

УДК 622.1 : 528.022.61

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРАДИЕНТОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ФЕРРОЗОНДОВЫМИ ДАТЧИКАМИ

Д. Г. Миловзоров, В. Х. Ясовеев

*Уфимский государственный авиационный технический университет,
450008, г. Уфа, ул. К. Маркса, 12
E-mail: dgmilovzorov@yandex.ru*

Рассмотрены вопросы построения градиентометрических преобразователей с феррозондовыми датчиками. Определены области применения феррозондовых градиентометров магнитного поля. Представлены структура и схема взаимного расположения биеlementного преобразователя с феррозондовыми датчиками. Принято допущение о строго соосном позиционировании феррозондовых датчиков в корпусе градиентометрического преобразователя (ГМП). Рассмотрены элементы классического подхода при математическом моделировании пространственного положения твёрдых тел. Приведены базисы корпуса ГМП и их преобразования во время пространственного перемещения градиентометра. Выполнена постановка задач математического моделирования градиентометрических преобразователей, разработаны базовые математические модели ГМП с биеlementным феррозондовым датчиком, осуществлён анализ полученных математических моделей. Проведён вычислительный эксперимент на ЭВМ. Показаны графические изменения разностных сигналов с феррозондовых датчиков градиентометра при вертикальном и горизонтальном положениях его корпуса в зависимости от изменения величины и направления вектора напряжённости геомагнитного поля.

Ключевые слова: феррозондовый градиентометр, биеlementные феррозондовые датчики, математическая модель.

DOI: 10.15372/AUT20170411

Введение. При выполнении магнитной дефектоскопии, проводимой с целью выявления дефектов в структуре ферромагнитных материалов или обнаружения скрытых в приповерхностных слоях Земли ферромагнитных объектов, широкое применение нашли магнитометрические приборы, реализованные на феррозондовых датчиках [1, 2]. Их низкий порог чувствительности (порядка нескольких нанотесла), простота конструкции и высокое быстродействие сыграли первостепенную роль при выборе типа датчиков для магнитометрической аппаратуры.

Из всего круга задач градиентометрии наибольший интерес представляет определение локальных неоднородностей сверхслабых магнитных полей в пределах естественных вариаций магнитосферы Земли (порядка 100 нТл). Это обусловлено рядом аспектов прикладного характера: естественная среда обитания биологических объектов; слабо выраженные ферромагнитные свойства твёрдых тел (остаточная намагниченность и коэрцитивная сила) и их габариты; пространственная доступность исследуемой локальной области, имеющая место при реализации функций поиска, обнаружения и предварительной оценки скрытых объектов вне зоны визуального (оптического) обзора (приповерхностного слоя грунтов, подводного расположения и др.).

Такие особенности условий использования градиентометрической аппаратуры определяют обоснованный выбор из всего спектра известных магниточувствительных датчиков именно феррозондовых измерительных преобразователей, обладающих рядом преимуществ: малый порог чувствительности (до единиц нанотесла); наличие диаграммы направленности; простота конструкции и высокая надёжность; сравнительно невысокая стоимость.

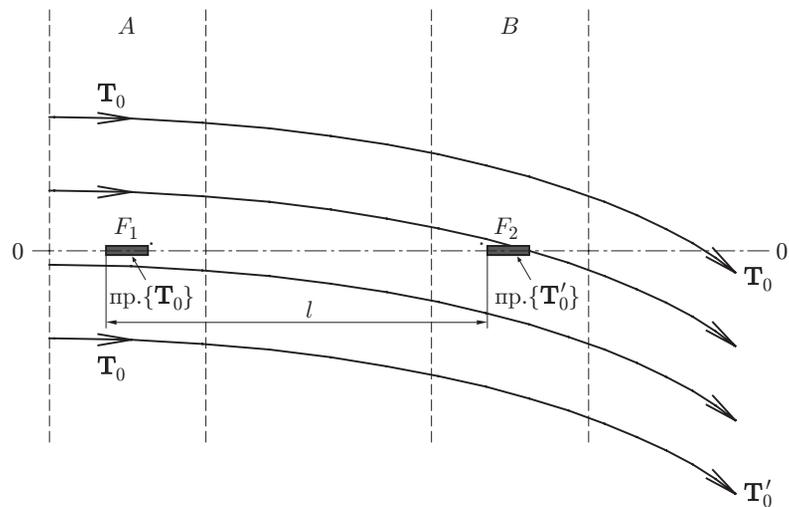


Рис. 1. Схематичное расположение феррозондовых датчиков в градиентном магнитном поле (пр. — проекции результирующих векторов)

Классическая структура градиентометра включает в себя полуэлементы, идентичные по характеристикам и разнесённые в пространстве на базовое расстояние l . На рис. 1 представлена структура градиентометра с биэлементными феррозондовыми преобразователями.

Цель данной работы — получение математических моделей градиентометрических преобразователей (ГМП) с биэлементными феррозондовыми датчиками, позволяющих при определении градиента результирующего вектора индукции магнитного поля T фиксировать на базовом расстоянии l приращение модуля полного вектора $|\Delta T|$ и угловые приращения в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Постановка задач математического моделирования градиентометрических преобразователей. Математическое моделирование, представляющее собой часть теоретических исследований, является весьма важным этапом в разработке, проектировании и создании градиентометрических преобразователей с феррозондовыми датчиками и составляет базовую основу в синтезе программно-алгоритмического обеспечения обработки результатов измерений.

Моделирование ГМП, безусловно, базируется на фундаментальных положениях общей теории электромагнитного поля [3], а также на общепризнанных приёмах теории пространственной ориентации [4, 5], поскольку сами феррозондовые датчики обладают диаграммой направленности и соответственно относятся к категории векторно-измерительных преобразователей [6, 7].

Математическое моделирование ГМП проводится в несколько этапов. Изначально определяются исходные данные и осуществляется выбор того или иного математического аппарата [5], обосновываются и принимаются допущения, формулируется цель моделирования с представлением конечного результата и выполняется сам процесс разработки математических моделей для различных вариантов компоновочных схем ГМП.

На рис. 1 схематично представлен ГМП с двумя встречно включёнными элементами — феррозондовыми датчиками F_1 и F_2 , помещёнными в неравномерное (искажённое) магнитное поле. Феррозонды F_1 и F_2 измеряют проекции результирующих векторов индукции магнитного поля T_0 и T'_0 соответственно.

При решении задач моделирования в условиях геомагнитного поля с локальными возмущениями (искажениями) следует принять положения, определяющие следующую методологию в разработке и анализе математических моделей ГМП.

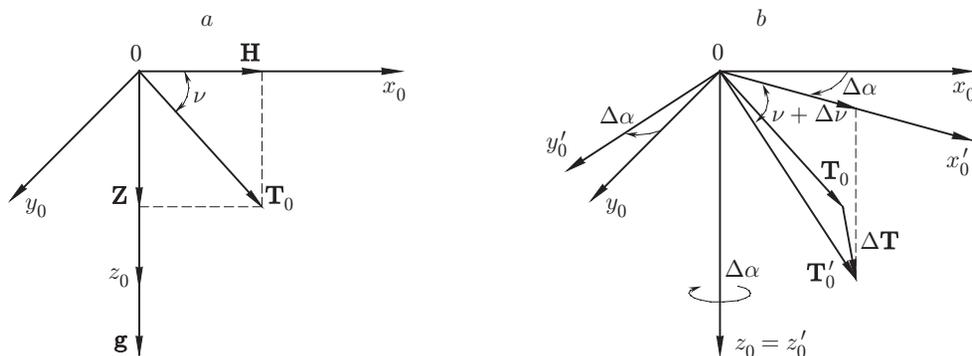


Рис. 2. Базисы (прямоугольные пространственные системы координат): *a* — основной базис $R_0(0, x_0, y_0, z_0)$; *b* — базис $R'_0(0, x'_0, y'_0, z'_0)$

1. Распределение силовых линий индукции (или напряжённости) магнитного поля носит пространственный характер.

2. Векторы \mathbf{T}_0 (область *A*) и \mathbf{T}'_0 (область *B*) непосредственно связаны с основным базисом $R_0(0, x_0, y_0, z_0)$, представленным на рис. 2, *a*.

3. При наличии градиента магнитного поля $\text{grad}(\mathbf{T}_0)$ на базовом расстоянии l (см. рис. 1) происходит изменение \mathbf{T} как по величине, т. е. $|\mathbf{T}'_0| = |\mathbf{T}_0 + \Delta\mathbf{T}|$, так и по направлению, причём изменение пространственного положения вектора \mathbf{T} характеризуется двумя угловыми параметрами ($\Delta\alpha$ и $\Delta\nu$), отсчитываемыми соответственно в горизонтальной и вертикальной плоскостях (рис. 2, *b*).

Следует отметить, что возможны и частные случаи, когда \mathbf{T} не изменяется по величине, т. е. $|\mathbf{T}_0| = |\mathbf{T}'_0|$, а меняется только его направленность в пространстве или же, наоборот, происходит изменение модуля ($|\mathbf{T}_0| \neq |\mathbf{T}'_0|$) без изменения направления, что характерно для ламинарных полей с плоскопараллельными силовыми линиями.

При решении задачи градиентометрии, а именно при определении параметров $|\Delta\mathbf{T}|$, $\Delta\alpha$ и $\Delta\nu$ (см. рис. 2, *b*) на базовом расстоянии l , целесообразно воспользоваться классическим подходом построения измерительной системы по схеме биеlementного преобразователя, реализующего принцип дифференциального датчика. Так, была предложена компоновочная схема ГМП (см. рис. 1), в которой биеlementный феррозондовый датчик выполнен в виде двух идентичных встречно включённых полуэлементов, оси чувствительности которых лежат на одной прямой $00'$.

Данный вариант компоновочной схемы позволяет фиксировать только изменение величины модуля $|\Delta\mathbf{T}|$ на базовом расстоянии l без получения информации об изменениях направления \mathbf{T} в горизонтальной и вертикальной плоскостях. При этом следует принять во внимание весьма важную особенность такого ГМП. Дифференциальное встречное включение полуэлементов F_1 и F_2 существенно повышает чувствительность ГМП, т. е. крутизну статической характеристики за счёт усиления разности сигналов при реализации электронных схем вторичного преобразования измерительной информации. Такой подход определяет и область практического применения данного варианта ГМП, именно в тех задачах, где требуется найти величину градиентов слабых магнитных полей на базовом расстоянии l .

Следующим этапом является разработка базовых математических моделей рассматриваемого варианта ГМП (см. рис. 1), при которой принимается их идеальная компоновка с соответствующими допущениями. Данный этап также является важным с точки зрения создания основы для более детального рассмотрения в плане дальнейшего развития теории подобного рода аппаратуры и градиентометрии в целом.

Разработка базовых математических моделей ГМП. Математическое моделирование ГМП с феррозондовыми датчиками основывается на классической теории пространственной ориентации твёрдых тел.

При разработке математических моделей необходимо ввести базисы и рассмотреть их пространственные преобразования. При этом априори принимается, что параметры контролируемых полей являются соизмеримыми с параметрами геомагнитного поля, в частности индукции данных полей лежат в пределах 40–100 мкТл, а базисы представляют собой правые прямоугольные системы координат.

Основной базис $R_0(0, x_0, y_0, z_0)$, представленный на рис. 2, *a*, связан непосредственно с гравитационным и магнитным полями Земли. Ось $0z_0$ является вертикальной и совпадает с вектором ускорения свободного падения \mathbf{g} . Ось $0x_0$ лежит в горизонтальной плоскости и направлена на север магнитного меридиана. Полный вектор индукции геомагнитного поля \mathbf{T}_0 лежит в плоскости $0x_0z_0$ и раскладывается на вертикальную \mathbf{Z} и горизонтальную \mathbf{H} составляющие (проекции). Угол магнитного наклона ν для данной широты местности лежит между векторами \mathbf{T}_0 и \mathbf{H} и находится как

$$\operatorname{tg} \nu = |\mathbf{Z}|/|\mathbf{H}| = \sqrt{|\mathbf{T}_0|^2 - |\mathbf{H}|^2}/|\mathbf{H}| = |\mathbf{Z}|/\sqrt{|\mathbf{T}_0|^2 - |\mathbf{Z}|^2}. \quad (1)$$

Следует отметить, что угол ν всегда положителен и в зависимости от географических координат местности может изменяться в диапазоне от 0 до 90° , причём на экваторе вектор \mathbf{T}_0 горизонтален ($\nu = 0^\circ$), а на магнитных полюсах Земли — вертикален ($\nu = 90^\circ$). На средних широтах Урала угол ν составляет величину порядка $72\text{--}74^\circ$.

Проекции векторов \mathbf{g} и \mathbf{T}_0 в основном базисе определяются матрицами-столбцами

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_0 = \begin{pmatrix} H \\ 0 \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T \cos \nu \\ 0 \\ T \sin \nu \end{pmatrix},$$

где g — величина модуля вектора \mathbf{g} , $g = |\mathbf{g}|$; T — величина модуля вектора \mathbf{T} , $T = |\mathbf{T}_0|$; H — величина модуля горизонтальной составляющей \mathbf{H} , $H = |\mathbf{H}|$; Z — величина модуля вертикальной составляющей \mathbf{Z} , $Z = |\mathbf{Z}|$.

При математическом моделировании ГМП с феррозондовыми датчиками необходимо принять начальное пространственное положение корпуса, в соответствии с которым задаются направления осей базиса корпуса $R_b(0, x_b, y_b, z_b)$. Так, при горизонтальном положении корпуса ГМП его базис $R_b(0, x_b, y_b, z_b)$ полностью совпадает с основным базисом $R_0(0, x_0, y_0, z_0)$, а ось $00'$ — с направлением оси $0x_b$.

Далее, учитывая пространственные вариации корпуса ГМП, требуется рассмотреть преобразования базиса корпуса $R_b(0, x_b, y_b, z_b)$, которые, по сути, представляют собой линейные преобразования, связанные с отдельными последовательными плоскими поворотами базиса корпуса на определённые углы вокруг соответствующих осей.

Первый поворот базиса корпуса R_b осуществляется вокруг оси $0z_b$ на угол азимута α в горизонтальной плоскости (рис. 3, *a*). Второй поворот вновь образованного базиса $R_1(0, x_1, y_1, z_1)$ осуществляется вокруг оси $0y_1$ на угол наклона θ (рис. 3, *b*); третий поворот базиса $R_2(0, x_2, y_2, z_2)$ — вокруг оси $0x_2$ на угол крена φ (рис. 3, *c*).

Углы α , θ и φ в классическом представлении теории пространственной ориентации являются углами Эйлера — Крылова [4].

В соответствии с теорией матриц [8, 9] общее векторно-матричное уравнение (ВМУ), характеризующее указанные повороты, выглядит следующим образом:

$$\mathbf{T}_{R_3} = A_\varphi(x)A_\theta(y)A_\alpha(z)\mathbf{T}_{R_0}, \quad (2)$$

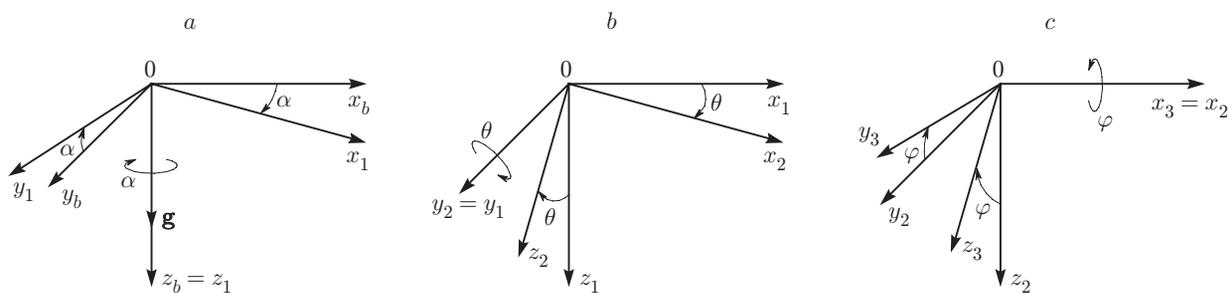


Рис. 3. Преобразование базисов: a — $R_b(0, x_b, y_b, z_b)$ в $R_1(0, x_1, y_1, z_1)$; b — $R_1(0, x_1, y_1, z_1)$ в $R_2(0, x_2, y_2, z_2)$; c — $R_2(0, x_2, y_2, z_2)$ в $R_3(0, x_3, y_3, z_3)$

где $A_\varphi(x)$, $A_\theta(y)$ и $A_\alpha(z)$ — матрицы направляющих косинусов отдельных плоских поворотов базиса R_0 на углы φ , θ и α вокруг осей $0x$, $0y$ и $0z$ соответственно.

Выполнив преобразования векторно-матричного уравнения (2) в соответствии с правилами перемножения матриц, получим

$$\mathbf{T}_{R_3} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ \sin \varphi \cdot \sin \theta & \cos \varphi & \sin \varphi \cdot \cos \theta \\ \cos \varphi \cdot \sin \theta & -\sin \varphi & \cos \varphi \cdot \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T \cos \alpha \cdot \cos \nu \\ -T \sin \alpha \cdot \cos \nu \\ T \sin \nu \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Решением векторно-матричного уравнения (3) является система скалярных трансцендентных уравнений связи измеряемых проекций t_{x3} , t_{y3} и t_{z3} полного вектора \mathbf{T} с углами φ , θ , α и ν :

$$\left. \begin{aligned} t_{x3} &= (\cos \nu \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta - \sin \nu \cdot \sin \theta)T, \\ t_{y3} &= [\cos \nu (\cos \alpha \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi - \cos \varphi \cdot \sin \alpha) + \sin \nu \cdot \sin \varphi \cdot \cos \theta]T, \\ t_{z3} &= [\cos \nu (\cos \alpha \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + \sin \varphi \cdot \sin \alpha) + \sin \nu \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta]T. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Анализ полученных выражений (4) показывает, что измеряемый сигнал t_{x3} с феррозонда, ориентированного по продольной оси $00'$ (см. рис. 1), не зависит от угла крена φ , что вполне объяснимо: при повороте феррозондового датчика вокруг собственной оси чувствительности при произвольной ориентации относительно вектора \mathbf{T} измеряемая проекция остаётся постоянной.

В представленном ВМУ (2) и в системе уравнений (4) в ракурсе решаемых задач искомыми угловыми параметрами являются α и ν , при определении аналитических выражений которых целесообразно воспользоваться методом транспонированных матриц. Тогда с учётом правила $AA^T = 1$ исходное ВМУ (2) преобразуется к виду

$$A^T\{\varphi, \theta\}(x, y)\mathbf{T}_{R_3} = A_\alpha(z)\mathbf{T}_{R_0}, \quad (5)$$

где $A^T\{\varphi, \theta\}$ — первая матрица в правой части ВМУ (3), в которой строки заменены соответствующими столбцами; \mathbf{T} — символ операции транспонирования матрицы.

Решением преобразованного ВМУ (5) является система скалярных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= T_1 \cos \alpha \cdot \cos \nu = t_{x1} \cos \theta + \sin \theta (t_{y1} \sin \varphi + t_{z1} \cos \varphi), \\ b_1 &= -T_1 \sin \alpha \cdot \cos \nu = t_{y1} \cos \varphi - t_{z1} \sin \varphi, \\ c_1 &= T_1 \sin \nu = -t_{x1} \sin \theta + \cos \theta (t_{y1} \sin \varphi + t_{z1} \cos \varphi), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

из которой следуют выражения искомых углов:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = b_1/a_1; \quad \operatorname{tg} \nu_1 = c_1/\sqrt{a_1^2 + b_1^2}; \quad T = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}. \quad (7)$$

Анализ полученных выражений (6) показывает, что промежуточный параметр b_1 не зависит от угла наклона θ . Необходимо также отметить, что выражения (7) с учётом (6) представляют собой базовые математические модели ГМП в ламинарном магнитном поле, причём эти модели справедливы при принятии исходного допущения — оси чувствительности феррозондов расположены вдоль одной оси $00'$ [10].

Данные допущения являются идеализированными и соответствуют гипотетическому структурному и конструктивному построению ГМП.

При решении задачи градиентометрии, рассматриваемой в предлагаемой работе, следует принять во внимание изменение параметров $\Delta\alpha$, $\Delta\nu$ и ΔT на базовом расстоянии l (см. рис. 1). Тогда для областей A и B правая матрица ВМУ (3) определится следующим образом:

$$A^A = \begin{pmatrix} T \cos \alpha \cdot \cos \nu \\ -T \sin \alpha \cdot \cos \nu \\ T \sin \nu \end{pmatrix}, \quad A^B = \begin{pmatrix} [T + \Delta T] \cos(\alpha + \Delta\alpha) \cdot \cos(\nu + \Delta\nu) \\ [T + \Delta T] \sin(\alpha + \Delta\alpha) \cdot \cos(\nu + \Delta\nu) \\ [T + \Delta T] \sin(\nu + \Delta\nu) \end{pmatrix}.$$

При этом измеряемые сигналы с феррозондов F_1 и F_2 (см. рис. 1) будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= (\cos \nu \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta - \sin \nu \cdot \sin \theta)T_0, \\ t_2 &= (\cos(\nu + \Delta\nu) \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha) \cdot \cos \theta - \sin(\nu + \Delta\nu) \cdot \sin \theta)[T_0 + \Delta T]. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

При $\Delta T = \Delta\alpha = \Delta\nu = 0$, естественно, $t_1 = t_2$, что характерно для неискажённого магнитного поля.

Из полученных выражений (8) следует базовая математическая модель для ГМП:

$$\Delta t = t_1 - t_2. \quad (9)$$

Выполнив соответствующие преобразования в (9) с учётом (8), получим

$$\begin{aligned} \Delta t &= T_0 \{ \cos \theta [\cos \nu \cdot \cos \alpha - \cos(\nu + \Delta\nu) \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha)] - \sin \theta [\sin \nu - \sin(\nu + \Delta\nu)] \} - \\ &- \Delta T [\cos(\nu + \Delta\nu) \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha) \cdot \cos \theta - \sin(\nu + \Delta\nu) \cdot \sin \theta]. \end{aligned} \quad (10)$$

Базовая математическая модель (10) для ГМП с биеlementным феррозондовым датчиком (см. рис. 1) представляется весьма громоздкой и, по сути, является функцией всех параметров и аргументов правой части, т. е. $\Delta t = f[T_0, \Delta T, \alpha, \Delta\alpha, \nu, \Delta\nu, \theta]$. Анализ этой модели затруднителен, хотя первая предварительная оценка однозначна: при произвольной пространственной ориентации корпуса ГМП возможно лишь в количественной абсолютной мере найти разность измеряемых проекций векторов \mathbf{T}_0 и \mathbf{T}'_0 на ось $00'$ для областей соответственно A и B [11].

Поэтому в такой ситуации целесообразно рассмотреть частные случаи, которые могут определить предпочтительные области практического применения такой схемы ГМП: горизонтальное положение корпуса, при котором $\theta = 0^\circ$ и $\cos \theta = 1$, $\sin \theta = 0$; вертикальное положение корпуса, при котором $\theta = 90^\circ$ и $\cos \theta = 0$, $\sin \theta = 1$.

Для рассматриваемых случаев математическая модель (10) будет выглядеть следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \Delta t_h &= T_0[\cos \nu \cdot \cos \alpha - \cos(\nu + \Delta\nu) \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha)] - \Delta T \cos(\nu + \Delta\nu) \cdot \cos(\alpha + \Delta\alpha), \\ \Delta t_v &= T_0[\sin(\nu + \Delta\nu) - \sin \nu] + \Delta T \sin(\nu + \Delta\nu), \end{aligned} \right\} (11)$$

где Δt_h и Δt_v — разности сигналов с феррозондов F_1 и F_2 при горизонтальном и вертикальном положениях корпуса ГМП соответственно.

Выражения (11) существенно упростились по сравнению с исходными (10), причём второе выражение не содержит параметр α .

Таким образом, полученные математические модели данного варианта компоновки ГМП с биеlementными феррозондовыми датчиками представляют собой аналитические зависимости искомой величины: сигнал Δt для произвольной пространственной ориентации корпуса (10), сигнал Δt_h для горизонтальной и сигнал Δt_v для вертикальной ориентаций корпуса.

Анализ выражений (11) показывает, что разностный сигнал Δt_h при нулевых значениях отклонений ΔT , $\Delta\alpha$ и $\Delta\nu$ функционально зависит от поворота корпуса на угол α в полном диапазоне ($\alpha = 0-360^\circ$), а также от величины магнитного наклонения ν . Разностный же сигнал Δt_v не зависит ни от параметра α , ни от параметра $\Delta\alpha$.

Вычислительный эксперимент. Для моделирования процесса помещения феррозондового градиентометра в слабо искажённое магнитное поле необходимо провести расчёты, в которых будут получены численные значения и графические зависимости в соответствии с полученными математическими моделями (11) для двух параметров (приращений измеряемых проекций вектора напряжённости магнитного поля) Δt_h и Δt_v .

Наибольшую актуальность применение градиентометров имеет при определении локальных неоднородностей сверхслабых магнитных полей в пределах естественных вариаций магнитосферы Земли. Поэтому и моделирование вносимых искажений будем осуществлять исходя из условий имитации сверхслабых магнитных полей. Для этого ограничимся приращением величины вектора \mathbf{T} на уровне 50 %, а его направления, характеризуемого углами α и ν , — на уровне 60° .

На рис. 4 представлена зависимость изменения разностного сигнала Δt_v от изменения приращения угла магнитного наклонения $\Delta\nu$ (моделируется изменение вектора \mathbf{T} , соответствующее воздействию слабых магнитных полей по направлению) в диапазоне от 0

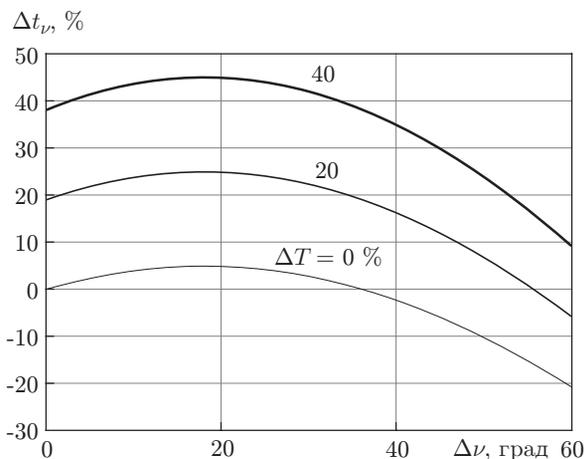


Рис. 4. Графики изменения разностного сигнала $\Delta t_v = f(\Delta\nu)$

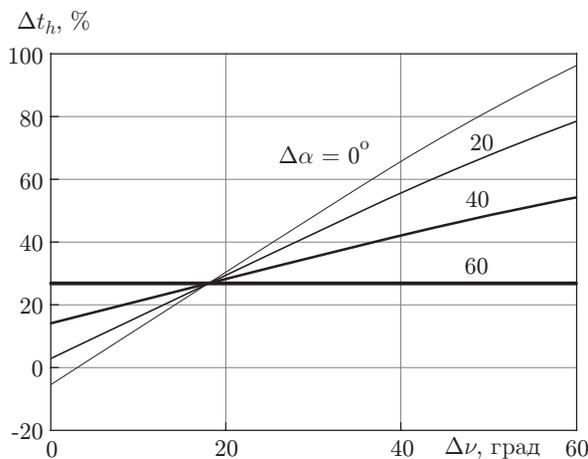


Рис. 5. Графики изменения разностного сигнала $\Delta t_h = f(\Delta\nu)$ при $\nu = 72^\circ$, $\Delta T = 20\%$

до 60° для различных заданных значений ΔT (моделируется изменение вектора \mathbf{T} по величине). Из графиков следует, что вид зависимости носит нелинейный характер, а величина разностного сигнала Δt_ν определяется величиной приращения ΔT . Установлено, что при больших значениях $\Delta \nu$, соответствующих воздействию сильных магнитных полей, не соизмеримых с величиной вектора напряжённости нормального поля Земли, рассматриваемая зависимость принимает синусоидальный вид.

На рис. 5 представлена зависимость изменения разностного сигнала Δt_h от изменения приращения угла магнитного наклона $\Delta \nu$ в диапазоне от 0 до 60° для различных заданных значений $\Delta \alpha$, из которых видно, что при малых значениях приращений $\Delta \nu$, $\Delta \alpha$ и ΔT зависимость имеет линейный характер, а угол наклона характеристики определяется величиной приращений ΔT и $\Delta \alpha$. Также установлено, что при больших значениях $\Delta \nu$ и $\Delta \alpha$, соответствующих воздействию сильных магнитных полей, не соизмеримых с величиной вектора напряжённости нормального поля Земли, рассматриваемая зависимость также принимает синусоидальный вид.

Заключение. Рассмотренный в данной работе вариант построения ГМП и полученные базовые математические модели характерны для идеального случая и не учитывают реальных особенностей конструкций, технологии сборки и настройки аппаратуры, в частности в них не учтены масштабирующие коэффициенты статических характеристик феррозондовых датчиков и малые углы отклонения осей чувствительности феррозондов от прямоугольных осей базиса корпуса $R_b(0, x_b, y_b, z_b)$. Эти параметры обуславливают появление инструментальных погрешностей ГМП и соответственно оказывают непосредственное влияние на нормируемые метрологические характеристики [17].

Масштабирующие коэффициенты феррозондовых датчиков определяются на этапах экспериментальных исследований ГМП по известным методикам. Эта процедура довольно проста и особых трудностей не вызывает. А разработка и анализ обобщённых математических моделей ГМП, учитывающих угловые параметры «перекосов» феррозондовых датчиков, представляют собой отдельные задачи, требующие более тщательного и детального рассмотрения.

При разработке и создании подобного рода аппаратуры необходимо уделять особое внимание обеспечению инвариантности измерительных преобразователей по отношению к внешнему ламинарному геомагнитному полю. Это достигается тем, что полуэлементы — феррозонды должны быть попарно идентичны, а именно выходные сигналы должны иметь равные коэффициенты преобразования, соответствующие крутизне статических характеристик, а оси чувствительности феррозондов — строго параллельны.

Таким образом, представленная схема градиентометра (см. рис. 1) при определении градиента результирующего вектора индукции или напряжённости поля позволяет фиксировать на базовом расстоянии l не только приращение модуля полного вектора ΔT , но и угловые приращения в горизонтальной $\Delta \alpha$ и вертикальной $\Delta \nu$ плоскостях. Причём разностный параметр Δt_ν не зависит ни от параметра α , ни от параметра $\Delta \alpha$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крапивский Е. И., Любчик А. Н., Беликов А. А. Исследование магнитных полей трубопроводов градиентометром с целью контроля их технического состояния // Матер. V Междунар. науч. шк. молодых ученых и специалистов «Проблемы освоения недр в XXI веке глазами молодых». М.: УРАН ИПКОН РАН, 2008. С. 350–353.
2. Дубов А. А. Способ определения предельного состояния металла в зонах КН по градиенту магнитного поля рассеяния // Матер. II Междунар. конф. «Диагностика оборудования и конструкций с использованием магнитной памяти металла». М., 26–28 февраля 2001. С. 51–64.

3. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник. М.: Гардарики, 2003. 317 с.
4. **Ишлинский А. Ю.** Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 670 с.
5. **Ривкин С. С.** Стабилизация измерительных устройств на качающемся основании. М.: Наука, 1978. 320 с.
6. **Миловзоров Д. Г., Логинова Т. М.** Градиентометрические преобразователи с феррозондовыми датчиками // Матер. IX Междунар. науч.-техн. конф. «Измерение, контроль, информатизация». Барнаул: Изд-во АлтГТУ им. И. И. Ползунова, 2009. С. 75–76.
7. **Миловзоров Д. Г., Редькина Т. А., Колесников А. А.** Биэлементный феррозондовый градиентометр для контроля остаточной намагниченности миниатюрных деталей // Матер. Всеросс. науч.-практ. конф. «Современные проблемы науки и образования в техническом вузе». Уфа: Изд-во УГАТУ, 2013. С. 96–99.
8. **Миловзоров Д. Г., Редькина Т. А., Ясовеев В. Х.** Градиентометрические системы на основе трёхкомпонентных магнитометров с переменной базой // Динамика сложных систем — XXI век. 2014. № 4. С. 25–31.
9. **Milovzorov G. V., Milovzorov D. G., Yasoveyev V. Kh., Redkina T. A.** Gradiometric systems based on three-component variable-baseline magnetometer // Italian Sci. Rev. 2014. **18**, N 9. P. 53–60.
10. **Редькина Т. А., Миловзоров Д. Г., Садрутдинов Р. Р.** О погрешностях градиентометров с биэлементными феррозондовыми датчиками // Вестн. ИжГТУ. 2014. **63**, № 3. С. 132–135.
11. **Редькина Т. А., Миловзоров Д. Г., Мельников В. П.** О построении градиентометров с биэлементными феррозондовыми датчиками // Всеросс. науч.-практ. конф. «Инновации в науке, технике и технологиях»: Сб. ст. Ижевск: Изд-во УдГУ, 2014. С. 218–219.

Поступила в редакцию 30 марта 2017 г.
