

СТРУКТУРА УДАРНЫХ ВОЛН СЖАТИЯ В ПОРИСТЫХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛАХ

С. П. Киселев

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Исследована структура ударной волны в пористом упругопластическом материале. В некотором диапазоне параметров возможно существование четырехволновой структуры ударной волны (УВ) сжатия. В задаче об отражении УВ от твердой стенки обнаружены такие режимы, при которых отраженная УВ не возникает вообще. В этом случае вся энергия падающей УВ переходит в тепловую за счет диссипации при вязком затекании пор.

Рассмотрим для определенности распространение ударной волны (УВ) в пористом материале в одномерном случае, для которого в [1] даны уравнения неразрывности, движения, энергии и состояния. В настоящей работе приведем только уравнения, необходимые для качественного анализа структуры УВ. Направляя ось x_1 декартовой системы координат перпендикулярно фронту УВ, определим главные значения тензора скоростей деформации

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \dot{\epsilon}_2 = \dot{\epsilon}_3 = 0 \quad (1)$$

и главные значения тензора напряжений

$$\sigma_1 = S_1 - p, \quad S_2 = S_3, \quad S_1 + S_2 + S_3 = 0, \quad (2)$$

где v — скорость материала вдоль оси x_1 ; $\dot{\epsilon}_i$, σ_i , S_i — главные значения тензоров скоростей деформации, напряжений, девиатора напряжений. Давление p определяется из уравнения

$$p = K \left(\frac{\rho_s}{\rho_0} - 1 \right), \quad \rho = \rho_s m_2, \quad m_1 + m_2 = 1. \quad (3)$$

Здесь ρ_s — плотность материала; ρ — средняя плотность пористой среды; m_1 — пористость; m_2 — объемная концентрация материала, которая определяет долю единичного объема, занятую материалом; K — модуль объемного сжатия; индекс 0 здесь и далее соответствует начальному ненапряженному состоянию. В формуле (3) пренебрегается тепловым давлением, что формально соответствует $T = 0$, и по теореме Нернста $S = 0$, где T — температура, S — энтропия. Такое приближение справедливо для слабых УВ и малой пористости. Предполагается, что в данном случае эти условия выполняются. В численных расчетах, приведенных ниже, рассматриваются слабые УВ в стали с давлением за УВ $p < 10$ ГПа и малой пористостью $m_1 < 10^{-2}$. Отметим, что при численном решении влияние тепловых эффектов учитывается, так как решается полная система уравнений из [1], но, как показывает расчет, вклад теплового давления в полное очень мал. Отсюда следует, что уравнения (2), (3) определяют адиабату пористого материала $\sigma_1 = \sigma_1(\rho)$. Функция $S_1(\rho)$ находится из следующих условий одноосного деформирования: при $|S_1| < 2Y/3$ деформация пористого материала является упругой, при $|S_1| = 2Y/3$ — упругопластической. Следуя [1], представим приращение S_1 в виде

$$dS_1 = \begin{cases} -4\mu d\rho/(3\rho), & |S_1| < 2Y/3, \\ -2dY/3, & |S_1| = 2Y/3, \end{cases} \quad (4)$$

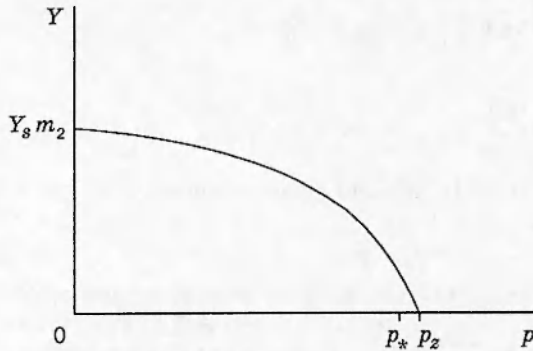


Рис. 1

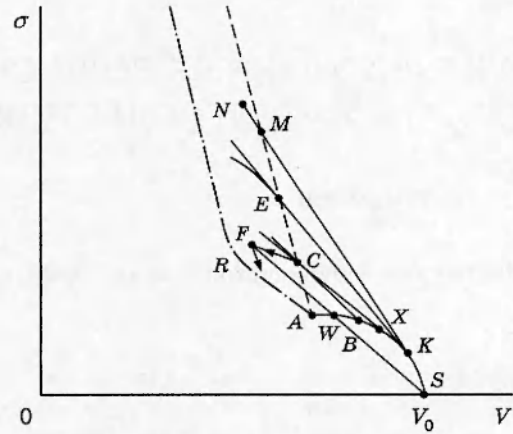


Рис. 2

где μ — модуль сдвига; Y — предел текучести пористого материала, зависящий от давления p и пористости m_1 [1]. Формула, определяющая $Y = Y(p, m_1)$, приведена в [1]. Ниже потребуется только качественная зависимость $Y(p)$ при $m_1 = \text{const}$, показанная на рис. 1. Давление p_z определяет точку, в которой предел текучести обращается в нуль, поэтому $Y = 0$ при $p \geq p_z$. Величина p_* определяет давление, при котором начинается затекание пор, и находится по формуле

$$p_* = (2/3) Y_s \ln(1/\bar{m}_1), \quad m_1 = k m_1, \quad k = 1,7. \quad (5)$$

При пористости $m_1 < 10^{-2}$ давления p_z и p_* близки между собой [1], поэтому при качественном анализе предполагается, что $p_* \approx p_z$. Изменение пористости при затекании пор описывается уравнением

$$\frac{\dot{m}_1}{m_1} = \frac{3}{4} \frac{p_* - p}{\eta}, \quad p > p_*. \quad (6)$$

Используя (1)–(6), построим качественную зависимость $\sigma = \sigma(V)$, где $\sigma = -\sigma_1$, $V = 1/\rho$ — удельный объем, которую назовем адиабатой пористого материала (рис. 2). На участке SK имеет место упругая нагрузка $|S_1| < 2Y/3$, поэтому из (1)–(4) получим

$$\sigma = p - S_1, \quad S_1 = -(4/3)\mu(V_0/V - 1). \quad (7)$$

Давление $p = p(V)$ определяется из (3), где нужно положить $\rho = 1/V$. В точке K выполняется условие текучести $|S_1| = 2Y/3$, поэтому на участке KA

$$\sigma = p + \frac{2}{3} Y(p), \quad (8)$$

где $p = p(V)$ определяется из (3), а точка A находится из условия $Y = 0$. Если напряжение $\sigma > \sigma_A$ (σ_A — давление в точке A), то в пористом теле происходит затекание пор. В этом случае при заданном V давление лежит в интервале между равновесной адиабатой $p_r(V)$ (штрихпунктирная линия AR) и замороженной адиабатой $p_f(V)$ (штриховая линия AM). Равновесная адиабата $p_r(V)$ описывает медленные процессы, когда каждому значению давления соответствует равновесное значение пористости. Если в уравнении (6) положить $\dot{m}_1 = 0$, то с учетом (3) получим

$$p_r = \frac{2}{3} Y_s \ln\left(\frac{1}{m_1}\right), \quad \frac{2}{3} \frac{Y_s}{K} \ln\left(\frac{1}{\bar{m}_1}\right) + \frac{V_0 m_2^0}{V(1 - m_1)} - 1 = 0. \quad (9)$$

Медленными процессами называются такие, в которых характерное время изменения средних параметров Δt существенно больше времени релаксации τ , связанной с затеканием пор. Из уравнения (6) следует, что характерное время релаксации можно оценить по формуле $\tau \approx \eta/(p_* - p)$. Для быстрых процессов справедливо обратное неравенство $\Delta t \ll \tau$. Замороженная адиабата $p_f(V)$ описывает быстрые процессы, при которых пористость не успевает измениться на значительную величину, поэтому уравнение замороженной адиабаты следует из формулы (3), если в ней положить $m_2 = m_2^0$:

$$p_f = p_A + KV_0 \left(\frac{1}{V} - \frac{1}{V_A} \right). \quad (10)$$

Знание адиабаты $\sigma(V)$ (рис. 2) позволяет определить скорость распространения малых возмущений (скорость звука)

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \rho} \right)_s} = \sqrt{-V^2 \frac{\partial \sigma}{\partial V}}. \quad (11)$$

Используя формулы (7), (8), (11), найдем скорость звука в упругой области SK

$$c_e = \sqrt{\left(K + \frac{4}{3} \mu \right) / \rho_0},$$

в пластической области

$$c_p = \sqrt{\left(1 + \frac{2}{3} \frac{\partial Y}{\partial \bar{\rho}} \right) \frac{\partial p}{\partial \bar{\rho}}}. \quad (12)$$

Как следует из [1], производная $\partial Y / \partial p \rightarrow -3/2$ при $p \rightarrow p_z$, поэтому из (12) получим $c_p \rightarrow 0$ при $p \rightarrow p_z$. В области $p > p_z$ имеется спектр скоростей звука от равновесной c_r до замороженной c_f , которые определяются из (9)–(11):

$$0 < c_r < c < c_f, \quad c_f = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad c_r = \sqrt{\frac{K}{m_2 \rho_s^0} \left(1 - \left(1 + \frac{2Y_s}{3K_s} \frac{m_2^2 V}{m_1 m_2^0 V_0} \right)^{-1} \right)}.$$

Полученные соотношения для адиабаты и скоростей звука позволяют провести качественный анализ распространения ударной волны в пористом материале.

Пусть в пористом материале распространяется УВ, конечное состояние за которой находится в точке F , лежащей на пересечении адиабаты и линии Рэлея $\sigma_F = j^2(V_0 - V_F)$, выходящей из точки S ($j = v/V$ — поток массы). Вследствие выпуклости адиабаты SKA линия Рэлея пересекает ее в некоторой точке W , что приводит к неоднозначному решению. Следовательно, такая УВ не может существовать и будет распадаться на ряд волн, идущих друг за другом. Поскольку наиболее крутым является участок SK , то первым распространяется упругий предвестник со скоростью c_e и напряжением σ_K . За ним следует пластическая волна, скорость которой c_p уменьшается с ростом σ , что приводит со временем к ее размазыванию. В точке A скорость звука скачком увеличивается от c_p до c_r , и в результате пересечения характеристик возникает новая УВ, которая в свою очередь расщепляется на замороженную волну BC и релаксационную CF (рис. 2, 3). Скорость УВ относительно вещества перед фронтом $D = V_B \sqrt{(\sigma_C - \sigma_B) / (V_B - V_C)}$ больше скорости звука c_p в точке B , поэтому точка B будет смещаться вниз по адиабате до точки X , где скорость УВ равна скорости звука ($D = c_p(X)$).

В точке C скорость звука $c < D$ (см. рис. 2), поэтому замороженная волна BC распространяется быстрее релаксационной волны CF . Как отмечалось выше, в пористом материале при $p > p_*$ имеется целый спектр скоростей звука от c_r до c_f . Из рис. 2 следует

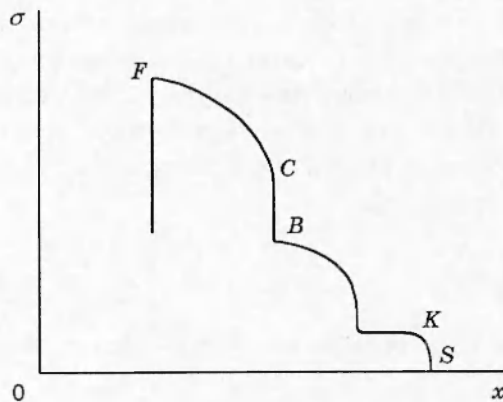


Рис. 3

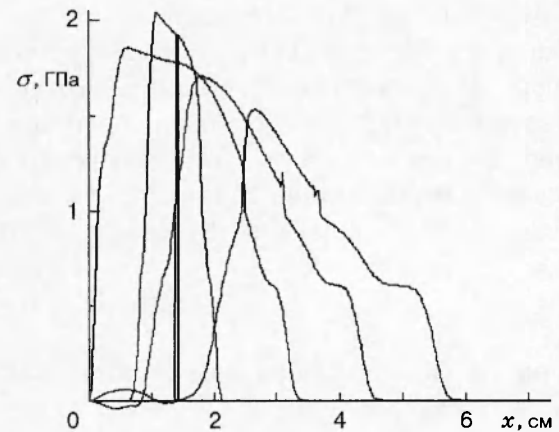


Рис. 4

$c_f > D$, поэтому выполняется условие эволюционности замороженной УВ по замороженной скорости звука. Между релаксационной и замороженной УВ не может быть области постоянного течения. Из уравнений движения и неразрывности из [1] и соотношения $m_2 > 0$ следует, что при $\sigma > \sigma_C$ справедливы неравенства

$$\dot{\rho} > 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} < 0, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial x} < 0,$$

поэтому релаксационная УВ представляет собой волну сжатия FC (см. рис. 3). Амплитуда релаксационной УВ уменьшается со временем, так как ударная волна разрежения догоняет и ослабляет ее. На рис. 4 приведены профили волны $\sigma(x)$ в несколько моментов времени от 1 до 7 мкс с шагом $\Delta t = 2$ мкс, полученных в результате численного решения полной системы уравнений из [1] в задаче о соударении пластин. Сплошная стальная пластина толщиной $h_1 = 1,4$ см ударялась по пористой стальной пластине толщиной $h_2 = 5,8$ см и пористостью $m_2 = 0,02$ со скоростью $v_p = 0,120$ мм/мкс. Прочностные параметры стали выбраны такими же, как в [1]: $\rho_s = 7,85$ г/см³, $K = 160$ ГПа, $\mu = 80$ ГПа, $Y_s \approx 0,4$ ГПа, вязкость стали $\eta = 3 \cdot 10^3$ Па · с. Сплошная вертикальная линия на рис. 4 соответствует контактной границе между пористым и сплошным материалом. Видно, что УВ имеет четырехволновую структуру и амплитуда релаксационной УВ уменьшается со временем. Пока волна разрежения не вошла в пористый материал, максимальное напряжение в релаксационной волне оставалось постоянным, а ширина увеличивалась. В пористом материале волна разрежения переходит в ударную волну разрежения, которая уменьшает амплитуду и ширину релаксационной УВ.

Увеличение скорости удара v_p и соответственно скорости УВ приводит к увеличению угла наклона линии Рэлея, поэтому в некоторой точке E (см. рис. 2) скорость замороженной УВ будет равна скорости релаксационной волны. В результате амплитуда замороженной УВ определяется из условия типа Чепмена — Жуге в точках E и X , откуда следует, что амплитуда замороженной УВ остается все время практически постоянной. Для большей скорости УВ конечное состояние находится в точке N , при этом амплитуда замороженной УВ определяется из пересечения линии Рэлея и замороженной адиабаты (точка M на рис. 2). Увеличение скорости УВ приводит к смещению точки X к точке K . При некоторой скорости УВ они совпадут, и ударная волна будет состоять из упругого предвестника и пластической ударной волны, следующей за ним (двухволновая конфигурация).

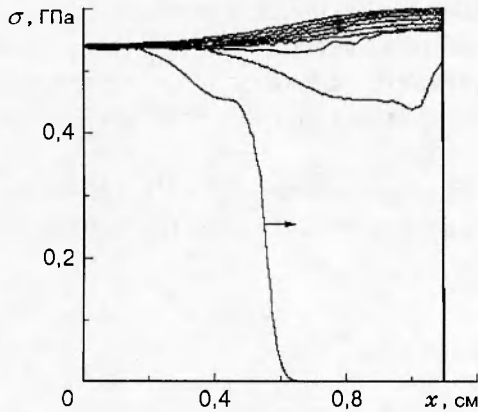


Рис. 5

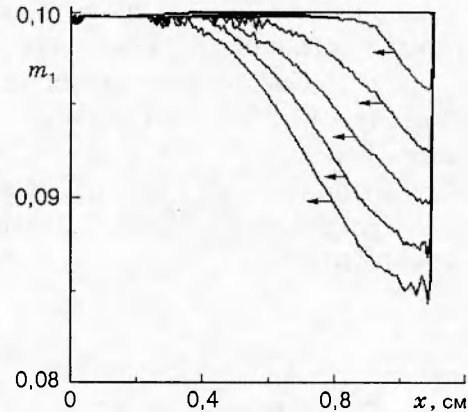


Рис. 6

Интересные особенности возникают при отражении УВ от твердой стенки. Если амплитуда ударной волны достаточно велика и за ней происходит полное затекание пор, то вследствие нелинейности $\sigma(V)$ коэффициент отражения УВ $k = \sigma_r/\sigma_i$ будет больше двух (σ_i — напряжение за падающей УВ, σ_r — напряжение за отраженной УВ). Для доказательства заметим, что если скачок напряжений в УВ $\Delta\sigma \leq 0,3$ Мбар, то скачок скорости Δu находится по формуле $\Delta u = \Delta\sigma/\rho c$. Следовательно, амплитуды падающей и отраженной волн $\sigma_i = z_i u_i$, $\sigma_r = z_r u_r$, где $z_i = \rho_i c_i$, $z_r = \rho_r c_r$; индекс i относится к падающей УВ, а r — к отраженной. Из условия жесткой стенки получим $u_i = u_r = v_p$, поэтому для коэффициента отражения имеем $k = 1 + z_r/z_i$. За падающей УВ происходит полное затекание пор, и отраженная волна распространяется по сплошному материалу, акустический импеданс которого $z_s = \rho_s c_s$. В силу неравенств $c_s > c_f > c_i$, $\rho_s > \rho_i$ и условия $z_r = z_s$ найдем, что коэффициент отражения в данном случае удовлетворяет неравенству $k > 2$. Уменьшение амплитуды падающей УВ приводит к тому, что за ней не происходит полного затекания пор. В результате отраженная УВ распространяется по пористому материалу, разница между величинами z_r и z_i уменьшается и соответственно уменьшается коэффициент отражения k . Наконец, возможен случай, когда за падающей УВ поры не затекают, а все затекание пор происходит за отраженной УВ, тогда $z_i \approx z_s$, $z_r \ll z_i$. В этом случае отраженная УВ вообще не возникает ($k \approx 1$). При этом энергия, приносимая падающей УВ, полностью переходит в тепловую за счет вязкого затекания пор. Такая ситуация аналогична абсолютно неупругому удару, когда вся кинетическая энергия соударяемых тел переходит в тепло.

На рис. 5 показаны распределения напряжений $\sigma(x)$, возникающие в пористой стали в моменты времени $t = 1, 2, \dots, 8$ мкс, отсчитываемые от момента прихода падающей УВ на твердую стенку. Падающая УВ создавалась поршнем, который вдвигался с постоянной скоростью $v_p = 0,016$ мм/мкс в материал с пористостью $m_1^0 = 0,1$. Жесткая стенка ограничивала пористый материал справа при $x = 1,1$ см. Видно, что амплитуда отраженной УВ стремится к нулю, а ширина — к бесконечности. Ширина релаксационной УВ определяется характерным временем затекания пор ($\Delta x \sim c_r \tau$, $\tau \sim \eta/(p - p_*)$), и при $p \sim p_*$ имеем $\Delta x \rightarrow \infty$. На рис. 6 приведены зависимости пористости m_1 от координаты x , рассчитанные для тех же моментов времени. Видно, что затекание пор в данном случае начинается в окрестности жесткой стенки за отраженной УВ. По мере распространения отраженной УВ область затекания пор расширяется, а пористость уменьшается. Дальнейшее уменьшение амплитуды падающей УВ приводит к появлению отраженной упругопластической

волны с амплитудой $p_* - \sigma_i$, за которой распространяется релаксационная волна с малой амплитудой и большой шириной. Амплитуда упругопластической волны растет с уменьшением v_p , и при некотором значении v_p поры перестают затекать и за отраженной от жесткой стенки УВ. В этом случае $z_r \approx z_i \sim z_s$ и коэффициент отражения увеличивается до значения $k \sim 2$.

Работа выполнена при частичной поддержке фонда президента РФ «Молодые доктора наук» (код проекта 96-15-96880) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01825).

ЛИТЕРАТУРА

1. Киселев С. П., Фомин В. М. Ударная волна разрежения в пористом материале // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 1. С. 28–35.

Поступила в редакцию 31/III 1997 г.
