

5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошной среды. М., 1953.
6. Л. Г. Лойцянский. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1970.
7. К. Регланд, Я. Николлс. РТК, 1969, 7, 5.
8. Ч. Д. Ж. Гаррет.— В сб.: Нелинейная теория распространения волн. М., «Мир», 1970.
9. Д. Б. Уизьям.— В сб.: Нелинейная теория распространения волн. М., «Мир», 1970.
10. Г. Ламб. Гидродинамика. М., Гостехиздат, 1947.
11. G. Neuman. Deutsch. Hydragr. Zeit, 1952.
12. Г. Майрлс.— В сб.: Ударные трубы. М., ИЛ, 1962.
13. В. М. Гендугов. ФГВ, 1973, 9, 2.
14. В. Ф. Комов, Я. К. Трошин. Докл. АН СССР, 1965, 162, 1.

СКОРОСТЬ ЗВУКА В УДАРНО-СЖАТЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ. СПЛОШНОЕ ВЕЩЕСТВО

А. П. Рыбаков
(Челябинск)

Недостаточность и трудоемкость получения экспериментальных значений скорости звука в ударно-сжатых конденсированных телах побуждают к попытке обобщения имеющихся сведений с целью получения зависимостей между плотностью, давлением и скоростью звука в состоянии на ударной адиабате, чтобы распространить эти зависимости на неисследованные области и материалы.

В [1] экспериментальные результаты для каждого металла обобщены следующим образом. Модуль изэнтропического сжатия K_s представлен в виде степенного ряда

$$K_s = \rho_0 c^c = \sum_{i=1}^n a_i (\delta - 1)^{i-1}, \quad (1)$$

где ρ_0 — начальная плотность металла; c — скорость звука; $\delta = \rho/\rho_0$ — сжатие.

Значения коэффициентов a_i при $n=6$ для Al, Cu, Pb и Fe подобраны по экспериментальным данным. Это выражение для каждого из металлов описывает экспериментальные значения скорости звука с ошибкой в пределах 2%.

Автор работы [2] аппроксимировал экспериментальные данные внутри исследованного диапазона линейными соотношениями:

$$c = a\delta - b. \quad (2)$$

Здесь a и b — постоянные коэффициенты подобраны для каждого отдельного металла. Это соотношение не описывает начального участка при малых сжатиях ($\delta \rightarrow 1$). Для исследованных диапазонов соотношение (2) в пределах 2—3% соответствует эксперименту (Al, Cu, Pb и Fe).

Другая попытка обобщения сделана в работе [3]. Результаты для Al, Cu, Pb и Fe описаны эмпирической формулой

$$\frac{\rho c^2}{\rho_0 c_0^2} = \left(1 + 7.5 \frac{p}{\rho_0 c_0^2} \right)^{0.73}. \quad (3)$$

Здесь p , ρ , c — давление, плотность и скорость звука для состояния на ударной адиабате. Индекс 0 означает принадлежность к начальному состоянию. Максимальное отклонение экспериментальных значений от рассчитанных по этой формуле составляет 9%. В [3] показано, что формулой (3) можно оценивать величину скорости звука у металлов, для которых нет экспериментальных данных.

Выражение для скорости звука в твердом теле в окрестности ударной адиабаты можно получить из уравнения состояния для этой области. Наилучшим образом состояния твердых тел в широком диапазоне давлений и температур ударного сжатия описывают полуэмпирические уравнения состояния, которые учитывают термическое возбуждение электронов. Вытекающие из этих уравнений выражения для скорости звука крайне громоздки и неудобны для практического пользования. Так, в работе [4] полученное выражение скорости звука как функция сжатия и температуры с погрешностью в пределах 3% описывает данные эксперимента для Al и Cu. Для свинца наблюдается расхождение, увеличивающееся со сжатием. Максимальное различие составляет примерно 20%.

Рассмотрим еще два способа получения выражения для скорости звука. Положим, что электронные давление и энергия малы. Тогда уравнение состояния в виде уравнения Ми-Грюнайзена можно записать в одной из следующих форм [5]:

$$\begin{aligned} p - p_x &= \Gamma/V(E - E_x), \\ p - p_\Gamma &= \Gamma/V(E - E_\Gamma), \end{aligned}$$

где p_x и E_x — давление и внутренняя энергия как функции удельного объема V при нулевой температуре; p_Γ и E_Γ — давление и внутренняя энергия, рассматриваемые как функции только удельного объема вдоль адиабаты Гюгонно. Полагая, что параметр Грюнайзена Γ есть некоторая функция объема, можно продифференцировать последнее уравнение и получить [5] дифференциальное уравнение первого порядка для изэнтропы $p_s(V)$, которая определяется через известные функции $p_\Gamma(V)$, $E_\Gamma(V)$ и $\Gamma(V)$:

$$\begin{aligned} p_s = -dE_\Gamma/dV + (p_\Gamma - p_s) \cdot d/dV \cdot (V/\Gamma) + \\ + V/\Gamma \cdot (dp_\Gamma/dV - dp_s/dV). \end{aligned} \quad (4)$$

Воспользуемся законами сохранения массы и импульса на фронте ударной волны

$$p_\Gamma = \rho_0 u D, \quad \delta = D/(D - u),$$

а также экспериментальным фактом линейной зависимости скорости ударной волны D от массовой скорости u

$$D = c_0 + \beta u,$$

и получим уравнение ударной адиабаты

$$p_\Gamma = \rho_0 c_0^2 \delta (\delta - 1) \left(\frac{\eta - 1}{\eta - \sigma} \right)^2, \quad (5)$$

где c_0 — коэффициент в соотношении $D-u$ имеет смысл гидродинамической скорости звука при нормальных условиях; $\eta = \beta/(\beta - 1)$ — предельное сжатие; β — коэффициент пропорциональности в соотношении $D-u$. Для скорости ударной волны имеем

$$D = c_0 \delta [(\eta - 1)/(\delta - 1)]. \quad (6)$$

При определении выражения для скорости звука предположим, что параметр Грюнайзена изменяется при сжатии следующим образом:

$$\Gamma = \Gamma_0/\delta. \quad (7)$$

Это имеет место, например, для Pb [7] и Al [6].

Продифференцируем (5) по δ и вместе с (7) подставим в дифференциальное уравнение изэнтропы (4). Внутреннюю энергию E_Γ определим с помощью уравнения ударной адиабаты

$$E_\Gamma - E_0 = 1/2 p_\Gamma (V_0 - V)$$

и также поставим в (4). В итоге для скорости звука получим

$$c = c_0 [(\eta - 1)/(\eta - \delta)] [2\eta(\delta - 1)/(\eta - \delta) - \Gamma_0 \cdot \eta/\delta \cdot (\delta - 1)^2/(\eta - \delta) + 1]^{1/2}. \quad (8)$$

Предположения, при которых получена формула (8), практически эквивалентны допущению о слабости ударной волны в твердом теле. Естественно ожидать, что при увеличении интенсивности ударной волны формула (8) все меньше будет соответствовать действительности: при сжатиях $\delta < 1,6 \div 1,7$ в пределах $4 \div 5\%$ она дает совпадение с экспериментом, а при больших сжатиях — завышенные значения скорости звука.

Уравнение изэнтропы, проходящей через заданную точку на ударной адиабате, а следовательно, и скорость звука в этой точке можно получить и несколько иным способом. Рассмотрим процесс разгрузки вещества, сжатого предварительно ударной волной, из состояния 0 до состояния 1. В волне разрежения состояние вещества изэнтропически изменяется от (p_1, V_1, E_1, u_1) до (p, V, E, u) . Это волна дисперсии, и каждый ее элемент распространяется со скоростью звука, присущей давлению p . Законы сохранения потоков массы, импульса и энергии можно применить к каждому элементу волны и получить уравнения в дифференциальной форме, которые затем можно проинтегрировать между соответствующими пределами. В частности, для элементарной волны справедливо соотношение $du = \sqrt{-dp \cdot dV}$, откуда следует $dV = -dp/(dp/du)^2$, либо в интегральной форме для волны разрежения

$$\Delta V = V - V_1 = \int_p^{p_1} \frac{dp}{(dp/du)^2}. \quad (9)$$

Слабые ударные волны в твердых телах можно рассматривать как адиабатические (изэнтропические) процессы, так что отраженные волны разрежения в плоскости давление — массовая скорость есть просто зеркальное отображение ударной адиабаты по ординате относительно давления p_1 в ударной волне. В таком случае уравнение линии разгрузки в переменных давление — массовая скорость имеет вид

$$p_1 - p = a(u - u_1) - b(u - u_1)^2, \quad (10)$$

где a и b — постоянные. Снова воспользуемся известным экспериментальным фактом линейной зависимости скорости ударной волны от массовой скорости. В таком случае (10) преобразуется к виду

$$p = a_1(\omega - u) + b_1(\omega - u)^2, \quad (11)$$

где $\omega = u$ при $p = 0$; $a_1^2 = a^2 - 4bp$; $b_1 = b$; $a_1 = \rho_0 c_0$; $b_1 = \rho_0 \beta$. Подстановка (11) в (9) дает выражение

$$V - V_1 = \frac{1}{4b} \ln \left(\frac{a_1^2 + 4b_1 p_1}{a_1^2 + 4b_1 p} \right), \quad (12)$$

которое ранее получено в [9]. Продифференцируем (12) и получим формулу для скорости звука

$$c = V (a_1^2 + 4b_1 p)^{1/2}$$

либо

$$c = c_0/\delta \cdot \left(1 + 4\beta \frac{p}{\rho_0 c_0^2} \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Выражение (13) позволяет определить величину скорости звука в ударно-сжатом веществе в состоянии с давлением p и относительной плотностью δ . Для этого достаточно знать только коэффициенты (c_0 и β) в соотношении волновая — массовая скорость. Формула (13), хотя и полу-

чена в предположении изэнтропичности процесса ударного сжатия твердых тел, дает совпадение с экспериментом [1] и для сильных волн в диапазоне давлений вплоть до 4 Мбар — в пределах 2—3%, т. е. в пределах ошибки эксперимента.

Можно получить выражение для тангенса угла боковой разгрузки в сплошных твердых телах. Для этого необходимо соответствующие уравнения для скорости звука и волновой скорости подставить в формулу [1]

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{(c/D)^2 - (1/\delta)^2}.$$

Используя уравнения (6) и (8), получим

$$\operatorname{tg} \alpha = 1/\delta \sqrt{2\eta(\delta-1)/(\eta-\delta) [1 - \Gamma_0 \cdot (\delta-1)/2\delta]}.$$

Для большинства из исследованных твердых тел $\beta \approx 1,5$, при этом $\eta \approx 3$. Начальное значение параметра Грюнайзена для металлов близко к $\Gamma_0 = 2$, поэтому

$$\operatorname{tg} \alpha = 1/\delta \sqrt{6 \cdot (\delta-1)/\delta(3-\delta)}. \quad (14)$$

Используя формулы (6) и (13), получим

$$\operatorname{tg} \alpha = 1/\delta \cdot \sqrt{[(\eta-\delta)/\delta(\eta-1)]^2 + 4\eta/(\eta-1) (\delta-1)/\delta - 1}.$$

При $\eta = 3$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1/\delta \sqrt{[(3-\delta)/2\delta]^2 + 6 \cdot (\delta-1)/\delta - 1}. \quad (15)$$

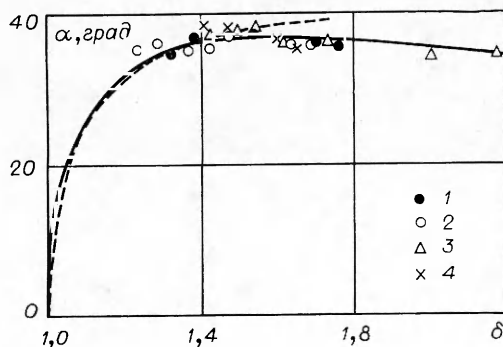
При $\delta = 1$ формулы (14) и (15) дают $\operatorname{tg} \alpha = 0$, $\alpha = 0$ и $(d \operatorname{tg} \alpha/d\delta) = \infty$. При предельном сжатии ($\delta = \eta = 3$) формула (15) дает $\operatorname{tg} \alpha_{\text{пр}} = 1/\sqrt{3}$, $\alpha_{\text{пр}} = 30^\circ$. Формула (14) при предельном сжатии дает $\alpha_{\text{пр}} = 90^\circ$. Причины этого, по-видимому, те же, что вызывают расхождение (8) с экспериментом. Формула (14), как и (8), применима при $\delta < 1,6 \div 1,7$. Из (15) следует, что при $\delta = 1,609$ $\operatorname{tg} \alpha_{\text{max}} = 0,752$, $\alpha_{\text{max}} = 37^\circ$.

На рисунке приведен график изменения угла боковой разгрузки α в зависимости от сжатия δ в ударной волне. Экспериментальные точки взяты из [1]. Штриховая линия соответствует уравнению (14), сплошная — (15). Как видно, последняя дает лучшее согласие с экспериментом во всем исследованном диапазоне сжатий.

Выражения (12), (13) позволяют получить уравнение для кривой p_x холодного сжатия — нулевой изэнтропы, проходящей через точку начального состояния $p = 0$, $T = 0$, $V = V_k$. В переменных p_x и $\sigma = V_k/V = \rho/\rho_k$ это выражение имеет вид

$$p_x = \frac{\rho_k c_0^2}{4\beta} \left\{ \exp \left[4\beta \left(1 - \frac{1}{\sigma} \right) \right] - 1 \right\}. \quad (16)$$

Оценки показывают, что выражением (16) можно пользоваться



Зависимость угла боковой разгрузки α от сжатия δ в ударной волне.
1 — Al; 2 — Cu; 3 — Pb; 4 — Fe.

в диапазоне от плотности твердого тела, нагретого при $p = 0$ до температуры плавления, до значения $\sigma \approx 2\beta$. На участке $1 \leq \sigma \leq 2\beta$ кривая $p_x(\sigma)$ обращена выпуклостью к оси σ . Причем для верхней границы диапазона плотностей величина давления p_x , вычисленная по (16), например, для Al, Cu, Ni и Pb на 20% меньше значений, определенных по формулам работы [6]. Для щелочных металлов это различие еще меньше. Так, сравнение p_x по (16) и по данным работы [10] показы-

вает, что даже при $\sigma=2,0$ различие составляет для К 0,6, Li—4 и для Na — 6%.

Подставив (16) в известную формулу Ландау — Слэтэра [11, 12], для параметра Грюнайзена, получим

$$\Gamma = 2(\beta/\sigma - 1/3).$$

При $p=0$ и $\sigma=1$ отсюда следует

$$\Gamma_0 = 2(\beta - 1/3). \quad (17)$$

Подставляя (16) в формулу Дугдайла — Макдональда [13] для Γ , при $p=0$ и $\sigma=1$ получим известное выражение [5]

$$\Gamma_0 = 2\beta - 1. \quad (18)$$

Для обычных металлов формула (17) дает завышенные на 10—15%, а (18) заниженные на 10—15% значения Γ_0 по сравнению с термодинамическими.

Поступила в редакцию 20/X 1976,
после доработки — 18/1 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Альтшулер, С. Б. Кормер и др. ЖЭТФ, 1960, 38, 4, 1061.
2. В. П. Козлов. ЖТФ, 1966, 36, 7, 1305.
3. А. П. Рыбаков. Акустический журнал, 1968, 14, 1, 141.
4. С. Б. Кормер, В. Д. Урлин, Л. Т. Попова. ФТТ, 1961, 3, 7, 2131.
5. М. Райс, Р. Мак-Куин, Дж. Уолш. Сжатие твердых тел сильными ударными волнами.— В сб.: Динамические исследования твердых тел при высоких давлениях. М., «Мир», 1965.
6. С. Б. Кормер, А. И. Фунтиков и др. ЖЭТФ, 1962, 42, 3, 686.
7. Л. В. Альтшулер, С. Б. Кормер и др. ЖЭТФ, 1960, 38, 3, 790.
8. Л. В. Альтшулер, А. А. Баканова, Р. Ф. Трунин. ЖЭТФ, 1962, 42, 3, 91.
9. I. C. Skidmore, E. Morris. Thermodynamics nuclear Materials. Symposium. Vienna. May 1962.
10. А. А. Баканова, Дудолов, Р. Ф. Трунин. ФТТ, 1965, 7, 6, 1615.
11. Л. Д. Ландау, К. П. Станюкович. Докл. АН СССР, 1945, 46, 399.
12. I. C. Slater. Introduction to Chemical Physics. N. Y.—L., 1939.
13. J. S. Dugdale, D. K. C. MacDonal d. Phys. Rev., 1953, 89, 4, 832.

КИНЕТИКА РАЗЛОЖЕНИЯ ЛИТОГО ТРОТИЛА В УДАРНЫХ ВОЛНАХ

Г. И. Канель
(Черноголовка)

Для количественного описания эволюции ударной волны во взрывчатом веществе (ВВ) необходимо знать зависимость скорости разложения данного ВВ от параметров его состояния за фронтом ударной волны. В данной работе сообщаются результаты экспериментального исследования кинетики разложения литого тротила за фронтом ударной волны в режиме инициирования детонации.

В образцах, нагружаемых одномерной ударной волной, регистрировались профили давления $p(t)$ на различных расстояниях от поверхности, через которую ударная волна вводилась в образец. По этим данным с использованием описанного в [1, 2] анализа был восстановлен закон изменения давления и удельного объема $v(i)$ в различных слоях образца. В предположении выполнения принципа аддитивности [3] для удельного объема смеси исходного ВВ и продуктов взрыва (ПВ) по