К числу таких конструкций относятся взрывные камеры, защитные сооружения, трубопроводы, предназначенные для удержания экологически опасных продуктов аварийного взрыва или техногенной катастрофы. Основным силовым элементом подобных защитных конструкций являются металлопластиковые цилиндрические оболочки [1]. Однако для использования в процессе проектирования преимуществ композитных материалов необходима информация об их жесткостных и прочностных характеристиках. Непосредственное определение материальных функций и вязкоупругих констант традиционными экспериментально-аналитическими методами (резонансными, гистерезисными,

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания (код проекта 2014/134 2226), Совета по грантам Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ (грант № НШ-593.2014.8), Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 13-08-00742, 15-08-04268) и Российского научного фонда (код проекта 14-19-01096).

© Абросимов Н. А., Новосельцева Н. А., 2015

методом свободных затухающих колебаний) механических испытаний представительских образцов [2] является достаточно сложным и часто оказывается неэффективным вследствие существенного влияния на результаты измерений условий закрепления, способа возбуждения колебаний, неоднородности напряженно-деформированного состояния и технологических трудностей изготовления образцов. Кроме того, такие методы не учитывают взаимосвязь процессов создания композитного материала и конструкций в рамках единого технологического цикла. Поэтому возникает необходимость разработки методов определения упругих и демпфирующих характеристик композитных материалов по результатам расчетно-экспериментального анализа напряженно-деформированного состояния элементов конструкций, выполненных из исследуемых материалов. Большинство исследований с использованием таких методов идентификации упругих констант композитов неразрушающими методами проведено на основе статических и вибрационных испытаний [2]. Однако в настоящее время становится актуальным изучение методов определения динамических жесткостных и демпфирующих характеристик композитных материалов при импульсных и ударных воздействиях. Среди работ, посвященных идентификации физико-механических характеристик при динамических испытаниях, можно выделить лишь небольшое число исследований, в которых расчетно-экспериментальным методом определяются жесткостные и демпфирующие параметры моделей определяющих соотношений для однородных композитных материалов при взрывном нагружении элементов конструкций, выполненных из рассматриваемых материалов (см. [3–5]).

Целью данной работы является развитие экспериментально-расчетного подхода для определения параметров моделей нелинейного деформирования изотропных и неоднородных композитных материалов с использованием результатов исследования динамического поведения стальных и двухслойных металлопластиковых цилиндрических оболочек.

1. Постановка и метод решения начально-краевой задачи. Рассматривается цилиндрическая оболочка длиной L и радиусом R в системе координат α_i , $i = \overline{1, 3}$ (ось α_1 направлена вдоль образующей, α_2 — по окружности, ось α_3 — по внешней нормали к срединной поверхности). Коэффициенты Ламе H_1 , H_2 , H_3 и главные кривизны k_1 , k_2 равны $H_1 = Z_1 = 1$, $H_2 = Z_2 = 1 + k_2\alpha_3$, $H_3 = 1$, $k_1 = 0$, $k_2 = 1/R$. Предполагается, что металлопластиковая цилиндрическая оболочка образована спиральной перекрестной намоткой однонаправленного композитного материала на металлическую оправку. Кинематическая модель деформирования многослойного пакета основана на неклассической теории оболочек. Компоненты вектора перемещений аппроксимируются конечными рядами по толщине многослойного пакета [6]:

$$u_i(\alpha_1, \alpha_3, t) = \sum_{n=0}^N u_i^n(\alpha_1, t) \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x), \quad -1 \leq x \leq 1. \quad (1)$$

Здесь $x = 2\alpha_3/h$; h — толщина оболочки; $u_i^n(\alpha_1, t)$ — искомые функции; t — время; $(n + 1/2)^{1/2} P_n(x)$ — ортонормированные полиномы Лежандра.

При формулировке геометрических зависимостей используются соотношения простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости в криволинейных координатах [6], которые с учетом (1) можно представить в виде

$$e_{11} = \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_1^n}{\partial \alpha_1} \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) + \frac{1}{2} \omega_2^2, \\ e_{22} = \frac{k_2}{Z_2} \sum_{n=0}^N u_3^n \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x), \quad e_{33} = \frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_3^n \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n'(x), \quad (2)$$

$$e_{13} = \frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_1^n \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n'(x) + \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_3^n}{\partial \alpha_1} \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x),$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{h} \sum_{n=1}^N u_1^n \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n'(x) - \sum_{n=0}^N \frac{\partial u_3^n}{\partial \alpha_1} \left(n + \frac{1}{2}\right)^{1/2} P_n(x) \right),$$

где $P_n'(x)$ — производные от полиномов Лежандра.

Определяющие соотношения для изотропного стального слоя оболочки формулируются на основе дифференциальной теории пластичности с линейным упрочнением [6]:

$$\sigma_{ij} = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} e + \frac{E}{2(1 + \nu)} e'_{ij},$$

$$e_{ij} = e'_{ij} + e''_{ij}, \quad e = e_{11} + e_{22} + e_{33}, \quad \dot{e}_{ij} = \dot{\gamma} S_{ij}, \quad \sigma = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3}, \quad (3)$$

$$\sum_{i,j=1}^3 S_{ij} S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_*^2, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} - \rho_{ij}, \quad \rho_{ij} = 2g e''_{ij}, \quad e''_{ij} = \int_0^t \dot{e}''_{ij} dt.$$

Здесь E — модуль упругости; ν — коэффициент Пуассона; e'_{ij} , e''_{ij} — упругие и пластические компоненты тензора деформаций; δ_{ij} — тензор Кронекера; σ_* , g — предел текучести и модуль упрочнения материала; $\dot{\gamma}$ — скалярный параметр. Параметры упругопластической модели можно представить в виде вектора $\mathbf{E} = (E, \nu, \sigma_*, g)^T$, компоненты которого определяются в результате решения задачи идентификации.

Связь между тензорами напряжений и деформаций в композитных слоях оболочки устанавливается на основе линейной теории вязкоупругости [6]:

$$\sigma_{ii} = \sum_{j=1}^3 C_{ij}^0 e_{ij}^0 \quad (i = \overline{1,3}), \quad \sigma_{13} = G_{13}^0 e'_{13}, \quad e_{ii}^0 = e_{ii} - \left(1 - \frac{C_{ii}^\infty}{C_{ii}^0}\right) \int_0^t R(t - \tau) e_{ii}(\tau) d\tau,$$

$$e_{ij}^0 = e_{jj} - \left(1 - \frac{C_{ij}^\infty}{C_{ij}^0}\right) \int_0^t R(t - \tau) e_{jj}(\tau) d\tau, \quad e'_{13} = e_{13} - \left(1 - \frac{G_{13}^\infty}{G_{13}^0}\right) \int_0^t R(t - \tau) e_{13}(\tau) d\tau. \quad (4)$$

Здесь C_{ij}^0 , G_{13}^0 , C_{ij}^∞ , G_{13}^∞ — мгновенные и длительные жесткостные характеристики, которые выражаются через компоненты вектора $\mathbf{E} = (E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta_1, \dots, \beta_N)^T$ и определяются, как и выше, в результате решения задачи идентификации; $R(t) = \sum_{n=1}^N \beta_n e^{-\beta_n t}$ — ядро релаксации максвелловского типа.

Для того чтобы получить энергетически согласованные уравнения движения оболочки, используем принцип возможных перемещений, который в случае внутреннего нагружения цилиндрической оболочки со свободными торцами представляется в виде

$$\int_0^L \sum_{n=0}^N \left[M_{11}^n \frac{\partial (\delta u_1^n)}{\partial \alpha_1} + (M_{13}^n + N_{11}^n) \delta u_1^n + (M_{13}^n - N_{11}^n) \frac{\partial (\delta u_3^n)}{\partial \alpha_1} + (k_2 M_{22}^n + M_{33}^n) \delta u_3^n \right] d\alpha_1 +$$

$$+ \int_0^L \sum_{n=0}^N \left[\left(\sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_1^m \right) \delta u_1^n + \left(\sum_{m=0}^N A_m^n \ddot{u}_3^m \right) \delta u_3^n \right] d\alpha_1 - \int_0^L \sum_{n=0}^N F_3^n u_3^n d\alpha_1 = 0, \quad (5)$$

где

$$M_{11}^n = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{11} Z_2 \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx,$$

$$M_{22}^n = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{22} \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx,$$

$$M_{13}^n = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{13} Z_2 \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx,$$

$$M_{13}^m = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{13} Z_2 \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n' \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx,$$

$$N_{11}^n = \frac{h}{4} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{11} Z_2 \omega_2 \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx,$$

$$N_{11}^m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{11} Z_2 \omega_2 \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n'' \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx,$$

$$M_{33}^n = \frac{h}{4} \sum_{i=1}^K \frac{x_{i+1} - x_i}{2} \int_{-1}^1 \sigma_{33} Z_2 \omega_2 \left(n + \frac{1}{2} \right)^{1/2} P_n' \left(\frac{x_{i+1} - x_i}{2} x + \frac{x_{i+1} + x_i}{2} \right) dx,$$

$$A_n^n = \rho \frac{h}{2} \quad (n = \overline{0, N}), \quad A_{n+1}^n = A_n^{n+1} = \rho \frac{k_2 h^2}{4} \frac{n+1}{\sqrt{4n^2 + 8n + 3}} \quad (n = \overline{0, N-1}),$$

$$A_m^n = 0, \quad n \neq m \quad (m = \overline{0, N}, n = \overline{0, N}), \quad F_3^n = (n + 1/2)^{1/2} (-1)^n p_3(1 - k_2 h/2),$$

ρ — плотность материала оболочки; p_3 — интенсивность импульса внутреннего давления; K — число слоев оболочки; x_i — координата i -го слоя, отсчитываемая от внутренней поверхности оболочки по его толщине.

Выполняя в вариационном уравнении (5) интегрирование по частям и учитывая независимость вариаций δu_i^n , получаем систему дифференциальных неклассических уравнений движения цилиндрической оболочки и естественные динамические граничные условия. Дополняя полученные соотношения необходимыми начальными условиями, имеем разрешающую систему уравнений для анализа нестационарных процессов деформации в металлопластиковых цилиндрических оболочках, нагруженных импульсом внутреннего давления, в неклассической постановке.

Численный метод решения сформулированной задачи основан на явной вариационно-разностной схеме [6].

2. Формулировка и метод решения задачи идентификации. Задача параметрической идентификации материальных констант и функций моделей упругопластического и вязкоупругого поведения композитных и изотропных материалов формулируется следующим образом. Требуется найти набор параметров (вектор) $\mathbf{E} = (E, \nu, \sigma_*, g)^T$

определяющих соотношений (3) или набор параметров $\mathbf{E} = (E_{11}^0, E_{11}^\infty, E_{22}^0, E_{22}^\infty, E_{33}^0, E_{33}^\infty, G_{13}^0, G_{13}^\infty, \nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}, \beta_1, \dots, \beta_N)^T$ определяющих соотношений (4), при которых результаты расчетов по математической модели (1)–(5), описывающей динамическое поведение изотропных упругопластических и композитных вязкоупругих цилиндрических оболочек, согласуются с экспериментальными данными лучше, чем при использовании другого набора параметров. Под параметрами определяющих соотношений понимаются мгновенные и длительные модули упругости и сдвига, пределы текучести, модули упрочнения, коэффициенты Пуассона и времена релаксации. Таким образом, задача сводится к нахождению вектора коэффициентов уравнений, обеспечивающего в выбранной норме минимальное расстояние между расчетными и экспериментальными данными. В качестве нормы выбирается функционал, представляющий собой сумму среднеквадратичных отклонений характерных расчетных значений от характерных экспериментальных значений перемещений и деформаций в ряде точек на внешней поверхности цилиндра. В результате задача сводится к поиску минимума функции нескольких переменных:

$$C(\mathbf{E}) = \sum_{k=1}^T \left\{ \sum_{m=1}^M \left[\sum_{i=1,3} A_i (u_i^m - u_i^{*m})^2 + \sum_{i=1,2} B_i (e_i^m - e_i^{*m})^2 \right] \right\}_k \quad (6)$$

(A_i, B_i — весовые коэффициенты; $u_i^m, e_i^m, u_i^{*m}, e_i^{*m}$ — характерные расчетные и экспериментальные значения перемещений, осевых и окружных деформаций, выбранные на временных осциллограммах; K — число точек, в которых определяются экспериментальные значения перемещений и деформаций).

Таким образом, получена классическая задача нелинейного программирования: требуется найти значения компонент вектора управляемых параметров $\mathbf{E} = (e_1, e_2, \dots, e_r)^T$, которым соответствует минимальное значение целевой функции $C(\mathbf{E}^*) = \min C(\mathbf{E})$ в области допустимых значений $D = \{\mathbf{E}: f(\mathbf{E}) \leq 1, \mathbf{E} \in \Pi\}$, принадлежащей области поиска параметров $\Pi = \{\mathbf{E}: e_j^- \leq e_j \leq e_j^+, j = \overline{1, r}\}$. Границы области поиска e_j^-, e_j^+ определяются условиями устойчивости материала.

При разработке метода глобальной оптимизации целевой функции необходимо учитывать наличие у нее многих экстремумов и большую размерность. Поэтому для нахождения глобального минимума разработан подход, основанный на использовании метода глобального анализа чувствительности и эволюционного вероятностного глобального метода оптимизации, основанного на генетическом алгоритме. Анализ чувствительности целевой функции по переменным проектирования базируется на теории глобальных показателей чувствительности для изучения нелинейных математических моделей [7]. Ниже используются одномерные показатели чувствительности S_i , которые позволяют ранжировать переменные e_i : чем больше S_i , тем более существенное влияние оказывает переменная e_i . Глобальный анализ чувствительности позволяет определить поведение целевой функции (6) во всей области допустимых значений проектных переменных, количественно оценить влияние отдельных проектных переменных и выделить существенные и несущественные проектные переменные.

Разработанные алгоритмы вычисления глобальных показателей чувствительности и поиска глобального минимума целевой функции могут быть использованы для расчетов с помощью многопроцессорных вычислительных систем. Распараллеливание алгоритма реализуется через распределение независимых вычислений значений целевой функции для каждого случайного набора искомых параметров с использованием стандартного интерфейса обмена данными MPI (message passing interface). Применение параллельного кода решения задач идентификации на 640 процессорах позволяет уменьшить время расчета более чем в 400 раз по сравнению с временем расчета при последовательном вычислении.

3. Тестирование метода решения задач идентификации. В тестовой задаче в качестве экспериментальной информации использовались результаты решения прямой задачи динамического деформирования двухслойной металлопластиковой цилиндрической оболочки с заданными параметрами определяющих соотношений для стального и композитного материалов слоев оболочки.

Оболочка имела следующие геометрические параметры: радиус $R = 0,1$ м, толщина $h = h_1 + h_2$ (толщина металлического слоя $h_1 = 0,00175$ м, толщина композитного слоя $h_2 = 0,016$ м), длина $L = 0,4$ м. Кроме того, оболочка имела следующие материальные параметры, входящие в физические соотношения для композитного слоя: $E_{11}^0 = E_{33}^0 = 19$ ГПа, $E_{22}^0 = 33$ ГПа, $G_{13} = 3,69$ ГПа, $E_{11}^\infty = E_{33}^\infty = 15,2$ ГПа, $E_{22}^\infty = 26,4$ ГПа, $G_{13}^\infty = 2,952$ ГПа, $\nu_{12} = 0,122$, $\nu_{23} = 0,422$, $\nu_{13} = 0,427$, $\beta = 50\,000$ с⁻¹, $\rho = 1900$ кг/м³ и для металлического слоя: $E = 210$ ГПа, $\nu = 0,3$, $\sigma_* = 0,35$ ГПа, $g = 0,35$ ГПа, $\rho = 7800$ кг/м³. Импульс давления, имитирующий подрыв в центре незакрепленной цилиндрической оболочки сферического заряда взрывчатого вещества (ВВ), задавался эмпирической зависимостью

$$p_3(\alpha_1, t) = \begin{cases} kmq/l^3, & t \leq t_l, \\ 0, & t > t_l, \end{cases} \quad k = \frac{8(3\gamma - 1)}{25(\gamma^2 - 1)},$$

где m — масса заряда ВВ; q — теплотворная способность ВВ; l — расстояние от центра заряда до точки внутренней поверхности оболочки; $t_l = kl/\sqrt{q}$; γ — показатель адиабаты в уравнении состояния ВВ.

Результаты решения задачи для массы заряда $m = 0,062$ кг представлены на рис. 1 в виде временных зависимостей окружных деформаций в четырех точках на внешней поверхности цилиндрической оболочки, смещенных относительно ее плоскости симметрии на величину $\delta = 0; 0,067; 0,134; 0,200$ м.

Наряду с детерминированными осциллограммами окружных деформаций, приведенными на рис. 1, использовались их “зашумленные” аналоги, полученные с учетом случайного 5 %-го разброса характерных значений на исходных осциллограммах. На основе детерминированных и “зашумленных” осциллограмм деформаций строилась целевая функция (6) для решения задач идентификации при следующих ограничениях на искомые параметры вязкоупругого слоя оболочки: 15 ГПа $\leq E_{11}^0 \leq 23$ ГПа, 25 ГПа $\leq E_{22}^0 \leq 50$ ГПа, 15 ГПа $\leq E_{33}^0 \leq 23$ ГПа, 3 ГПа $\leq G_{13}^0 \leq 7$ ГПа, 15 ГПа $\leq E_{11}^\infty \leq 23$ ГПа, 25 ГПа $\leq E_{22}^\infty \leq 50$ ГПа, 15 ГПа $\leq E_{33}^\infty \leq 23$ ГПа, 3 ГПа $\leq G_{13}^\infty \leq 7$ ГПа, $0,10 \leq \nu_{12} \leq 0,45$, $0,10 \leq \nu_{13} \leq 0,45$, $0,10 \leq \nu_{23} \leq 0,45$, 10^4 с⁻¹ $\leq \beta \leq 2 \cdot 10^5$ с⁻¹, $E_{11}^0 \geq E_{11}^\infty$, $E_{22}^0 \geq E_{22}^\infty$, $E_{33}^0 \geq E_{33}^\infty$, $G_{13}^0 \geq G_{13}^\infty$.

В таблице приведены результаты анализа чувствительности целевой функции к искомым параметрам как для детерминированных осциллограмм деформаций, так и для “за-

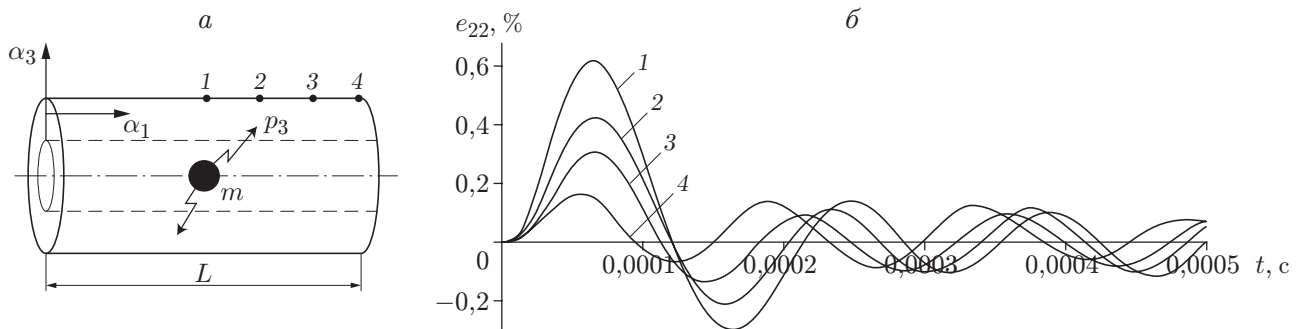


Рис. 1. Схема расположения датчиков (а) и осциллограммы окружных деформаций в четырех точках на внешней поверхности цилиндрической оболочки (б): 1 — $\delta = 0$, 2 — $\delta = 0,067$ м, 3 — $\delta = 0,134$ м, 4 — $\delta = 0,200$ м

Показатели чувствительности и отклонения идентифицируемых параметров

Параметр модели	$S_i, \%$		$\Delta_i, \%$	
	ДО*	ЗО**	ДО	ЗО
E_{11}^0	0,39	0,96	0,51	3,80
E_{22}^0	93,77	92,17	2,71	1,59
E_{33}^0	0,03	0,25	18,28	18,90
G_{13}^0	0,01	0,04	7,85	5,23
E_{11}^∞	0,05	0,28	7,37	7,85
E_{22}^∞	16,40	7,31	0,12	2,44
E_{33}^∞	0,01	0,08	3,79	4,16
G_{13}^∞	0,01	0,02	5,51	9,75
ν_{12}	1,26	1,81	0,75	10,33
ν_{23}	0,09	0,41	0,92	0,23
ν_{13}	0,42	0,95	0,29	16,67
β	0,39	1,10	0,44	13,53

* ДО — детерминированная осциллограмма.

** ЗО — “зашумленная” осциллограмма.

шумленных” аналогов (S_i ($i = 1, \dots, 12$) — полные одномерные показатели чувствительности; $\Delta_i = |(e_i - e_i^*)/e_i^*| \cdot 100 \%$ — отклонения идентифицированных параметров e_i модели от заданных значений e_i^*). Из таблицы следует, что наиболее существенными материальными параметрами являются мгновенный и длительный окружные модули упругости. Мембранные жесткостные характеристики определяются с большей точностью по сравнению с трансверсальными характеристиками. Погрешность определения осциллограмм деформаций не оказывает существенного влияния на значения идентифицированных параметров модели с большими значениями показателя чувствительности S_i . Результаты тестовых расчетов позволяют сделать вывод, что параметры моделей с большими значениями S_i определяются с погрешностью менее 3 %.

4. Результаты решения задач идентификации. В работе [8] приведены результаты экспериментального исследования динамического деформирования однослойной стальной цилиндрической оболочки (радиус $R = 0,096$ м, толщина $h = 0,0075$ м, длина $L = 0,398$ м) при нагружении импульсом давления в результате взрыва ВВ массой $m = 0,203$ кг.

Приведенные в [8] осциллограммы окружных деформаций на внешней поверхности в центральном сечении цилиндрической оболочки использованы при решении задачи идентификации параметров физических соотношений дифференциальной теории пластичности с линейным упрочнением. На основе осциллограмм деформаций строилась целевая функция (6) для решения задачи идентификации при следующих ограничениях на искомые параметры: $150 \text{ ГПа} \leq E \leq 270 \text{ ГПа}$, $0,10 \leq \nu \leq 0,45$, $0,15 \text{ ГПа} \leq g \leq 0,45 \text{ ГПа}$, $0,17 \text{ ГПа} \leq \sigma_* \leq 0,51 \text{ ГПа}$. Предварительно был проведен анализ чувствительности целевой функции к искомым параметрам, результаты которого показали, что наиболее чувствительным параметром является предел текучести.

На рис. 2 приведены осциллограммы окружных деформаций в центральном сечении на внешней поверхности цилиндрической оболочки. Видно, что экспериментальные данные и результаты численных расчетов с идентифицированными параметрами определяющих соотношений хорошо согласуются.

Рассмотрена также задача идентификации вязкоупругих характеристик композитного слоя оболочки с использованием экспериментальных данных, полученных при взрывном

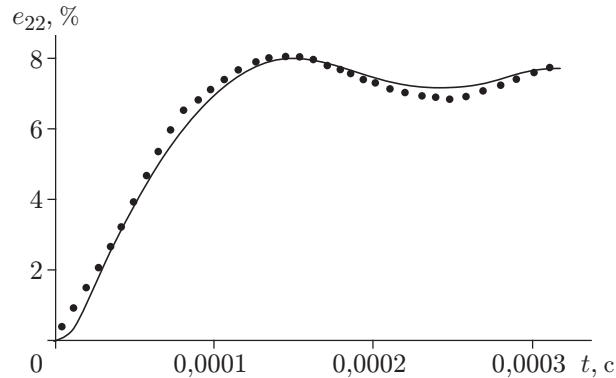


Рис. 2. Оциллограммы окружной деформации в центральном сечении на внешней поверхности оболочки из упругопластического материала ($E = 209,3$ ГПа, $\nu = 0,32$, $g = 0,312$ ГПа, $\sigma_* = 0,34$ ГПа):

точки — результаты эксперимента, сплошная линия — результаты численного расчета с идентифицированными параметрами определяющих соотношений теории течения с линейным упрочнением

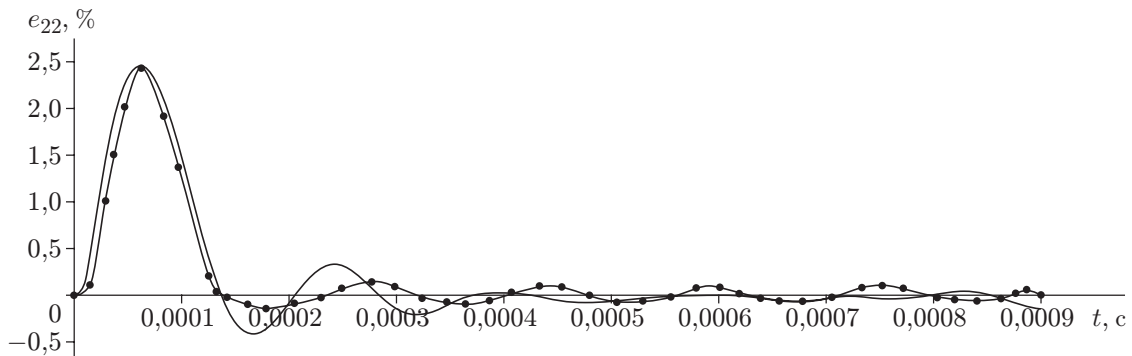


Рис. 3. Оциллограммы окружной деформации в центральном сечении на внешней поверхности оболочки из вязкоупругого материала:

точки — результаты эксперимента, сплошная линия — результаты численного расчета с идентифицированными параметрами модели вязкоупругого деформирования композитного слоя

нагрузении металлопластиковой цилиндрической оболочки ($R = 0,108$ м, $h_1 = 0,0041$ м, $h_2 = 0,0119$ м, $L = 0,4$ м) [9]. Материальные параметры стального слоя определены в результате решения задачи идентификации в рассмотренном выше примере. Оболочка нагружалась импульсом давления при взрыве ВВ массой $m = 0,203$ кг.

На основе оциллограмм деформаций, приведенных в [9], строилась целевая функция (6) для решения задачи идентификации при следующих ограничениях на искомые параметры: $10 \text{ ГПа} \leq E_{11}^0 \leq 23 \text{ ГПа}$, $25 \text{ ГПа} \leq E_{22}^0 \leq 50 \text{ ГПа}$, $10 \text{ ГПа} \leq E_{33}^0 \leq 23 \text{ ГПа}$, $3 \text{ ГПа} \leq G_{13}^0 \leq 7 \text{ ГПа}$, $10 \text{ ГПа} \leq E_{11}^\infty \leq 23 \text{ ГПа}$, $25 \text{ ГПа} \leq E_{22}^\infty \leq 50 \text{ ГПа}$, $10 \text{ ГПа} \leq E_{33}^\infty \leq 23 \text{ ГПа}$, $3 \text{ ГПа} \leq G_{13}^\infty \leq 7 \text{ ГПа}$, $0,10 \leq \nu_{12} \leq 0,45$, $0,10 \leq \nu_{13} \leq 0,45$, $0,10 \leq \nu_{23} \leq 0,45$, $0 \leq \beta \leq 5 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$, $E_{11}^0 \geq E_{11}^\infty$, $E_{22}^0 \geq E_{22}^\infty$, $E_{33}^0 \geq E_{33}^\infty$, $G_{13}^0 \geq G_{13}^\infty$.

Результаты анализа чувствительности целевой функции по искомым параметрам показывают, что наиболее чувствительными параметрами являются мгновенный и длительный окружные модули упругости.

В результате решения задачи идентификации получены следующие параметры модели вязкоупругого деформирования композитного слоя: $E_{11}^0 = 19,1$ ГПа, $E_{22}^0 = 38,6$ ГПа, $E_{33}^0 = 19,0$ ГПа, $G_{13}^0 = 5,3$ ГПа, $E_{11}^\infty = 12,1$ ГПа, $E_{22}^\infty = 27,8$ ГПа, $E_{33}^\infty = 16,1$ ГПа, $G_{13}^\infty = 3,7$ ГПа, $\nu_{12} = 0,41$, $\nu_{23} = 0,16$, $\nu_{13} = 0,38$, $\beta = 216\,798$ с⁻¹. На рис. 3 приведены полученные в эксперименте и в результате численного расчета осциллограммы окружных деформаций в центральном сечении на внешней поверхности металлопластиковой оболочки. Видно, что экспериментальные данные и результаты численных расчетов с идентифицированными параметрами моделей физических соотношений хорошо согласуются.

Заключение. В работе предложен расчетно-экспериментальный метод, позволяющий с приемлемой точностью определять параметры определяющих соотношений при упруго-пластическом деформировании изотропных материалов и вязкоупругом деформировании композитных материалов по результатам анализа динамической реакции металлопластиковых цилиндрических оболочек, выполненных из исследуемых материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федоренко А. Г., Сырунин М. А., Иванов А. Г. Динамическая прочность оболочек из ориентированных волокнистых композитов при взрывном нагружении (обзор) // ПМТФ. 1993. № 1. С. 126–133.
2. Пелех Б. Л. Экспериментальные методы исследования динамических свойств композиционных структур / Б. Л. Пелех, Б. И. Саляк. Киев: Наук. думка, 1990.
3. Демешкин А. Г., Козеко М. Е., Корнев В. М., Кургузов В. Д. Демпфирующие характеристики композитных конструкционных материалов, изготовленных намоткой // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 190–195.
4. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Определение параметров моделей вязкоупругого деформирования композитных цилиндрических оболочек при ударном нагружении // Пробл. прочности и пластичности. 2009. № 71. С. 61–70.
5. Абросимов Н. А., Куликова Н. А. Определение параметров моделей нелинейного деформирования изотропных и композитных материалов по результатам расчетно-экспериментального анализа импульсного нагружения круглых пластин // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 1. С. 163–172.
6. Абросимов Н. А. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций / Н. А. Абросимов, В. Г. Баженов. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 2002.
7. Соболев И. М. Глобальные показатели чувствительности для изучения нелинейных математических моделей // Мат. моделирование. 2005. Т. 17, № 9. С. 43–52.
8. Баталов В. А., Иванов А. Г., Иванова Г. Г. и др. Исследование прочности однослойных и многослойных цилиндрических сосудов при внутреннем динамическом нагружении импульсами различной длительности // ПМТФ. 1978. № 5. С. 152–158.
9. Цыпкин В. И. Деформация и разрушение двухслойных металлопластиковых оболочек при внутреннем импульсном нагружении // Механика композит. материалов. 1987. № 5. С. 833–838.

Поступила в редакцию 8/VI 2015 г.