УДК 621.9.047

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ АНОДА С УЧЕТОМ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРОЛИТА В ЗАДАЧАХ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ РАЗМЕРНОЙ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ

## Л. М. Котляр, Н. М. Миназетдинов

Камский государственный политехнический институт, 423810 Набережные Челны

На основе метода граничных элементов предложен способ определения формы границы анода-детали при заданной форме катода-инструмента в плоских задачах электрохимической размерной обработки металлов. В рамках принятых предположений исходная задача сводится к задаче о фиктивном течении идеальной жидкости со свободными поверхностями. Учет влияния режима обработки и свойств электролита приводит к нелинейному условию на свободной поверхности.

Ключевые слова: электрохимическая обработка металлов, форма границы анода, метод граничных элементов.

Введение. Электрохимическая размерная обработка (ЭХРО) металлов является современным методом изготовления деталей из металлов и сплавов с заданной формой, размерами и качеством поверхности [1]. Метод основан на принципе локального растворения анода — обрабатываемой заготовки в проточном электролите. Роль катода — обрабатываемой поверхности. Скорость электрохимического растворения V металла в соответствии с законом Фарадея определяется выражением  $V = \eta \varepsilon i$ , где  $\eta$  — выход по току для реакций анодного растворения металла; i — плотность тока;  $\varepsilon$  — электрохимический эквивалент металла. Величина выхода по току  $\eta$  учитывает влияние протекающих на анодной поверхности процессов, сопутствующих растворению металла, и равна доле заряда, затраченной только на анодное растворение металла. Электрохимические процессы обеспечиваются прокачкой раствора электролита через межэлектродный промежуток с целью выноса из зоны обработки продуктов реакции (газа, шлама) и выделившегося тепла. Для повышения точности обработки ЭХРО проводится при малом межэлектродном расстоянии (порядка 0,1 мм) за счет подачи катода по направлению растворения с заданной скоростью.

В процессе обработки можно выделить две стадии: 1) обработка заготовки в неустановившемся режиме (при этом закон распределения скорости растворения по обрабатываемой поверхности и локальные межэлектродные расстояния изменяются во времени); 2) обработка в установившемся режиме, когда растворение металла во всех точках на поверхности заготовки происходит с распределением скоростей, обеспечивающим параллельное движение точек анода со скоростью, равной скорости подачи катода.

Модель процесса. Электрохимическая обработка является сложным процессом, который в общем случае описывается системой уравнений движения вязкой многофазной электропроводящей жидкости, уравнениями Максвелла, энергии, конвективной диффузии, состояния газа и зависимостями теплофизических параметров от температуры, давления и состава среды. Математическая модель ЭХРО сводится к определению формы поверхности одного из электродов при заданной форме другого. В том случае, когда заданы форма катода и условия обработки, задача называется прямой. В обратной задаче определяется



Рис. 1. Зависимость выхода по току от анодной плотности тока при обработке стали 5XHM в растворах NaCl и NaNO<sub>3</sub> различной концентрации: a — NaCl (1 - C = 5 %, 2 - C = 10 %, 3 - C = 15 %); 6 — NaNO<sub>3</sub> (1 - C = 10 %, 2 - C = 15 %, 3 - C = 20 %)

форма катода-инструмента, обеспечивающая в определенных условиях обработки получение детали требуемой конфигурации [1].

Трудность решения данной задачи обусловлена тем, что граница обрабатываемой поверхности неизвестна. В связи с этим в качестве первого приближения в теоретическом анализе процесса ЭХРО используется модель идеального процесса. Основные допущения модели и их подробное обоснование приведены в работе [1]. Согласно этой модели при ЭХРО постоянным током электрическое поле в межэлектродном промежутке можно считать потенциальным, т. е.  $\boldsymbol{E} = -\operatorname{grad} u (\boldsymbol{E} - \operatorname{bektop}$  напряженности электрического поля; u — потенциал электрического поля). В идеальном процессе ЭХРО электрическое поле может быть описано уравнением Лапласа  $\nabla^2 u = 0$ . Значения потенциала  $u_a$ ,  $u_k$  на поверхности анода и катода постоянные [1].

При выполнении необходимых условий после длительного времени обработки поверхность принимает определенную, постоянную во времени форму, которую называют установившейся или стационарной. В стационарном режиме форма обрабатываемой поверхности в подвижной системе координат, связанной с катодом, не изменяется. Это означает, что поверхность анода перемещается вместе с катодом с постоянной скоростью  $V_k$ . В этом случае линейная скорость анодного растворения  $V_a = \eta \varepsilon i / \rho$  по нормали к поверхности анода в любой точке анода равна

$$V_a = V_k \cos \theta = (V_k, n_a). \tag{1}$$

Здесь  $\theta$  — угол между вектором скорости подачи катода  $V_k$  и единичным вектором внешней нормали к аноду  $n_a$ . Из условия (1) установившееся распределение плотности тока iна стационарной анодной границе можно определить следующим равенством:

$$\eta(i_a)i_a = (\rho V_k/\varepsilon)\cos\theta,\tag{2}$$

где  $i_a$  — анодная плотность тока;  $\rho$  — плотность материала анода. Выход по току  $\eta$  зависит от различных параметров процесса, главным образом, от анионного состава и концентрации электролита, химического состава и твердости металла, плотности тока. В условии (2) учитывается, что  $\eta$  является функцией i.

На рис. 1 представлены зависимости выхода по току от анодной плотности тока при обработке стали 5XHM в растворах NaCl и NaNO<sub>3</sub> различной концентрации C, полученные в экспериментах [2]. Из рис. 1 следует, что для указанных электролитов зависимость  $\eta(i_a)$ описывается уравнением гиперболы

$$\eta = a_0 + a_1/i_a. \tag{3}$$

Таблица 1

NaCl		NaNO <sub>3</sub>		
C, %	k	C, %	k	
5	0,989	10	-1	
10	0,972	15	-0,985	
15	0,951	25	-0,983	

Таблица 2

NaCl			$NaNO_3$		
C, %	a	b	C, %	a	b
5	-0,301	2,401	10	0,210	1,280
10	-0,205	1,865	15	$0,\!141$	$1,\!104$
15	-0,127	1,467	25	0,077	0,931

Здесь  $a_0, a_1$  — постоянные коэффициенты. Для экспериментальных данных, представленных на рис. 1, найдены значения коэффициента корреляции Пирсона k (табл. 1).

Подставляя (3) в (2), получим

$$i_a = -a_1/a_0 + \left(\rho V_k/(a_0\varepsilon)\right)\cos\theta. \tag{4}$$

В модели идеального процесса плотность тока определяется законом Ома  $i = \mathscr{B}E = -\mathscr{B}$  grad u, где  $\mathscr{B}$  — удельная электропроводность среды. Тогда на поверхности анода справедливо равенство  $i_a = -\mathscr{B}\partial u/\partial n_a$ .

Перейдем к безразмерным переменным  $\psi = (u - u_k)/(u_a - u_k)$ ,  $n = n_a/H$  (H — характерный размер). Тогда условие (4) принимает вид

$$-x\frac{u_a - u_k}{H}\frac{\partial\psi}{\partial n} = -\frac{a_1}{a_0} + \frac{\rho V_k}{a_0\varepsilon}\cos\theta.$$
(5)

Введем в рассмотрение характерную плотность тока  $i_0 = \rho V_k / \varepsilon$ , которая согласно (2) соответствует анодной плотности тока в случае параллельных границ электродов в стационарном режиме ЭХРО с выходом по току, равным единице, и подаче, перпендикулярной этим границам. Характерную длину определим выражением

$$H = \mathscr{R}(u_a - u_k)/i_0. \tag{6}$$

Расстояние H определяет ширину межэлектродного промежутка при выполнении условий, указанных выше для характерной плотности тока. С учетом (6) условие стационарности (5) примет вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{a_1}{a_0 i_0} - \frac{1}{a_0} \cos \theta. \tag{7}$$

С учетом условия (7) в модели идеального процесса задача ЭХРО в безразмерном виде сводится к поиску одной из неизвестных границ в следующей задаче. Функция  $\psi$ , соответствующая потенциалу электрического поля, удовлетворяет уравнению Лапласа в межэлектродном промежутке

$$\nabla^2 \psi = 0.$$

На границах электродов выполняются условия

$$\psi_a = 1, \qquad \psi_k = 0.$$



Рис. 2. Геометрия катода-инструмента

На границе анода выполняется условие стационарности

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = -(a + b\cos\theta), \qquad a = -\frac{a_1}{a_0 i_0}, \qquad b = \frac{1}{a_0}.$$

Коэффициенты *a* и *b* определяются на основе экспериментальных данных, представленных на рис. 1. Результаты расчета при  $i_0 = 100 \text{ A/cm}^2$  представлены в табл. 2. На электроизолированных участках выполняется условие непроницаемости электрического тока

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0. \tag{8}$$

При постановке и решении задач ЭХРО используется гидродинамическая аналогия [3] электрического поля, согласно которой плоское потенциальное электрическое поле заменяется фиктивным течением идеальной несжимаемой жидкости. Если ввести комплексный потенциал электростатического поля  $W = \varphi + i\psi$ , где  $\psi$  — безразмерный потенциал электрического поля, то получим  $\partial \psi / \partial n = V$  вдоль линии  $\psi$  = const (в случае гидродинамической интерпретации задач ЭХРО V — вектор скорости фиктивного потока идеальной несжимаемой жидкости). Согласно принятой в гидродинамике терминологии задача определения формы анода называется задачей со свободной границей.

Постановка задачи. Рассмотрим плоскую задачу стационарной электрохимической обработки катодом-инструментом, состоящим из прямолинейных участков и полукругового цилиндрического выступа радиуса R (рис. 2). Движение катода осуществляется в отрицательном направлении оси ординат. Область межэлектродного промежутка ограничена анодной границей  $\Gamma_1$  и границей катода  $\Gamma_3$ . При выполнении численного расчета втекающий и вытекающий потоки фиктивного течения отрезаются под прямым углом к начальному направлению скорости на некоторых конечных расстояниях от выступа. Линиям среза соответствуют участки втекания  $\Gamma_4$  и вытекания  $\Gamma_2$ . Анодная граница  $\Gamma_1$  неизвестна, и ее положение должно быть определено в ходе решения задачи.

Задача сводится к решению уравнения Лапласа для безразмерного потенциала  $\psi$  электростатического поля. На границах области функция  $\psi$  удовлетворяет следующим условиям:  $\partial \psi / \partial n = -(a + b \cos \theta)$  на границе  $\Gamma_1 (\theta$  — угол между вектором скорости фиктивного течения и осью абсцисс),  $\psi = 0$  на границе  $\Gamma_3$ ,  $\partial \psi / \partial n = 0$  на линиях среза  $\Gamma_4$  и  $\Gamma_2$ . Последнее условие означает отсутствие составляющей скорости, нормальной к главному направлению течения.

Для решения задачи используется метод граничных элементов [4]. Анодная граница определяется в соответствии с итерационными алгоритмами построения свободной поверхности, рассмотренными в работе [5]. В основу метода положено условие, что анодная граница является линией тока фиктивного течения идеальной жидкости. При численном расчете задачи начальное положение анодной границы задается произвольно. Во всех узловых точках анода принимается условие  $\partial \psi / \partial n = -(a + b \cos \theta)$ . Найденное для каж-



Рис. 3. Результаты расчета анодных границ: 1, 3 — NaCl (1 — C = 10 %, 3 — C = 15 %); 2, 4, 5 — NaNO<sub>3</sub> (2 — C = 10 %, 4 — C = 15 %, 5 — C = 25 %)



Рис. 4. Геометрия двухсекционного катода-инструмента

дой узловой точки анода значение потенциала сравнивается со значением  $\psi_a = 1$ . Задача считается решенной, если разность между этими значениями меньше, чем заданная погрешность. В противном случае путем итераций подбирается такое положение анодной границы, при котором достигается требуемая точность.

**Результаты расчетов.** Задача решается в безразмерных переменных. Варьируемыми параметрами задачи являются радиус выступа R и параметры a, b. Величина межэлектродного зазора в сечениях  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_4$  определяется по формуле

$$h = 1/(a+b).$$
 (9)

На рис. 3 приведены результаты расчета при R = 1 для стали 5XHM в растворах NaCl, NaNO<sub>3</sub> различной концентрации (см. табл. 2).

Электрохимическое формообразование секционным катодом. Использование секционных катодов позволяет обрабатывать детали с большими поверхностями, например ковочные штампы. Рассмотрим плоскую задачу стационарной электрохимической обработки двухсекционным катодом-инструментом (рис. 4). Граница катода состоит из прямолинейных участков  $\Gamma_3$  и  $\Gamma_5$ , которые являются границами секций, участок  $\Gamma_4$  соответствует границе изоляции между секциями. Область межэлектродного промежутка ограничена анодной границей  $\Gamma_1$ , границей катода и участками втекания  $\Gamma_6$  и вытекания  $\Gamma_2$  фиктивного течения. Вектор  $V_k$  указывает направление подачи катода. На границах области функция  $\psi$  удовлетворяет следующим условиям:  $\partial \psi / \partial n = -(a+b\cos\theta)$  на границе  $\Gamma_1$ ,  $\psi = 0$  на границе  $\Gamma_3$  и  $\Gamma_5$ ,  $\partial \psi / \partial n = 0$  на линиях среза  $\Gamma_2$  и  $\Gamma_6$ . На участке  $\Gamma_4$  выполняется условие (8).

Варьируемыми параметрами задачи являются безразмерная длина L участка  $\Gamma_4$  и параметры a, b. Величина торцевого зазора в сечениях  $\Gamma_6$  и  $\Gamma_2$  определяется по форму-



Рис. 5. Результаты расчета анодных границ для двухсекционного катодаинструмента (обозначения те же, что на рис. 3)

ле (9). На рис. 5 приведены результаты расчета при L = 1 для растворов NaCl и NaNO<sub>3</sub> различной концентрации (см. табл. 2).

Заключение. В работе реализована предложенная в [1] двумерная математическая модель идеального процесса ЭХРО с учетом конкретной зависимости выхода по току от анодной плотности тока. Получены стационарные формы анода для двух конфигураций катода-инструмента. Результаты расчетов показывают, что повышение концентрации электролита при прочих равных условиях приводит к ускорению анодного растворения металла.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Давыдов А. Д., Козак Е.** Высокоскоростное электрохимическое формообразование. М.: Наука, 1990.
- Седыкин Ф. В., Орлов Б. П., Матасов В. Ф. Исследование анодного выхода по току при электрохимической обработке с применением постоянного и импульсного напряжения // Технология машиностроения. 1975. Вып. 39. С. 3–7.
- 3. Каримов А. Х., Клоков В. В., Филатов Е. И. Методы расчета электрохимического формообразования. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990.
- 4. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987.
- 5. Афанасьев К. Е., Стуколов С. В. О наличии трех решений при обтекании препятствий сверхкритическим установившимся потоком тяжелой жидкости // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 1. С. 27–35.

Поступила в редакцию 7/VI 2002 г., в окончательном варианте — 15/X 2002 г.