

УДК 532.526:533.6.011

Устойчивость сверхзвукового пограничного слоя на пористой пластине с гибким покрытием

С.А. Гапонов, Н.М. Терехова

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: gaponov@itam.nsc.ru

В линейном и нелинейном (слабонелинейная теория устойчивости) приближениях исследовалось развитие возмущений в пограничном слое сжимаемого газа на гибкой поверхности. Рассмотрены режимы умеренных (число Маха $M = 2$) и высоких ($M = 5,35$) сверхзвуковых скоростей, а также модель пористой стенки, на которую натянута гибкая пленка. Выведены граничные условия для возмущений с учетом трансформации их гибким пористым покрытием. Показан характер изменения коэффициентов продольного нарастания линейных колебаний разной природы (вихревых волн первой моды и акустических волн второй моды). Направленность и степень их деформаций определяются параметрами гибкого покрытия. Установлено, что при умеренных числах Маха происходит стабилизация возмущений и уменьшение инкрементов, в тоже время как при высоких M на поверхности с пленкой дестабилизируются акустические компоненты, что может привести к более раннему началу нелинейных процессов. Рассмотрены нелинейные взаимодействия в трехволновых симметричных триплетах между вихревыми волнами на $M = 2$ и между волнами разной природы на $M = 5,35$. В последнем случае волной накачки выступает плоская акустическая волна, которая возбуждает трехмерные субгармонические компоненты вихревой природы.

Ключевые слова: сверхзвуковой пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход.

Введение

Интерес к изучению взаимодействия гибких покрытий с потоком жидкости частично стимулирован экспериментами [1, 2], в которых было обращено внимание на то, что дельфины способны достичь высокой скорости движения при его высокой эффективности. На основании этих наблюдений было высказано предположение, что дельфинам удастся сохранять течение в приграничной зоне ламинарным. В работах были исследованы покрытия с механическими свойствами, близкими к характеристикам кожи дельфинов. Такие податливые покрытия устанавливались на поверхности осесимметричных цилиндров, которые буксировались катером. Проведенные испытания показали значительное уменьшение сопротивления трения. Было высказано предположение, что демпфирование возмущений на податливой стенке препятствует развитию волн Толлмина–Шлихтинга.

В дальнейшем в работах [3–5] проблема рассматривалась теоретически с позиций гидродинамической устойчивости. В дополнение к возмущениям Толлмина–Шлихтинга были выявлены новые волны, вызванные наличием взаимодействия потока с поверхностью. Авторы показали, что можно использовать гибкие покрытия для уменьшения темпов

роста неустойчивых возмущений и увеличения числа Рейнольдса перехода. Они пришли к заключению, что эффективными могут быть только очень гибкие покрытия, плотность материала которых мало отличается от плотности обтекающей жидкости. При этом покрытия должны обладать низким демпфированием, что противоречило первоначальному предположению. Как отмечалось в работе [6], многочисленные попытки экспериментальной проверки выводов [1, 2] оказались неудачными. Проведенный тщательный анализ работ показал, что ни в одной из них используемые покрытия не соответствовали условиям [1, 2]. Последующие эксперименты [7–11] были более успешными, они продемонстрировали уменьшение трения при использовании гибкого покрытия на турбулентном режиме. Особого внимания заслуживает работа [12], где экспериментально показана стабилизирующая роль гибкого покрытия для возмущений малой амплитуды.

В настоящее время имеется довольно много обзорных работ по вопросам, связанным с взаимодействием гибких покрытий с пограничным слоем несжимаемой жидкости [6, 13–15], однако интерес к исследованию влияния гибких покрытий на ламинарно-турбулентный переход в дозвуковых течениях до сих пор высок [16, 17].

Что касается возможности использования гибких покрытий для стабилизации сверхзвукового пограничного слоя, вопрос остается полностью открытым из-за отсутствия соответствующих исследований. В этом смысле предлагаемая работа является первой.

Основные соотношения и методы решения

Уравнения для возмущений. При моделировании рассматривается возмущенное поле скоростей u, v, w , плотности ρ_0 , давления p_0 и температуры T_0 сжимаемого газа в безразмерной декартовой системе координат (X, Y, Z) [18]. Каждая из этих величин представляется в виде суммы $q_0 = Q(Y) + \varepsilon q'$. Величины со штрихами и без штрихов — пульсационные и средние компоненты соответствующих величин, $\varepsilon \ll 1$. За характерный линейный размер взята толщина пограничного слоя $\delta = (x\nu_e/U_e)^{1/2}$, где ν — кинематическая вязкость, индекс e соответствует параметрам на внешней границе пограничного слоя. Все параметры потока отнесены к соответствующим значениям на внешней границе, числа Рейнольдса и Маха определяются соотношениями: $Re = (xU_e/\nu_e)^{1/2}$, $M = U_e/a_e$, где a — скорость звука.

Решение строится методом разложения по малому параметру ε и двухмасштабному разложению продольной координаты x . Помимо “быстрого” масштаба X вводится “медленный” масштаб $\zeta = \varepsilon X$, характеризующие изменения фазы и амплитуды возмущений.

Решения для волн ищутся в виде $q' = A(\zeta) q(Y) \exp(i\theta)$, $\theta = \int \alpha dX + \int \beta dZ - \omega t$. Здесь A — медленно меняющаяся по продольной координате комплексная амплитуда; $\alpha = \alpha' + i\alpha''$, α' , β — волновые числа, α'' — инкремент, ω — частота, обезразмеренная на U_e/δ . Вводя обозначения $u, v, w, \zeta, \Theta, p$ амплитудных функций возмущений продольной, нормальной и трансверсальной скоростей, плотности, температуры и давления в приближении локально-параллельного основного течения из уравнений Навье–Стокса, неразрывности и энергии сжимаемых течений в пограничном слое, получим нелинейные уравнения задачи устойчивости в виде [19]

$$\begin{aligned} \left[\rho(Gu + U_Y v) + i\alpha p / (\gamma M^2) - (\mu/Re) u_{YY} \right] \exp(i\theta) &= -F_u, \\ \left[\rho Gw + i\beta p / (\gamma M^2) - (\mu/Re) w_{YY} \right] \exp(i\theta) &= -F_w, \\ \left[\rho Gv + p_Y / \gamma M^2 \right] \exp(i\theta) &= -F_v, \\ \left[G\zeta + \rho_Y v + \rho(i\alpha u + v_Y + i\beta w) \right] \exp(i\theta) &= -F_p, \end{aligned}$$

$$\left[\rho(G\Theta + T_Y v) + (\gamma - 1)(i\alpha u + v_Y + i\beta w) - \mu\gamma / (\sigma \operatorname{Re}) \Theta_{YY} \right] \exp(i\theta) = -F_\Theta,$$

$$\zeta = \rho(p/P - \Theta/T), \quad G = i(-\omega + \alpha U).$$

Здесь γ — отношение теплоемкостей, σ — число Прандтля, μ — динамическая вязкость, U, T, P, ρ — скорость, температура, давление и плотность невозмущенного течения в пограничном слое; левая часть — уравнения Дана–Линя, умноженные на $\exp(i\theta)$, а F_q — нелинейные члены. Явный вид нелинейных членов можно найти в работе [20]. Для возмущений ставятся краевые условия, аналогичные условиям в задаче устойчивости пограничного слоя на пористой поверхности [20, 21]:

$u, v, w, \vartheta = 0$ при $Y = \infty$ — на внешней границе,

$u, w, \vartheta = 0, v(0) = \tilde{K} \frac{p(0)}{\gamma M_e^2}$ при $Y = 0$ — на стенке.

В линейном приближении при однородных граничных условиях формулируется задача на собственные значения. При заданных значениях чисел Re и M можно рассчитать зависимости $\alpha = \alpha(\omega, \beta)$. Для каждой волновой моды вводился безразмерный частотный параметр F , связанный с частотой зависимостью $\omega = \operatorname{Re} F$, а также приведенное безразмерное волновое число $b = \beta 10^3 / \operatorname{Re}$. В работе рассмотрены как плоские двумерные волны с $\beta = 0$, так и косые трехмерные волны с $\beta \neq 0$.

Нелинейная задача в рамках слабонелинейной модели взаимодействия синхронизованных по фазе $\theta_1 = \theta_2 + \theta_3$ трех волн сводится к решению амплитудных уравнений [18, 20]

$$dA_1/d\xi = -\alpha_1^i A_1 + S_{2,3}^j A_2 A_3 \exp(i\Delta),$$

$$dA_2/d\xi = -\alpha_2^i A_2 + S_{1,3}^k A_1 A_3^* \exp(i\Delta),$$

$$dA_3/d\xi = -\alpha_3^i A_3 + S_{1,2}^l A_1 A_2^* \exp(i\Delta),$$

где S — нелинейные члены, вид которых определяется правыми частями F_q , $d/d\xi = 1/2 \cdot d/d\operatorname{Re}$, а $\Delta = \int (\alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_1) dX$. Комплексные амплитуды записывались в виде $A = |A| \exp(i\psi)$, амплитудные уравнения решались для модуля и фаз взаимодействующих волн. Результаты представлены в виде интенсивностей $I(\operatorname{Re}) = A (\rho_0 u)_m \exp(-\alpha^i \operatorname{Re})$, где $(\rho_0 u)_m$ — максимальное значение пульсаций массовой скорости возмущений поперек пограничного слоя.

Импеданс на гибкой поверхности. Для определения коэффициента связи \tilde{K} рассмотрены вынужденные колебания мембраны, натянутой на один конец круглой трубы, закрытой на другом ее конце жесткой заглушкой. Внутри трубы распространяются затухающие волны. Согласно работе [22], средние по площади сечения трубы безразмерные скорость и давление вблизи мембраны определяются соотношением

$$v_-(0) = \frac{K}{n} \frac{p_-}{\gamma M_e^2}, \quad (1)$$

где

$$K = \frac{n}{Z_0} \tanh(\Lambda h) \quad Z_0 = \sqrt{Z_1/Y_1}, \quad \Lambda = \sqrt{Z_1 Y_1}, \quad Z_1 = \frac{i\omega J_0(k)}{T_w J_2(k)},$$

$$Y_1 = i\omega M_e^2 \left[\gamma + (\gamma - 1) \frac{J_2(k\sqrt{\operatorname{Pr}})}{J_0(k\sqrt{\operatorname{Pr}})} \right], \quad k = \sqrt{\frac{i\omega \rho_w}{\mu_w} \operatorname{Re}}.$$

Здесь $r_2 = r/\delta$ — безразмерный радиус пор, J_0, J_2 — функции Бесселя соответствующего порядка, индекс w служит для обозначения соответствующих величин внутри трубки, n — пористость (отношение площади, занятой порами, к общей площади).

На основании теоремы об изменении количества движения можно записать уравнение движения мембраны (звездочкой обозначены размерные величины) в виде:

$$m \frac{d^2 y_c^*}{dt^{*2}} = -Nky_c^* + f_0 \exp(-i\omega^* t^*). \quad (2)$$

Здесь $m = \rho_m hS$ — масса мембраны, h — ее толщина, ρ_m — плотность материала мембраны, N — сила натяжения мембраны на единицу длины [23], y_c^* — координата центра массы мембраны, k — коэффициент, зависящий от формы контура сечения поры (в частности, для пор круглого сечения $k = 8\pi$). Разделив на площадь S , уравнение (2) можно записать в виде:

$$\rho_m h \frac{d^2 y_c^*}{dt^{*2}} = -\frac{Nk}{S} y_c^* + (p_-^* - p_+^*) \exp(-i\omega^* t^*), \quad (3)$$

где $p_+^* = p(0)P_e^*$ — давление на гибкой мембране со стороны пограничного слоя, $p_-^* = p_-(0)P_e^*$ — давление со стороны трубки (поры).

Учитывая, что $v^*(0) = v_-^*(0) = \frac{dy_c^*}{dt^*}$, соотношение (1) можно записать в виде:

$p_-^* = \rho_e U_e \frac{n}{K} \frac{dy_c^*}{dt^*}$, а выражению (3) придать вид:

$$\rho_m h \frac{d^2 y_c^*}{dt^{*2}} + \frac{Nk}{S} y_c^* - \frac{n\rho_e U_e}{K} \frac{dy_c^*}{dt^*} = -p_+^* \exp(-i\omega^* t^*). \quad (4)$$

Общее решение последнего уравнения определяется суммой затухающего во времени решения однородного уравнения и частного решения, пропорционального $\exp(-i\omega^* t^*)$.

Учитывая, что $v_c^* = \frac{dy_c^*}{dt^*} = -i\omega^* y_c^*$, $\frac{d^2 y_c^*}{dt^{*2}} = -i\omega^* v_c^*$, выражение (4) приводится к виду

$$\left(-i \frac{\omega^* \rho_m h}{\rho_e U_e} + i \frac{Nk}{\rho_e U_e \omega^* S} - \frac{n}{K} \right) \tilde{v}_c = \frac{p_+^*}{\gamma M^2} \equiv -\pi, \quad \tilde{v}_c = v_c^*/U_e$$

Предполагая, что осредненная скорость газа в пограничном слое вблизи поверхности $v_w = n\tilde{v}_c$, получим окончательно

$$Av_w = \pi, \quad A = -(-i\bar{a}F + i\bar{b}/F - n/K)/n \quad \text{или} \quad v_w = \tilde{K}\pi, \quad \tilde{K} = 1/A, \quad \text{где} \quad \bar{a} = \frac{\rho_m h}{\rho_e} (U_e/v_e),$$

$$\bar{b} = \frac{Nk}{\rho_e U_e^2 S} (v_e/U_e).$$

Для задач аэродинамики полезно привести некоторые реальные цифры. При $\frac{U_e}{v_e} = \text{Re}_1 \sim 10^7 \frac{1}{m}$, $\frac{\rho_m}{\rho_e} \sim 10^3$, $\rho_e U_e^2 \sim 10^{4+5}$, $S \sim 10^{-(6+8)}$, $h \sim 10^{-6}$ получаем, что основные параметры пленки имеют порядок $\bar{a} \sim 10^4$, $\bar{b} \sim Nk/10^{3+6}$.

Для нанопленок толщина может быть уменьшена примерно в сто раз. Наиболее усиливающиеся частоты соответствуют $F < 10^{-4}$. В этом случае $\bar{a}F < 10^{-2}$ и первым членом в выражении для A можно пренебречь.

Результаты и обсуждение

Умеренные числа Маха. Расчеты проведены для случая незаполненных газом пор (вакуум внутри поры, $1/K = 0$). В этом случае $\tilde{K} = -n / (-i\bar{a}F + i\bar{b} / F)$. В таком виде соотношение связи в граничных условиях на стенке было протестировано в настоящей работе.

Известно, что для решения линейных задач устойчивости пограничных слоев сформулировано несколько подходов, использующих разные приближения системы Навье–Стокса. Приведенная выше система уравнений известна как задача Дана–Линя [19]. Есть подход, основанный на системе Лиза–Линя, и подход в рамках локально непараллельного приближения [24]. Решение параболизированных уравнений в частных производных также нашло достаточно широкое применение [24–25] и имеет свой круг пользователей. У каждого из этих подходов свои границы или рамки применимости. В настоящей работе была проведена апробация всех четырех методов для пограничного слоя на твердой непроницаемой пластине. На рис. 1 приведено сравнение инкрементов в виде $\alpha_i = \alpha^i / \text{Re}$ для указанных подходов. Видно, что в диапазоне рассматриваемых в работе чисел M , Re и частотных параметров F практически с равной точностью могут быть использованы все четыре подхода. Мы остановились на системе Дана–Линя как на более простой при реализации расчетов нелинейных задач.

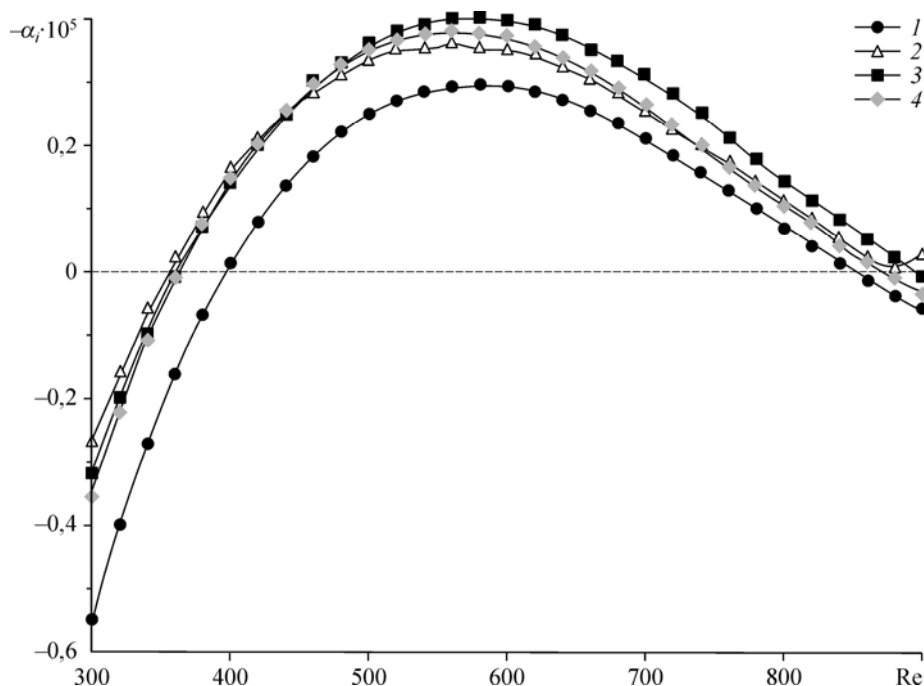


Рис. 1. Зависимость степени пространственного усиления возмущений от числа Рейнольдса на жесткой поверхности.

$M = 2$, $F = 0,5 \cdot 10^{-4}$, $2b = 0,2$; сравнение разных методов расчета: система Лиза–Линя (1), локально непараллельное приближение (2), параболизированные уравнения (3), система Дана–Линя (4).

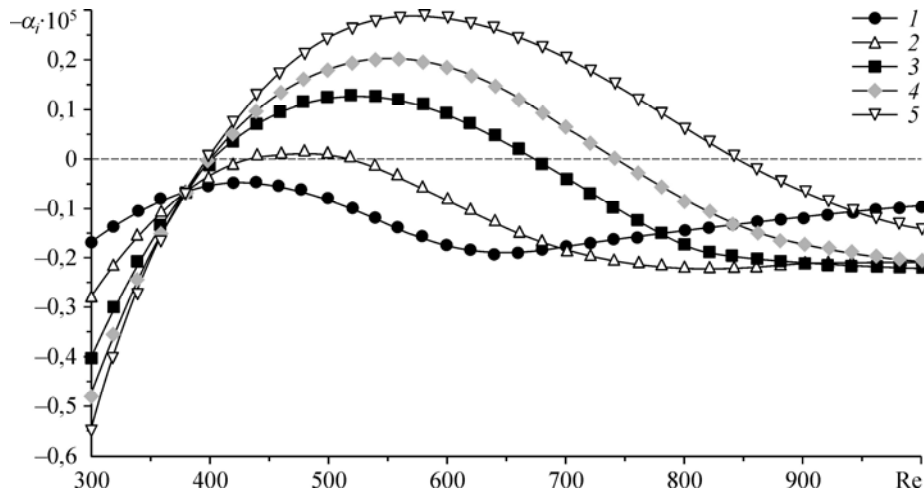


Рис. 2. Влияние натяжения пленки \bar{b} на степень усиления вихревых возмущений. $M = 2, F = 0,5 \cdot 10^{-4}, 2b = 0,2, \bar{a} = 0$; натяжения $\bar{b} = 10^{-6}$ (1), $2 \cdot 10^{-6}$ (2), $5 \cdot 10^{-5}$ (3), 10^{-3} (4), жесткая стенка (5).

На рис. 2 показано влияние параметра \bar{b} на коэффициент продольного нарастания возмущений вниз по потоку α_i . В силу того, что \bar{b} пропорционален натяжению, можно считать, что здесь показано влияние натяжения пленки на инкременты малых колебаний в зависимости от числа Рейнольдса. Штриховая линия $\alpha_i = 0$ разделяет области растущих и затухающих колебаний. Видно, что на гибкой поверхности инкременты ниже, чем на жесткой, это указывает на стабилизирующую роль такого покрытия.

Наиболее эффективно происходит демпфирование колебаний при малых значениях натяжений ($\bar{b} < 2 \cdot 10^{-6}$), когда возмущения становятся затухающими. С увеличением натяжения результаты приближаются к данным на жесткой поверхности. Таким образом, расчеты демонстрируют возможность применения гибких покрытий для уменьшения степеней роста линейных возмущений, что может привести к увеличению числа Рейнольдса ламинарно-турбулентного перехода.

В подтверждение сказанного на рис. 3 приведены относительные амплитуды возмущений продольной скорости $|u'|/|u'|_0$, где $|u'|_0$ — значение амплитуд при $Re = 300$ для жесткой и податливой поверхности пластины. Несомненно, происходит существенное уменьшение амплитуды продольной волновой скорости на гибкой поверхности, что свидетельствует о подавлении возмущений.

Так же как в работах [3–5], в сжимаемых газах на гибком покрытии наряду с вихревыми возмущениями обнаружены дополнительные решения, свойства которых

отличны от свойств вязких вихревых волн. В области малых чисел Рейнольдса эти возмущения затухают, а при больших Re — интенсивно нарастают, при этом длины волн возмущений двух типов

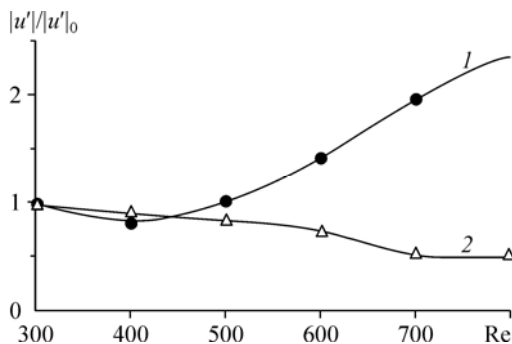


Рис. 3. Зависимость относительной амплитуды возмущений продольной скорости от числа Рейнольдса.

$M = 2, F = 0,5 \cdot 10^{-4}, 2b = 0,2$; жесткая стенка (1), натяжение $\bar{b} = 10^{-6}$ (2).

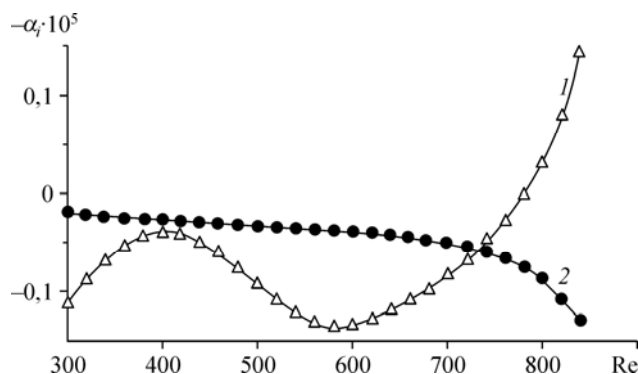
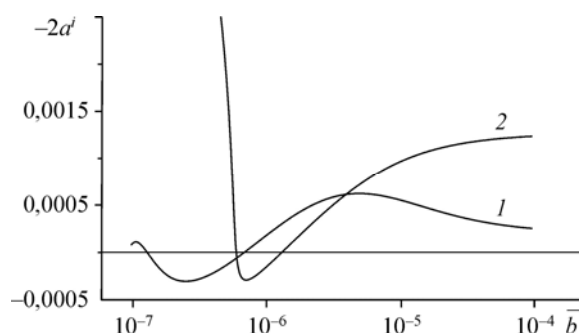


Рис. 4. Степени усиления для двух ветвей собственных колебаний.

$M = 2$, $F = 0,5 \cdot 10^{-4}$, $\beta = 0,110^{-3}$, $\bar{a} = 10^2$, $\bar{b} = 10^{-6}$; 1 — вихревые возмущения первой моды, 2 — дополнительные решения.

Рис. 5. Инкременты двумерных ($2b = 0$) и трехмерных ($2b = 0,24$) волн (кривые 1, 2) в зависимости от натяжения.

$M = 2$, $F = 0,19 \cdot 10^{-4}$, $Re = 650$, $\bar{a} = 0$.



сближаются. Это отображено на рис. 4, где показаны зависимости инкрементов трехмерных волн, соответствующие разным решениям. Пока, не имея экспериментальных данных, трудно судить о их реализуемости.

Необходимо отметить, что в расчетах обнаружены некоторые аномалии и нерегулярности в поведении характеристик возмущений. Продемонстрируем некоторые из них. На рис. 5 показаны инкременты двумерных и трехмерных волн в широком диапазоне натяжений \bar{b} для $Re = 650$. Как известно, на жесткой стенке более неустойчивы 3D волны, на гибкой обнаружено своеобразие — существуют диапазоны натяжений пленки, когда 2D компоненты имеют более высокие инкременты. Заметим, что в этой области инкременты всех возмущений достаточно низкие. Вторая особенность — наблюдаемая значительная дестабилизация трехмерных волн при малых натяжениях ($\bar{b} < 7 \cdot 10^{-7}$).

На рис. 6 показана зависимость степени пространственного усиления от числа Рейнольдса для разных значений параметра \bar{a} который пропорционален толщине пленки. Обнаружены две пространственные области разной динамики инкрементов: при невысоких Re инкременты линейных волн на гибкой поверхности меньше соответствующих инкрементов на жесткой, т. е. происходит подавление роста возмущений, но для более высоких Re закономерности меняются. С увеличением толщины пленки эта вторая область все более и более смещается вверх по потоку, в область малых Re . Можно сделать промежуточный вывод, что только на тонких пленках можно эффективно подавить рост малых возмущений, затянув начало перехода.

Установлено, что на гибких поверхностях, как и на твердых, наибольшие степени роста у трехмерных линейных волн. При уменьшении натяжения пленки значения трансверсального волнового числа β , имеющего максимальный инкремент, уменьшаются (рис. 7) (меньше становится угол наклона волнового вектора в плоскости (X, Z)).

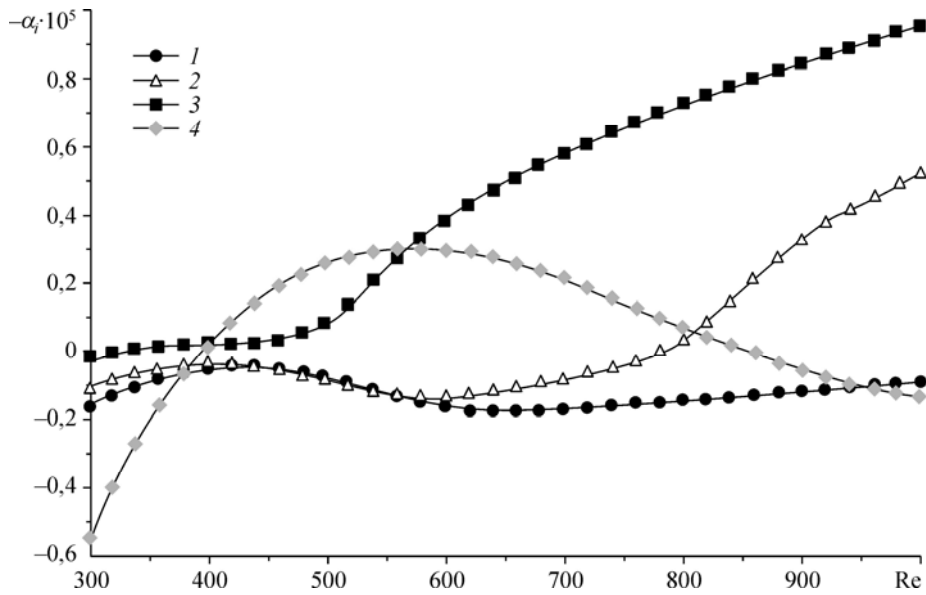


Рис. 6. Влияние толщины пленки \bar{a} на степень усиления возмущений.

$M = 2, F = 0,5 \cdot 10^{-4}, Re = 650, \bar{b} = 10^{-4}, \bar{a} = 0$ (1), 100 (2), 200 (3), жесткая поверхность (4).

Так как в работе исходной моделью служила пористая стенка, наряду с изучением натяжения и толщины пленки естественно рассмотреть вопрос о влиянии пористости n на линейную устойчивость вихревых возмущений. Результаты моделирования показаны на рис. 8. Как и следовало ожидать, увеличение площади, покрытой пленкой (пористости), приводит к уменьшению инкрементов. В этом смысле увеличение пористости эквивалентно уменьшению натяжения.

Нелинейное взаимодействие возмущений изучено на примере связи в симметричных триплетах, состоящих из двумерной ($b_1 = 0$) волны на частоте гармоники 20 кГц ($F_1 = 0,38 \cdot 10^{-4}$) и двух косых трехмерных волн на субгармонической частоте 10 кГц ($F_{2,3} = 0,19 \cdot 10^{-4}$), наклоненных к плоскости (X, Z) под одинаковыми, но с противоположным по знаку углами ($b_2 = -b_3$). Расчеты проведены для двух значений \bar{b} , моделирующих разное поверхностное натяжение, результаты сравнивались с данными для жесткой поверхности.

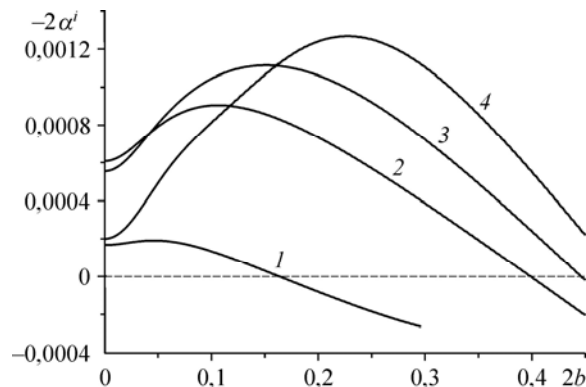
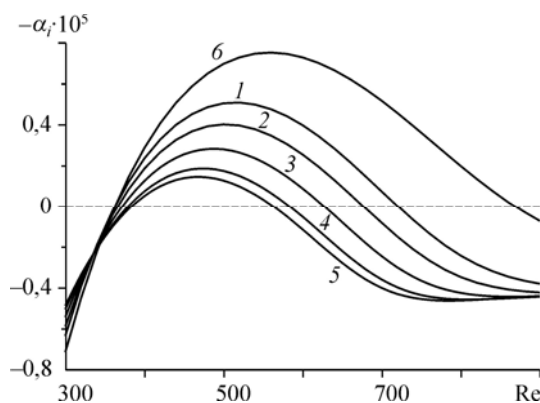


Рис. 7. Зависимости инкрементов трехмерных волн от трансверсального волнового числа b .

$F = 0,19 \cdot 10^{-4}, M = 2, \bar{a} = 0, Re = 650$; для вихревых волн при разных натяжениях: $\bar{b} = 10^{-6}$ (1), $4 \cdot 10^{-6}$ (2), 10^{-5} (3), жесткая поверхность (4).

Рис. 8. Инкременты в зависимости от числа Re для трехмерных ($2b = 0,2$) вихревых волн при разных пористостях.

$F = 0,5 \cdot 10^{-4}$, $M = 2$, $Re = 650$, $\bar{a} = 0$, $\bar{b} = 10^{-6}$, $n = 0,35$ (1), 0,5 (2), 0,7 (3), 0,9 (4), 1 (5), жесткая поверхность (6).



Рассматривались два варианта выбора взаимодействующих волн. В первом из них для всех \bar{b} принимались значения β максимального инкремента для жесткой поверхности, а во втором варианте выбирались такие трехмерные компоненты, которые при начальном Re имели максимальные инкременты для каждого из рассмотренных значений \bar{b} .

Оказалось, что нелинейный процесс очень сильно зависит от разницы значений начальных фаз $\Delta\psi$ взаимодействующих волн. Существуют фазы максимальной передачи к субгармоникам, лежащие во втором и третьем квадрантах, и фазы подавления нелинейности — в первом и четвертом квадрантах. Этот фактор может быть использован для активного управления возмущениями. Максимальная передача осуществляется при $\Delta\psi = 2,355$ (135°), отрицательная — в противофазе к ней (315°).

На следующих рисунках показаны составляющие элементы в первом из рассмотренных триплетов. На рис. 9 приведены инкременты гармоник (G) и субгармоник (S_1, S_2) на рассмотренном интервале изменения Re . Двумерные гармоники имеют довольно низкие инкременты в линейном приближении, уменьшающиеся вниз по течению, откуда следует, что уровень накачки будет очень невысок, а нелинейность слабая. В то же время в рассматриваемом диапазоне инкременты трехмерных линейных субгармоник растут. Здесь также видно, что тренд инкрементов типичен — уменьшение поверхностного натяжения (\bar{b}) приводит к уменьшению α^i .

При трехволновом взаимодействии наблюдается очень слабое понижение уровня амплитуды гармоники, эволюция ее идет по линейному закону. Наибольшая нелинейная передача обнаружена на жесткой поверхности, на гибкой она существенно ниже. На рис. 10 приведены интенсивности линейных и нелинейных колебаний, поясняющие сказанное. Хорошо видно, что при наличии пленки происходит сближение амплитуд нелинейных и линейных возмущений. Это свидетельствует о том, что протяженность линейной области увеличивается и область перехода смещается вниз по потоку. Подобные результаты получены и для второго варианта выбора β субгармоник.

При исследованиях было также протестировано нелинейное взаимодействие в несимметричном триплете, в котором синхронизованы три трехмерные компоненты.

Такой триплет считается наиболее представительным при невысоких числах Маха. Результаты оказались несколько неожиданными. Получено, что направленность процесса

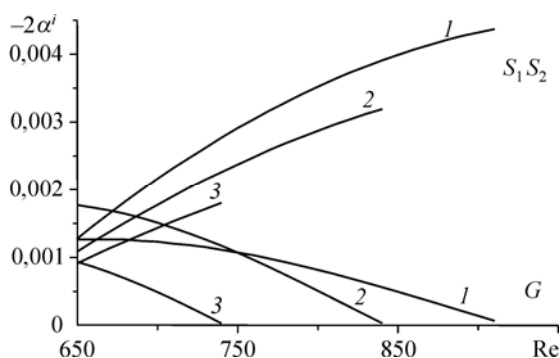


Рис. 9. Инкременты в симметричном триплете при разных натяжениях.

$F_{2,3} = 0,19 \cdot 10^{-4}$, $2b_{2,3} = \pm 0,24$ (субгармоники S_1, S_2); $F_1 = 0,38 \cdot 10^{-4}$, $2b_1 = 0$ (гармоника G); $M = 2$, $\bar{a} = 0$, $\bar{b} = 10^{-5}$ (2), $4 \cdot 10^{-6}$ (3), жесткая поверхность (1).

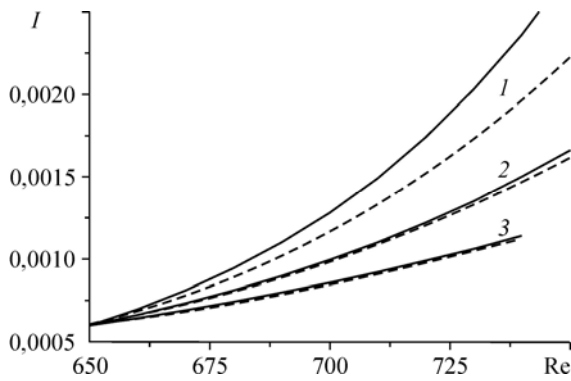


Рис. 10. Интенсивности нелинейных и линейных субгармоник (сплошные и штриховые кривые) в симметричном триплете в фазе максимальной передачи. $\Delta\psi_{\max} = 2,355$, $M = 2$, начальные интенсивности $I_1(Re_0) = 0,6 \cdot 10^{-2}$, $I_{2,3}(Re_0) = 0,6 \cdot 10^{-3}$, натяжения \bar{b} с рис. 9.

нелинейной передачи для субгармоник неоднозначна — при одной разности фаз происходит рост одной и деградация другой компоненты.

Здесь не приводятся расчеты по такому триплету, т. к. вопрос нуждается в дальнейшей пристальной проработке.

Все вышеприведенное позволяет сделать вывод, что при обтекании гибких поверхностей при умеренных числах Маха происходит стабилизация течения и уменьшение степеней пространственного нарастания линейных и нелинейных возмущений.

Высокие числа Маха. Влияние толщины пленки и степени ее натяжения на устойчивость пограничного слоя исследовалось также при числе Маха $M = 5,35$. В силу того, что при высоких числах Маха наиболее интенсивно растут возмущения второй моды (волны акустической природы), расчеты проводились при частотных параметрах $F \sim 1,3 \cdot 10^{-4}$, соответствующих этой моде.

На рис. 11 показано влияние натяжения пленки \bar{b} при ее нулевой толщине $\bar{a} = 0$ на инкременты акустических возмущений. Для данной частоты максимальный инкремент на жесткой стенке локализуется в районе $Re \sim 1100$. На гибкой поверхности при уменьшении натяжения происходит значительный сдвиг максимального инкремента в область невысоких значений Re , а сами инкременты существенно возрастают.

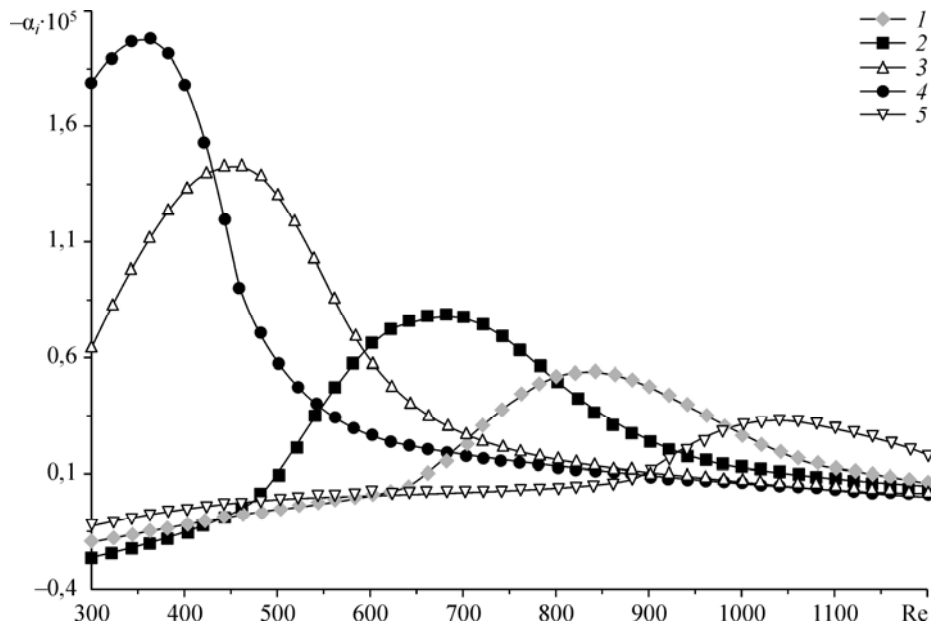


Рис. 11. Влияние натяжения пленки \bar{b} на степень усиления возмущений $-\alpha^i$. $M = 5,3$, $F = 1,3 \cdot 10^{-4}$, $\beta = 0$, $\bar{a} = 0$, $\bar{b} = 10^{-5}$ (1), $5 \cdot 10^{-5}$ (2), $2 \cdot 10^{-5}$ (3), 10^{-6} (4), жесткая поверхность (5).

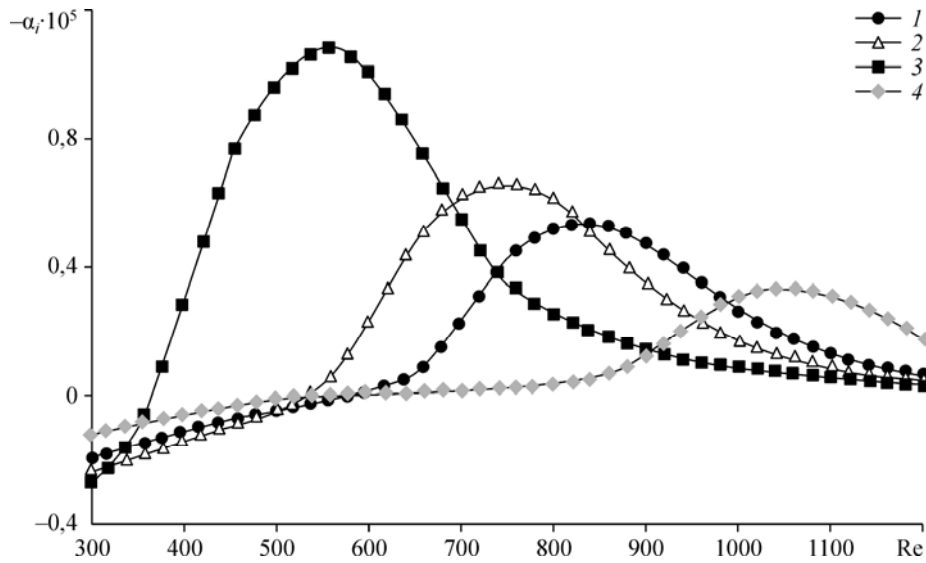


Рис. 12. Влияние толщины пленки \bar{a} на степень усиления возмущений $-\alpha^i$.
 $M = 5,3, F = 1,3 \cdot 10^{-4}, \beta = 0, \bar{b} = 10^{-5}; \bar{a} = 0$ (1), 200 (2), 400 (3), жесткая поверхность (4).

Все это указывает на то, что, в противоположность вихревым волнам первой моды, акустические колебания на гибких поверхностях дестабилизируются. Следует заметить, что тенденция смещения максимального инкремента к низким Re может быть использована для сглаживания возмущений в областях их сильного нарастания при усилении обменных процессов и ускорения турбулизации потока.

Рисунок 12 иллюстрирует зависимость инкрементов второй моды от толщины пленки. Достаточно ясно, что с утолщением пленки происходит значительная дестабилизация акустических волн со смещением максимальных инкрементов в область невысоких чисел Рейнольдса. Эта тенденция аналогична прослеживаемой для вихревых волн при $M = 2$.

На рис. 13 показана зависимость степеней усиления от частотного параметра F . Расчеты вблизи $F = 10^{-4}$ были затруднены. Это связано с тем, что частота возмущений

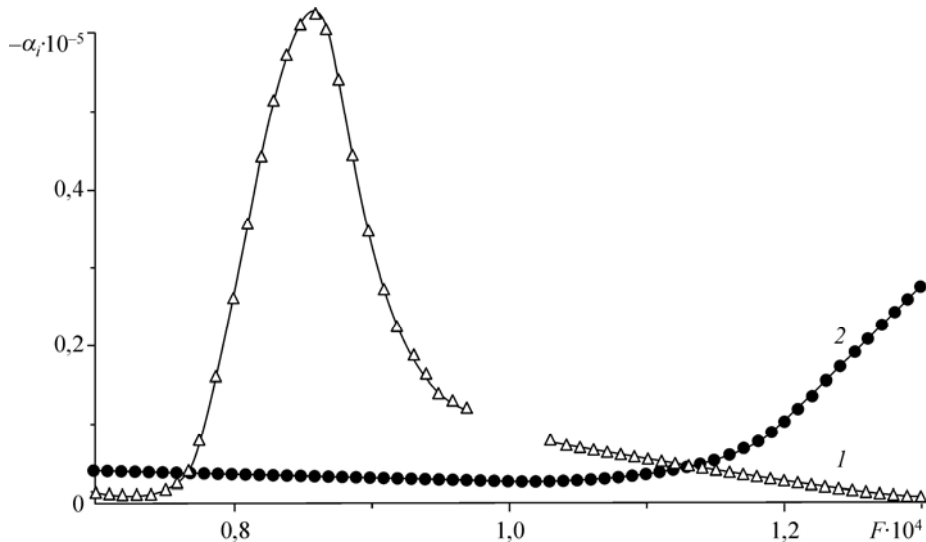


Рис. 13. Зависимость степеней усиления $-\alpha^i$ от частотного параметра F .
 $M = 5,3, Re = 10^3, \bar{a} = 10^3, \bar{b} = 10^{-5}$.

пограничного слоя, соответствующая $F = 10^{-4}$, находится в резонансе с собственной частотой натянутой пленки. Действительно, $\tilde{K} \equiv -n / (-i\bar{a}F + i\bar{b} / F) = \frac{nF}{i\bar{a}(F^2 - F_0^2)}$,

где $F_0 = \sqrt{\frac{\bar{b}}{\bar{a}}}$ — частота собственных колебаний мембраны (пленки), при этом $|\tilde{K}|$ стремится к бесконечности. Учитывая, что справа и слева от резонансной частоты инкременты, по-видимому, не претерпевают разрыва, их значение вблизи резонанса можно определить интерполяцией.

Изучение взаимодействия в трехволновых системах при высоком числе Маха проведено в симметричном триплете, составленном из двумерной акустической компоненты на частоте гармоники (была выбрана характерная для волны этой природы частота $F = 0,125 \cdot 10^{-3}$) и двух косых трехмерных волн вихревой природы на половинной частоте. Субгармоники выбраны с высоким значением трансверсального волнового числа ($2b_{2,3} = \pm 0,205$). Волной накачки является акустическая мода.

Подробно рассмотрим инкременты выбранных волн для разных значений натяжения пленки. На рис. 14 они приведены в рассмотренном диапазоне чисел Рейнольдса $650 < Re < 1000$. Влияние натяжения пленки на устойчивость волн разной природы противоположно: для вихревых — уменьшение натяжения приводит к стабилизации, а для акустических — напротив, к дестабилизации и смещению максимальных инкрементов к невысоким Re.

Ввиду того, что для всех вариантов расчетов частота второй моды была зафиксирована, ощущался эффект «разбегания» частот на разных поверхностях. На рисунке показан сравнительный уровень инкрементов акустических и вихревых волн малых амплитуд. В этом диапазоне чисел Re из-за смещения частот, несущих максимальный инкремент, имеются области, в которых степени роста акустической моды сравнимы с инкрементами вихревых мод.

Характер изменения инкрементов для двух натяжений \bar{b} ясен из рисунка. Эти особенности волны накачки определяют разную динамику нелинейного роста субгармоник. Результаты моделирования представим в виде отношения нелинейных и линейных амплитуд, по которому можно судить об интенсивности нелинейного процесса при разных начальных значениях амплитуд волн в триплете.

1. Невысокие начальные амплитуды гармоники (рис. 15). Как было установлено в работе [20], существует пороговое значение амплитуды волны накачки — начала нелинейного взаимодействия. Для жесткой поверхности (кривая 1) этот порог еще не достигнут — нелинейного взаимодействия практически нет. Для самого малого

натяжения \bar{b} (кривая 3) порог достигнут, но из-за низких начальных амплитуд гармоники это приводит лишь к небольшому нелинейному усилению субгармоник, развитие

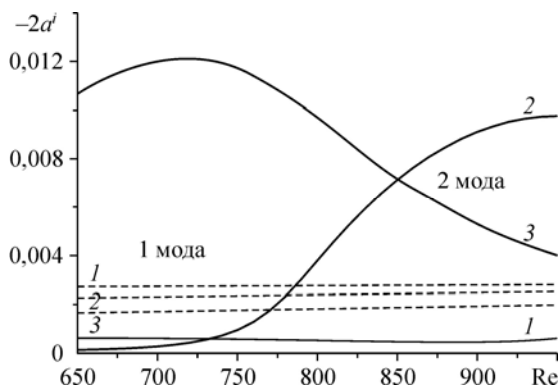


Рис. 14. Инкременты $-a^i$ акустической и вихревой мод (сплошные и штриховые линии) в симметричном триплете при разных натяжениях.

$M = 5,35$, жесткая поверхность (1), $\bar{b} = 10^{-5}$ (2), $4 \cdot 10^{-6}$ (3).

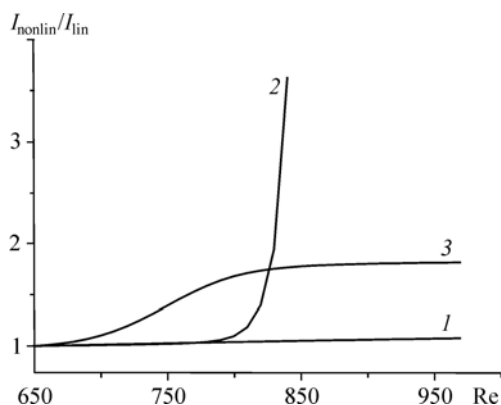


Рис. 15. Интенсивность нелинейного процесса для вихревой моды в симметричном триплете для данных рис. 14 при невысоких начальных интенсивностях гармоники.

$$I_1(\text{Re}_0) = 0,6 \cdot 10^{-2}, I_{2,3}(\text{Re}_0) = 0,6 \cdot 10^{-3}.$$

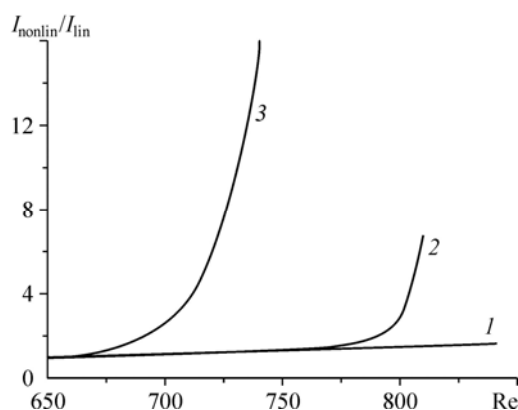


Рис. 16. Интенсивность нелинейного процесса для вихревой моды в симметричном триплете для данных рис. 14 при высоких начальных интенсивностях гармоники.

$$I_1(\text{Re}_0) = 0,6 \cdot 10^{-1}, I_{2,3}(\text{Re}_0) = 0,6 \cdot 10^{-3}.$$

которых далее идет по линейному закону. И, наконец, для промежуточного \bar{b} (кривая 2) взаимодействие приводит к сильному (почти взрывному) нарастанию субгармоник.

2. Высокие начальные амплитуды гармоники (рис. 16). Результат аналогичен описанному выше, за исключением того, что, если начальная амплитуда гармоники высока, этого достаточно для начала сильного нелинейного нарастания субгармоники для низкого \bar{b} . В этом случае выстраивается логически непротиворечивая картина — чем выше инкременты акустической гармоники, тем сильнее нелинейное взаимодействие.

Суммируя вышеизложенное, можно утверждать, что обтекание поверхности с пленкой приводит к интенсификации линейных процессов при высоких числах Маха и к более раннему началу нелинейных процессов. При этом надо учитывать, что начало нелинейности имеет место только при достижении волной второй моды пороговых амплитуд, значение которых пока можно указать только ориентировочно.

Выводы

1. Установлено, что наличие гибких покрытий оказывает сильное влияние на устойчивость пограничного слоя пластины при обтекании ее сжимаемым газом на сверхзвуковых режимах.

2. При умеренных сверхзвуковых скоростях ($M = 2$) применение тонких гибких покрытий приводит к стабилизации течения, по крайней мере, в области больших чисел Рейнольдса. При этом в области малых чисел Рейнольдса может наблюдаться незначительная дестабилизация.

3. При высоких числах Маха ($M = 5,35$) в области низких чисел Рейнольдса наблюдается дестабилизация второй моды. Однако при числах Рейнольдса, отвечающих наибольшей неустойчивости при жесткой поверхности, гибкое покрытие стабилизирует течение.

4. В целом, воздействие гибких покрытий на устойчивость сверхзвукового пограничного слоя разнонаправлено, что, с одной стороны, позволяет надеяться на успешное их использование для управления ламинарно-турбулентным переходом, а с другой стороны, указывает, что применять их следует с большой осторожностью.

5. Представленные здесь исследования являются первыми и нуждаются в дальнейшем развитии.

Список литературы

1. **Kramer M.O.** Boundary layer stabilization by distributed damping // *J. Aeronaut. Sci.* 1957. Vol. 24, No. 6. P. 459–460.
2. **Kramer M.O.** Boundary layer stabilization by distributed damping // *J. American Society of Naval Engineers.* 1960. Vol. 72, No. 1. P. 25–33.
3. **Benjamin T.B.** Effects of a flexible boundary on hydrodynamic stability // *J. Fluid Mech.* 1960. Vol. 9, No. 4. P. 513–532.
4. **Benjamin T.B.** The threefold classification of unstable disturbances in flexible surfaces bounding inviscid flows // *J. Fluid Mech.* 1963. Vol. 16, No. 3. P. 436–450.
5. **Landahl M.T.** On the stability of a laminar incompressible boundary layer over a flexible surface // *J. Fluid Mech.* 1962. Vol. 13, No. 4. P. 609–632.
6. **Carpenter P.W., Garrad A.D.** Kramer-type compliant surfaces. Part 1. Tollmien-Schlichting instabilities // *J. Fluid Mech.* 1985. Vol. 155. P. 465–510.
7. **Fisher D.H., Blick E.F.** Turbulent damping by flabby skins // *J. Aircraft.* 1966. Vol. 3, No. 2. P. 163–164.
8. **Looney W.R., Blick E.F.** Skin friction coefficients of compliant surfaces in turbulent flow // *J. Spacecr. Rockets.* 1966. Vol. 3, No. 10. P. 1562–1564.
9. **Blick E.F., Walters R.R.** Turbulent boundary layer characteristics of compliant surfaces // *J. Aircraft.* 1968. Vol. 5, No. 1. P. 11–16.
10. **Smith R.L., Blick E.F.** Skin friction of compliant surfaces with foamed material substrate // *J. Hydronaut.* 1969. Vol. 3, No. 2. P. 100–102.
11. **Chu H.H., Blick E.F.** Compliant surface drag as a function of speed // *J. Spacecr. Rockets.* 1969. Vol. 6, No. 6. P. 763–764.
12. **Бабенко В.В., Козлов Л.Ф.** Экспериментальные исследования гидродинамической устойчивости на резиновых и гибких поверхностях // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1973. № 1. С. 122–127.
13. **Benjamin T.B.** Fluid flow with flexible boundaries // *Proc. 11th Int. Congr. Appl. Math.* 1964 / ed. H. Gortler. Berlin: Springer-Verlag, 1964. P. 109–128.
14. **Bushnell D.M., Hefner J.N., Ash R.L.** Effect of compliant wall motion on turbulent boundary layers // *Phys. Fluids.* 1977. Vol. 20, No. 10. P. 31–48.
15. **Riley J.J., Gad-el-Hak M., Metcalfe R.W.** Compliant coatings // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1988. Vol. 20. P. 393–420.
16. **Мануйлович С.В.** Распространение возмущений в плоском течении Пуазейля между стенками неоднородной податливости // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 2003. № 4. P. 29–46.
17. **Бойко А.В., Кулик В.М.** Устойчивость пограничного слоя плоской пластины над монолитными вязкоупругими покрытиями // *Докл. РАН.* 2012. Т. 445, № 3. С. 283–285.
18. **Гапонов С.А., Масленникова И.И.** Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // *Теплофизика и аэромеханика.* 1997. Т. 4, № 1. С. 1–10.
19. **Гапонов С.А., Маслов А.А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 134 с.
20. **Гапонов С.А., Терехова Н.М.** Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях // *Изв. РАН. МЖГ.* 2009. № 3. С. 36–46.
21. **Garponov S.A., Smorodsky B.V.** Linear stability of supersonic boundary layer on porous surface // *Recent Advances in Fluid Mechanics and Aerodynamics.* World scientific and engineering academy and society. Moscow, 2009. P. 68–73.
22. **Garponov S.A.** Stability of supersonic boundary layer on permeable surface with heat exchange // *Fluid Dynamics.* 1977. No. 1. P. 41–46.
23. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теоретическая физика. Т. VII. Теория упругости. М.: Наука, 1986. 200 с.
24. **Петров Г.В.** Новая параболизированная система уравнений устойчивости сжимаемого пограничного слоя // *ПМТФ.* 2000. Т. 41, № 1. С. 63–69.
25. **Петров Г.В.** Реакция сверхзвукового пограничного слоя на акустическое воздействие // *Теплофизика и аэромеханика.* 2001. Т. 8, № 1. С. 77–86.

Статья поступила в редакцию 10 апреля 2013 г.