

УДК 532.526

## НЕЛИНЕЙНЫЕ МЕХАНИЗМЫ НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА ПРИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

А. Н. Шиплюк, Д. А. Бунтин, А. А. Маслов, Н. Чокани\*

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

\* Государственный университет штата Северная Каролина, 27695 Релей, США

Методом биспектрального анализа исследовалось слабонелинейное развитие волн в осесимметричном гиперзвуковом пограничном слое. Найден тип нелинейного взаимодействия, ранее не наблюдавшийся в таких течениях. Показана возможность субгармонического резонанса второй моды на нелинейной стадии перехода. Наблюдалась обнаруженная ранее нелинейная генерация гармоники основной волны второй моды возмущений.

Ключевые слова: гиперзвук, пограничный слой, нелинейное взаимодействие, биспектральный анализ, бикогерентность.

**Введение.** Знание положения ламинарно-турбулентного перехода имеет большое значение для самолето- и ракетостроения, поскольку поверхностное трение и теплообмен аппарата с окружающей средой существенно зависят от режима течения в пограничном слое. Нелинейная стадия перехода является завершающей и следует за стадией восприимчивости (когда пульсации внешнего потока преобразуются в собственные колебания пограничного слоя) и стадией линейного развития возмущений (описываемой линейной теорией устойчивости). Нелинейное взаимодействие ведет к образованию фазово-связанных волн, что в результате приводит к стохастизации ламинарного потока, проявляющейся в перераспределении энергии в спектре мощности пульсаций течения. Установлено, что при дозвуковых скоростях одним из основных типов нелинейного взаимодействия на начальной стадии нелинейности является субгармонический (параметрический) резонанс [1, 2]. При данном типе взаимодействия нелинейно усиливается волна с частотой, равной половине частоты основной волны (субгармоника).

В [3] показано, что субгармонический резонанс является основным механизмом в слабонелинейной области перехода в сверхзвуковом пограничном слое. При до- и сверхзвуковых скоростях исследовалось развитие волн первой моды, которая имеет вихревую природу и является доминирующей вплоть до чисел Маха  $M \approx 4$  [4]. В экспериментах применялся метод искусственных волновых пакетов [5, 6], который позволил подробно исследовать волновые процессы в пограничном слое.

При анализе естественных возмущений эффекты нелинейности можно выявить несколькими способами. Одним из наиболее распространенных является статистический метод. В нем используется то обстоятельство, что близость распределения пульсаций сигнала к распределению Гаусса (в общем случае симметричность распределения) означает

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 02-01-00141), Международного фонда INTAS (грант № 2000-0007) и Отдела научных исследований ВВС США (грант № F49620-01-0105).

линейность процесса (линейную независимость гармоник, составляющих сигнал), а любое существенное отклонение от нормального распределения отражает его нелинейность [7, 8]. Недостаток статистического метода заключается в том, что он не позволяет получить конкретные характеристики нелинейного процесса. Для того чтобы не только выявить эффект нелинейности, но и определить, какие волны являются нелинейно-связанными, а также найти степень этой связи, применяется биспектральный анализ (но только для квадратичной нелинейности). В работе [9] оба метода применялись для исследования нелинейной стадии ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковом пограничном слое плоской пластины. При этом результаты статистического и биспектрального анализа хорошо согласуются.

В работах [8, 10] метод биспектрального анализа применялся для исследования нелинейного взаимодействия волн в слабнонелинейной области перехода в гиперзвуковых пограничных слоях, где доминирующими являются двумерные (волновой вектор параллелен направлению потока) возмущения второй моды, имеющие акустическую природу [4]. При исследовании перехода при гиперзвуковых скоростях наблюдался отличный от до- и сверхзвукового случаев тип нелинейного взаимодействия — генерация гармоники основной волны (волны с частотой, в два раза большей частоты основной волны) [8, 10, 11]. Доказательств присутствия субгармонического резонанса не обнаружено.

Известно, что ламинарно-турбулентный переход в аэродинамических установках может происходить по-разному из-за различного уровня и спектрального состава шума в набегающем потоке. Поэтому необходимо проводить эксперименты в разных аэродинамических трубах, чтобы убедиться в том, что обнаруженное явление представляет собой особенность данного типа течения, а не конкретной установки. Данные работ [8, 10] получены при различных средних и пульсационных параметрах набегающего потока, и анализ результатов измерений свидетельствует о присутствии одного и того же механизма нелинейности — генерации гармоники основной волны. Однако имеющихся данных недостаточно, чтобы сделать окончательные выводы о механизмах нелинейного развития возмущений при гиперзвуковых скоростях.

Целью настоящей работы является получение методом биспектрального анализа дополнительных экспериментальных данных о развитии возмущений в слабнонелинейной области перехода в гиперзвуковых пограничных слоях.

**1. Экспериментальное оборудование.** Эксперименты проводились в гиперзвуковой аэродинамической трубе баллонно-эжекторного типа Т-326 Института теоретической и прикладной механики СО РАН при числе Маха набегающего потока  $M_\infty = 5,95$ , единичном числе Рейнольдса  $Re_{1\infty} = 11,9 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ , давлении в форкамере  $P_0 = 10^6 \text{ Па}$  и температуре в форкамере  $T_0 = 390 \text{ К}$ . В ходе эксперимента значения параметров  $P_0$  и  $T_0$  поддерживались постоянными с погрешностью 0,06 % и 0,25 % соответственно. Характеристики набегающего потока  $M_\infty$ ,  $Re_{1\infty}$  определялись по измеренным значениям  $P_0$ ,  $T_0$  и известной зависимости  $M_\infty = f(P_0)$ , полученной при исследовании поля течений в рабочей части трубы Т-326. Пульсации массового расхода  $\rho u$  ( $\rho$  — плотность;  $u$  — скорость потока) измерялись термоанемометром постоянного тока, работающим в диапазоне частот 0 ÷ 600 кГц. Применялись одноточечные датчики длиной 1 мм, изготовленные из вольфрамовой проволоки диаметром 5 мкм.

Пульсации массового расхода измерялись в слое, где их значения максимальны [12]. Погрешность перемещения датчика термоанемометра поперек пограничного слоя 0,01 мм. Координата  $x$  отсчитывалась вдоль образующей конуса от носика модели, погрешность перемещения вдоль оси  $x$  составляла 0,02 мм.

В ходе эксперимента переменная составляющая электрического сигнала с выхода термоанемометра при помощи 12-битного АЦП записывалась в память персонального компью-

тера. Для получения спектров пульсаций переменный сигнал оцифровывался с частотой 5 МГц, что позволяло анализировать сигналы до частоты 2,5 МГц. Однако в силу ограниченности спектрального диапазона термоанемометра использовались данные из диапазона менее 600 кГц.

Модель представляла собой острый стальной конус длиной 0,5 м с полууглом раствора  $7^\circ$ . Радиус затупления носика модели не превышал 0,1 мм. Модель устанавливалась под нулевым углом атаки (погрешность составляла  $0,06^\circ$ ).

**2. Биспектральный анализ.** Определение биспектра можно пояснить, используя аналогию со спектром мощности сигнала. Спектр мощности есть преобразование Фурье от автокорреляционной функции:

$$P(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{2x}(\tau) \exp(-i2\pi f\tau) dt = X^*(f)X(f),$$

где  $R_{2x}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau) dt$  — автокорреляционная функция или кумулянт (момент) второго порядка;  $X(f)$  — фурье-преобразование сигнала  $x(t)$ ; индекс “\*” означает комплексное сопряжение.

Биспектр есть двойное преобразование Фурье от автокорреляционной функции второго порядка [13]:

$$B(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{3x}(\tau, \lambda) \exp(-i2\pi f_1\tau) \exp(-i2\pi f_2\lambda) d\tau d\lambda = X^*(f_1 + f_2)X(f_1)X(f_2),$$

где  $R_{3x}(\tau, \lambda) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)x(t+\lambda) dt$  — кумулянт третьего порядка.

Поскольку амплитуда биспектра зависит от амплитуды волн, биспектр обычно нормируют на спектр мощности, получая спектр бикогерентности

$$\text{bic}^2(f_1, f_2) = \frac{|B(f_1, f_2)|^2}{P(f_1)P(f_2)P(f_1 + f_2)}.$$

Амплитуду бикогерентности можно интерпретировать как вклад энергии нелинейного взаимодействия в энергию волны с частотой  $f_1 + f_2$  или как степень квадратичной связи по фазе волн  $f_1, f_2, f_3 = f_1 + f_2$ . Амплитуда бикогерентности ограничена значениями 0 (что соответствует совершенно независимым волнам) и 1 (что соответствует полностью связанным волнам).

На практике для получения хорошего отношения сигнал/шум для амплитуд бикогерентности используют осреднение. При этом оцифрованный сигнал разбивают на  $M$  отрезков, для каждого отрезка вычисляют биспектр и спектр мощности и после осреднения по  $M$  вычисляют бикогерентность

$$\text{bic}^2(f_1, f_2) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |B_i(f_1, f_2)|^2 \left[ \frac{1}{M^3} \sum_{i=1}^M P_i(f_1) \sum_{i=1}^M P_i(f_2) \sum_{i=1}^M P_i(f_1 + f_2) \right]^{-1}.$$

Условие фазовой связи трех волн  $f_1, f_2, f_3$  записывается следующим образом:

$$f_3 = f_1 + f_2, \quad \varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2.$$

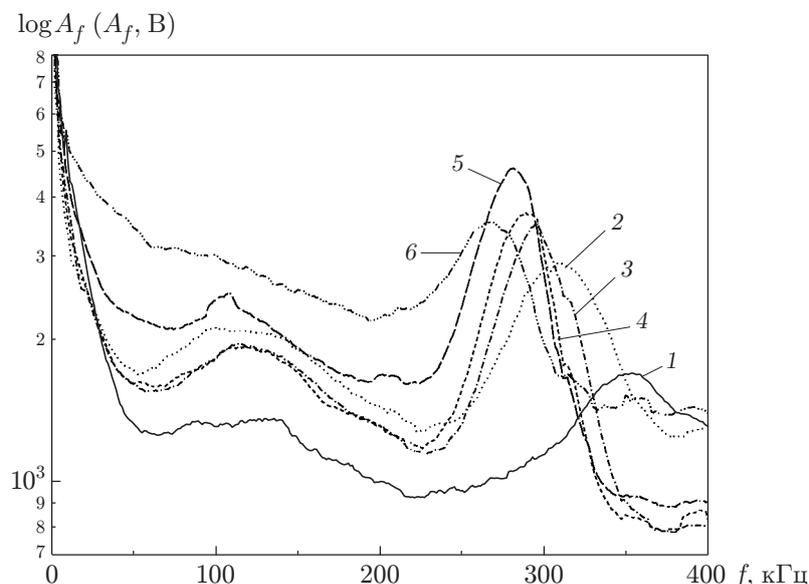


Рис. 1. Фурье-спектр сигнала  $A_f$  в слое максимальных пульсаций:  
 1 —  $x = 200$  мм; 2 —  $x = 245$  мм; 3 —  $x = 269$  мм; 4 —  $x = 286$  мм; 5 —  $x = 304$  мм;  
 6 —  $x = 315$  мм

Если волны статистически независимы, то все фазы являются случайными величинами и при осреднении амплитуда бикогерентности стремится к нулю. Если же волны удовлетворяют указанным выше условиям, то амплитуда бикогерентности стремится к единице.

В силу свойств симметрии биспектра (и бикогерентности) достаточно знать его значение в треугольнике  $(0, 0)$ ,  $(f_N, 0)$ ,  $(f_N/2, f_N/2)$ , где  $f_N$  — частота Найквиста (подробнее об этом см. [13]). В данной работе графики представлены в области  $0 < f_1 < 600$  кГц,  $0 < f_2 < 600$  кГц (верхний предел связан с частотным диапазоном термоанемометра), предоставляя избыточную информацию (графики симметричны относительно линии  $f_1 = f_2$ ). Такое представление, по мнению авторов, улучшает восприятие данных. Отметим, что если на графике наблюдается пик на пересечении частот  $(f_1, f_2)$ , это означает, что нелинейно-связанными являются волны с частотами  $f_1, f_2, f_3 = f_1 + f_2$ . Однако в спектре бикогерентности отсутствуют сведения о том, каким именно является взаимодействие:  $f_3 - f_1 \rightarrow f_2, f_3 - f_2 \rightarrow f_1$  или  $f_1 + f_2 \rightarrow f_3$ . Для корректной интерпретации данных необходим физический анализ или дополнительная информация (например, фурье-спектр сигнала).

В данной работе для расчетов спектров бикогерентности использовались реализации длиной  $2^{17}$  отсчетов. Для осреднения реализация разбивалась на 512 отрезков, в каждом по 256 отсчетов. Разрешение по частоте для спектров бикогерентности составляет 20 кГц.

**3. Результаты и их обсуждение.** На рис. 1 показаны фурье-спектры сигнала для шести сечений по координате  $x$ . Четко выделяются две области с центрами при  $f \approx 110$  кГц и  $f \approx 350 \div 270$  кГц, которые соответствуют возмущениям первой (вихревой) и второй (акустической) мод. Амплитуда волн второй моды больше амплитуды первой, поскольку возмущения второй моды являются более неустойчивыми для данного типа течений.

На рис. 2 для тех же сечений показаны спектры бикогерентности (штриховая линия — линия симметрии графика; сплошная линия задается уравнением  $f_1 + f_2 = f_{II}$ , где  $f_{II}$  — частота локального максимума в фурье-спектре сигнала, соответствующего второй моде возмущений; изолинии изображены начиная с уровня 0,03 с шагом 0,021).

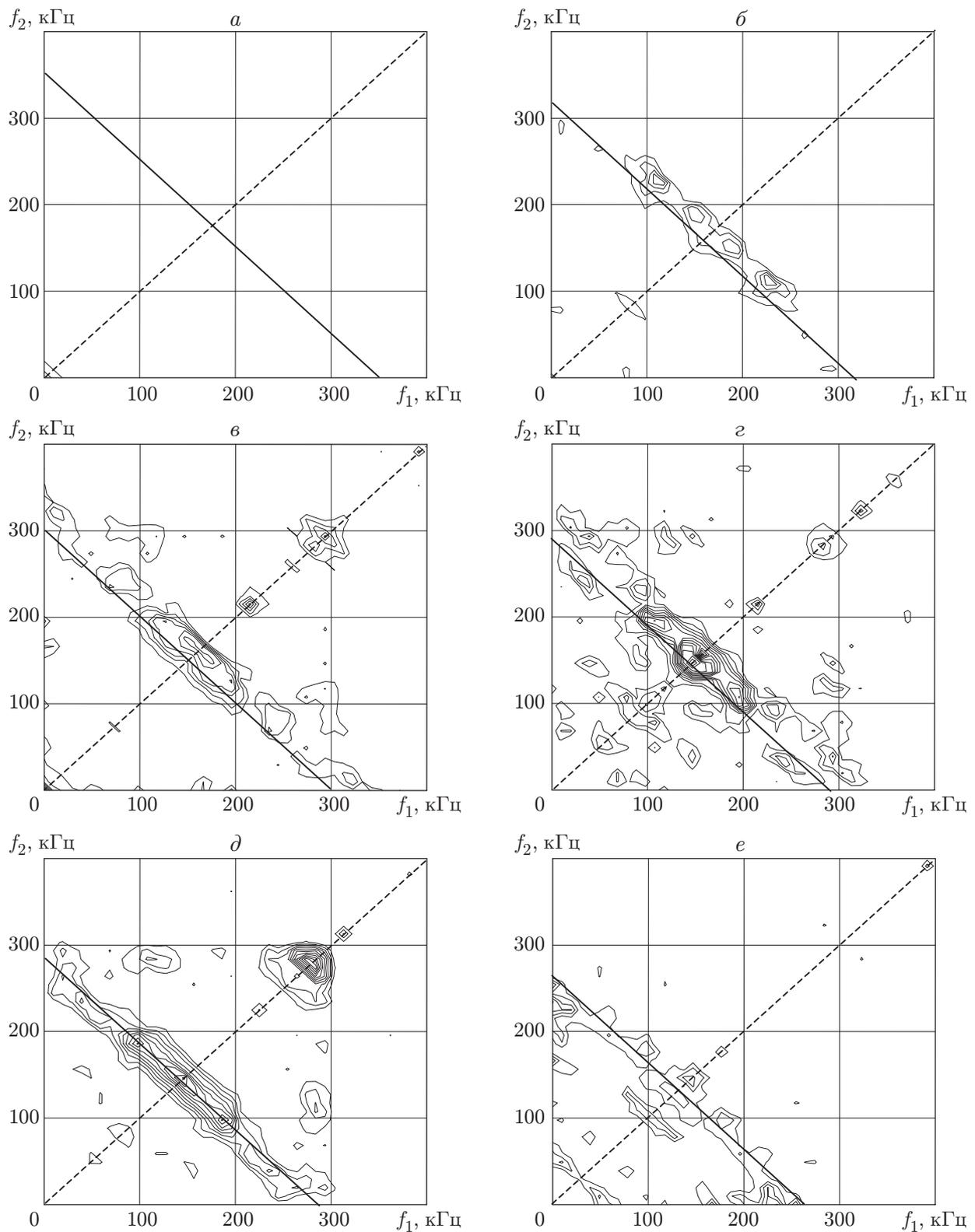


Рис. 2. Спектр бикогерентности сигнала в слое максимальных пульсаций:  
 сплошные линии —  $f_1 + f_2 = f_{II}$ , штриховые —  $f_1 = f_2$ ; *a* —  $x = 200$  мм; *б* —  $x = 245$  мм;  
*в* —  $x = 269$  мм; *г* —  $x = 286$  мм; *д* —  $x = 304$  мм; *е* —  $x = 315$  мм

В первом сечении  $x = 200$  мм ( $Re = Re_{1e} x = 3,17 \cdot 10^6$ , где  $Re_{1e}$  — единичное число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам на границе пограничного слоя) в спектре бикогерентности пиков не наблюдается ( $bic^2 < 0,03$ ), т. е. возмущения развиваются линейно (рис. 2,а).

Начиная с сечения  $x = 245$  мм ( $Re = 3,87 \cdot 10^6$ ) появляются нелинейно-связанные волны (рис. 2,б). Взаимодействие происходит в широком диапазоне частот вдоль линии  $f_1 + f_2 \approx 335$  кГц. Суммарная частота взаимодействия лежит несколько выше, чем центр частотного пакета второй моды  $f_{II} \approx 320$  кГц (см. рис. 1), но в пределах частотного разрешения. Таким образом, фазово-связанными являются три волны:  $f_1, f_2, f_3 = f_1 + f_2 \approx f_{II}$ . Выделившийся пик  $(f_1, f_2) = (110 \text{ кГц}, 230 \text{ кГц}) \approx (f_I, f_{II} - f_I)$  ( $f_I$  соответствует центру частотного пакета первой моды) заметен во всех сечениях вниз по потоку, кроме сечения  $x = 269$  мм ( $Re = 4,24 \cdot 10^6$ ) (рис. 2,в). По-видимому, образование этого пика связано с тем, что в фурье-спектре в окрестности  $f \approx 110$  кГц наблюдается локальный максимум (см. рис. 1). В сечении  $x = 269$  мм амплитуда бикогерентности возрастает, взаимодействие происходит также вдоль линии, однако линия немного смещена в область низких частот  $f_1 + f_2 \approx f_{II} \approx 320$  кГц. Такое же смещение наблюдается и в других сечениях (рис. 2,г-е), что связано с уменьшением частоты второй моды вниз по потоку (это видно на фурье-спектрах). Четко выделяется центр взаимодействия — локальный максимум на частоте  $(f_{II}/2, f_{II}/2)$ , который прослеживается вплоть до сильнонелинейной области (рис. 2,е). Выделение субгармоники второй моды (более заметное в последующих сечениях), синхронизированной с основной волной, является одним из признаков субгармонического резонанса. Однако это может быть просто комбинационное взаимодействие, когда не все условия резонанса выполнены. Заметим, что для существования резонанса необходимо выполнение равенств

$$f_{1/2,1} + f_{1/2,2} = f_0, \quad \varphi_0 = \varphi_{1/2,1} + \varphi_{1/2,2}$$

( $f_0$  — частота основной волны;  $f_{1/2}$  — частота волны субгармоники) и условия на волновые числа

$$\alpha_{1/2,1} + \alpha_{1/2,2} = \alpha_0, \quad \beta_{1/2,1} + \beta_{1/2,2} = \beta_0$$

( $\alpha$  — продольное,  $\beta$  — поперечное (в данном случае окружное) волновые числа). Проверить выполнение последних двух равенств в настоящей работе не представляется возможным, поэтому точно сказать, является ли данное взаимодействие резонансным или просто комбинационным, можно лишь проведя дополнительные исследования. Однако известно, что продольная фазовая скорость волн второй моды слабо зависит от угла наклона волны [14], поэтому условие  $\alpha_{1/2} + \alpha_{1/2} = \alpha_0$  должно выполняться для волн в широком диапазоне углов. Поскольку в данном случае  $\beta_0 = \beta_{II} = 0$  (вследствие двумерности наиболее неустойчивых возмущений второй моды), то  $\beta_{1/2,1} = -\beta_{1/2,2}$ , что соответствует паре симметричных волн. Таким образом, взаимодействующий волновой триплет близок к триплету, наблюдавшемуся при дозвуковых скоростях [1].

Наличие широкого частотного диапазона взаимодействующих волн не противоречит существованию резонанса. Так, в случае дозвуковых скоростей субгармонический резонанс существовал с расстройкой по частоте  $f_{1/2} \pm \Delta f$  вплоть до  $\Delta f = f_{1/2}$  [1], и фазовый синхронизм волн, участвующих в резонансе, наблюдался в широком диапазоне частот вплоть до частоты основной волны  $f_0$  [15].

В сечении  $x = 269$  мм (рис. 2,в) появляется новый тип взаимодействия на частоте  $(f_1, f_2) = (300 \text{ кГц}, 300 \text{ кГц}) \approx (f_{II}, f_{II})$ , т. е. за счет нелинейных механизмов происходит генерация гармоники волн второй моды:  $(f_1 \approx f_{II}) + (f_2 \approx f_{II}) \rightarrow (f_3 \approx 2f_{II})$ . Данный тип взаимодействия наблюдался ранее и описан в работах [8, 10]. В последующих сечениях уровень бикогерентности продолжает расти и при  $x = 287$  мм ( $Re = 4,53 \cdot 10^6$ )

(рис. 2, *з*) достигает максимального значения  $\text{bic}^2 \approx 0,35$ . Линия взаимодействия еще сильнее смещается в область низких частот  $f_1 + f_2 \approx 290$  кГц. Появляются новые области фазово-связанных волн вокруг линии взаимодействия, а также в области низких частот. В частности, можно выделить следующие пики:  $(f_1, f_2) = (110 \text{ кГц}, 110 \text{ кГц}) \approx (f_I, f_I)$  — взаимодействие волн первой моды с волнами, имеющими частоту, приблизительно равную  $2f_I$ ;  $(f_1, f_2) = (45 \text{ кГц}, 145 \text{ кГц}) \approx (f_I/2, f_{II}/2)$  — синхронизация по фазе субгармоник первой и второй мод с волной суммарной частоты 200 кГц;  $(f_1, f_2) = (55 \text{ кГц}, 55 \text{ кГц}) \approx (f_I/2, f_I/2)$  — взаимодействие субгармоники первой моды с основной волной первой моды. Рассмотренный механизм взаимодействия, по-видимому, аналогичен обнаруженному при сверхзвуковых скоростях [3].

В следующем сечении ( $x = 304$  мм) амплитуда взаимодействия  $f_{II} + f_{II} \rightarrow 2f_{II}$  максимальна ( $\text{bic}^2 \approx 0,26$ ), но в среднем уровень бикогерентности падает (рис. 2, *д*). В последнем сечении ( $x = 315$  мм) амплитуда бикогерентности имеет тот же уровень, что и в первом (рис. 2, *е*). Однако в отличие от первого сечения взаимодействие идет в основном с низкими частотами  $f_1 = 1 \div 20$  кГц,  $f_2 = 200 \div 260$  кГц, что приводит к “поднятию” низкочастотной области спектра. Уменьшение амплитуды бикогерентности, которая показывает степень квадратичной связи по фазе, свидетельствует о том, что начинается область сильнонелинейного развития волн, где имеют место следующие порядки нелинейной связи: кубический, четвертой степени и т. д. На переход в сильнонелинейную область указывает также выравнивание спектра мощности (см. рис. 1), т. е. за счет нелинейного взаимодействия происходит перераспределение спектральной энергии.

**4. Выводы.** В работе методом биспектрального анализа исследовалась слабонелинейная область ламинарно-турбулентного перехода на остром конусе при гиперзвуковых скоростях. Впервые получены доказательства существования субгармонического резонанса на начальной стадии ламинарно-турбулентного перехода при гиперзвуковых скоростях. Взаимодействие происходит в широком спектральном диапазоне, и линия взаимодействия смещается в низкочастотную область спектра вниз по потоку при уменьшении частот волн второй моды. Наблюдалось также описанное в работах [8, 10] нелинейное взаимодействие, приводящее к генерации гармоник возмущений второй моды.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Kachanov Y. S., Levchenko V. Y.** The resonance interaction of disturbances at laminar-turbulent transition // *J. Fluid Mech.* 1984. V. 138. P. 209–247.
2. **Saric W. S., Kozlov V. V., Levchenko V. Y.** Forced and unforced subharmonic resonance in boundary layer transition. N. Y., 1984. (Paper / AIAA; N 84-0007).
3. **Kosinov A. D., Semionov N. V., Shevelkov S. G., Zinin O. I.** Experiments on the nonlinear instability of supersonic boundary layers // *Nonlinear instability of nonparallel flows* / Ed. by D. T. Valentine, S. P. Lin, W. R. C. Philips. N. Y. etc.: Springer-Verlag, 1994. P. 196–205.
4. **Mack L. M.** On the inviscid acoustic-mode instability of supersonic shear flows. Pt 1. Two-dimensional waves // *Theor. Comput. Fluid Dynamics.* 1990. V. 2. P. 97–123.
5. **Качанов Ю. С., Гилёв В. М., Козлов В. В.** Развитие пространственного волнового пакета в пограничном слое // *Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.* 1983. Вып. 3, № 13. С. 12.
6. **Maslov A. A., Kosinov A. D., Shevelkov S. G.** Experiments on the stability of supersonic laminar boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1990. V. 219. P. 621–633.
7. **Popoulis A.** Probability, random variables, and stochastic processes. N. Y. etc.: McGraw Hill Book Co., 1965.
8. **Kimmel R. L., Kendall J. M.** Nonlinear disturbances in a hypersonic boundary layer. N. Y., 1991. (Paper / AIAA; N 91-0320).

9. Семисынов А. И., Косинов А. Д. Применение спектров высокого порядка и статистических методов для изучения нелинейной стадии перехода в сверхзвуковом пограничном слое. Новосибирск, 2002. (Препр. / СО РАН. Ин-т теорет. и прикл. механики; № 9-2002).
10. Chokani N. Nonlinear spectral dynamics of hypersonic laminar boundary layer flow // Phys. Fluids. 1999. V. 12. P. 3846–3851.
11. Stetson K. F., Thompson E. R., Donaldson J. C., Siler L. G. Laminar boundary layer stability experiments on a cone at Mach 8. Pt 1. Sharp cone. N. Y., 1983. (Paper / AIAA; N 83-1761).
12. Бунтин Д. А., Сидоренко А. А., Шиплюк А. Н. Развитие естественных возмущений в гиперзвуковом пограничном слое острого конуса // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 65–71.
13. Никиас Х. Л., Рагувер М. Р. Биспектральное оценивание применительно к цифровой обработке сигналов // Тр. Ин-та инж. электротехн. радиоэлектрон.: Пер. журн. Proc. IEEE. 1987. Т. 75, № 7. С. 5–30.
14. Mack L. M. Stability of axisymmetric boundary layers on sharp cones at hypersonic Mach numbers. N. Y., 1987. (Paper / AIAA; N 87-1413).
15. Borodulin V. I., Kachanov Y. S., Koptsev D. B. Experimental study of resonant interactions of instability waves in self-similar boundary layer with an adverse pressure gradient. 3. Broadband disturbances // J. Turbulence. 2002. V. 3, N 064. P. 1–19.

*Поступила в редакцию 31/III 2003 г.*

---