

УДК 539.3:517.9

УСИЛЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ КОМПОЗИЦИОННОГО ДИЭЛЕКТРИКА

А. Г. Колпаков

Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики,
630102 Новосибирск
E-mail: algk@ngs.ru

Исследуется возможность увеличения коэффициента управляемости нелинейного диэлектрика. Найдены проекты структур композита, значительно (в 5–20 раз) увеличивающие коэффициент управляемости композита по сравнению с коэффициентами управляемости его компонентов.

Ключевые слова: композит ферроэлектрик — диэлектрик, коэффициент управляемости, коэффициент усиления управляемости, диэлектрические потери.

1. Коэффициент управляемости нелинейного композиционного диэлектрика. В электротехнической промышленности используются материалы с нелинейной зависимостью диэлектрической постоянной от напряженности приложенного электрического поля [1–4]. Характеристикой нелинейности является величина T , называемая относительной управляемостью нелинейного диэлектрика [1, 2]:

$$T = (\varepsilon(E) - \varepsilon(0))/\varepsilon(0) \quad (1)$$

($\varepsilon(E)$ — диэлектрическая постоянная, соответствующая напряженности электрического поля $E = |\nabla\varphi|$; $\varphi(\mathbf{x})$ — потенциал электрического поля; $\mathbf{x} = (x, y)$ или $\mathbf{x} = (x, y, z)$ в зависимости от размерности задачи). Эта величина характеризует изменение диэлектрических свойств материала при приложении к нему постоянного электрического поля, что используется при создании управляющих устройств [1, 3, 4].

Функция $\varepsilon(E)$ обычно принимается в виде

$$\varepsilon(E) = \varepsilon_0 + \mu E^2. \quad (2)$$

Здесь ε_0 — диэлектрическая постоянная в нуле (точнее, при $E \rightarrow 0$). Хотя экспериментальные кривые при больших значениях E не совпадают с кривой, описываемой зависимостью (2), для слабых полей ее можно использовать как аппроксимацию (во многих работах (2) используется для произвольных величин поля). При выборе функции $\varepsilon(E)$ в виде (2) формула (1) принимает вид

$$T = \mu E^2 / \varepsilon_0.$$

Материалы с высокой управляемостью (для используемых в настоящее время материалов высокой считается управляемость 10 ÷ 20 %) характеризуются большой диэлектрической постоянной ($\varepsilon_0 = 500 \div 1000$) и достаточно большими потерями ($\operatorname{tg} \delta = (50 \div 100) \cdot 10^{-4}$). С целью уменьшения диэлектрической постоянной и диэлектрических потерь в работах [1, 3, 4] предлагается использовать композитные материалы. Однако эффективность использования этих материалов не определена из-за отсутствия информации о возможных значениях усредненной управляемости композита.

В [1] приведены формулы для расчета диэлектрической постоянной ε_{mix} и управляемости T_{mix} среды, наполненной шарами:

$$\varepsilon_{mix} = \varepsilon(1 - 1,5q), \quad T_{mix} = n_r(1 + 0,2q) \quad (3)$$

(q — объемная доля шаров). Формулы (3) основаны на решении электростатической задачи для одного шара [5] и получены в предположении малости q . Согласно (3) возможный рост управляемости не превышает 3–5 %. При этом следует учитывать, что формулы, полученные в предположении $q \ll 1$, обычно справедливы при $q \leq 0,1 \div 0,2$). Экспериментальные данные [1] свидетельствуют о слабой зависимости управляемости от объема диэлектрических частиц при $q = 0,1 \div 0,2$, что соответствует предсказанному в [6] более слабому уменьшению оценки снизу для T_{mix} по сравнению с уменьшением ε_{mix} .

Таким образом, в настоящее время не существует единого мнения о возможных значениях управляемости композита (значения параметров могут изменяться в нужном направлении на несколько процентов или же в десятки раз) и о влиянии на этот параметр микроструктуры композита.

Проведенные в данной работе численные расчеты характеристик композита для различных микроструктур позволяют оценить эффективность существующих технологических решений и указать способы улучшения характеристик материалов.

2. Эффективная диэлектрическая постоянная нелинейного композита периодической структуры (случай малых полей). Способы расчета коэффициента управляемости композита по характеристикам его компонентов рассматривались во многих работах (см, например, [1, 5, 7, 8]). Расчет коэффициента управляемости композита на основе математически строгой теории усреднения [9] для плоской задачи проведен в [6]. В данной работе рассматривается трехмерная задача, поэтому возникает вопрос о получении соответствующих формул для трехмерного случая. Покажем, каким образом следует изменить выкладки в [6] в случае трехмерной задачи.

Рассмотрим композит периодической структуры (рис. 1) с ячейкой периодичности $Y = [-L/2, L/2]^2 \times [-M/2, M/2]$. Поскольку материальные свойства композитного материала зависят от пространственной переменной \mathbf{x} , соотношение (2) записывается в виде

$$\varepsilon(\mathbf{x}, |\nabla\varphi|) = \varepsilon_0(\mathbf{x}) + \mu(\mathbf{x})|\nabla\varphi|^2.$$

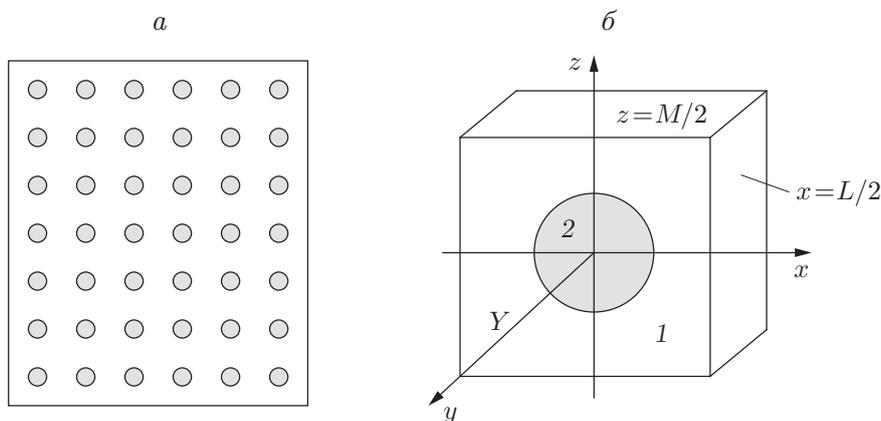


Рис. 1. Модель композитного материала периодической структуры (а) и ячейка периодичности Y (б):

1 — материал 1; 2 — материал 2

Вектор индукции \mathbf{I} связан с $\nabla\varphi$ формулой $\mathbf{I} = \varepsilon(\mathbf{x}, |\nabla\varphi|)\nabla\varphi$. Потенциал электрического поля определяется из решения уравнения

$$\operatorname{div} [\varepsilon(\mathbf{x}, |\nabla\varphi|)\nabla\varphi] = 0 \tag{4}$$

с условием, что функция $\varphi(\mathbf{x}) - Ez$ периодична на Y .

Пусть выражение для коэффициента $\varepsilon(\mathbf{x}, \nabla\varphi)$ имеет вид

$$\varepsilon(\mathbf{x}, |\nabla\varphi|) = \varepsilon_0(\mathbf{x}) + \lambda\mu(\mathbf{x})|\nabla\varphi|^2,$$

где λ — малый параметр. Этот параметр может характеризовать не только малость физической нелинейности, но и малость поля при немалой физической нелинейности [6].

Усредненная диэлектрическая постоянная композита вычисляется по формуле [9]

$$D = \frac{1}{E|Y|} \int_Y \varepsilon(\mathbf{x}, |\nabla\varphi|)|\nabla\varphi|^2 d\mathbf{x},$$

где $|Y|$ — объем ячейки периодичности Y композита.

Пусть ячейка периодичности симметрична относительно координатных плоскостей. Тогда условия периодичности можно заменить на смешанные краевые условия, т. е. можно считать, что к горизонтальным граням ячейки периодичности приложены напряжения $\pm EM$ (эти значения соответствуют усредненному напряжению E), а на вертикальных гранях заданы условия равенства нулю нормальной составляющей напряженности поля. Из симметрии и равноценности ячеек периодичности следуют граничные условия

$$\varphi(x, y, \pm M/2) = \pm EM/2; \tag{5}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}}\left(\pm\frac{L}{2}, y, z\right) = \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}}\left(x, \pm\frac{L}{2}, z\right) = 0. \tag{6}$$

Дальнейшие расчеты можно провести аналогично расчетам для двумерного случая [6]. Рассмотрим случай слабой нелинейности, когда $\lambda \ll 1$. Следуя [10], будем искать решение ячеечной задачи (4)–(6) в виде разложения по малому параметру λ :

$$\varphi(\mathbf{x}) = \varphi_0(\mathbf{x}) + \lambda\varphi_1(\mathbf{x}) + \dots \tag{7}$$

Подставив (7) в (4)–(6), после преобразований, аналогичных выполненным в [6], получаем

$$D = F/E = A + \lambda B, \tag{8}$$

где величины A, B определяются формулами

$$A = \frac{1}{|Y|} \int_Y \varepsilon_0(\mathbf{x})|\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}; \tag{9}$$

$$B = \frac{1}{|Y|} \int_Y \mu(\mathbf{x})|\nabla N(\mathbf{x})|^4 d\mathbf{x}, \tag{10}$$

$N(\mathbf{x})$ — решение линейной ячеечной задачи

$$\operatorname{div} [\varepsilon_0(\mathbf{x})\nabla N] = 0, \tag{11}$$

$$N\left(x, y, \pm\frac{M}{2}\right) = \pm\frac{1}{2}, \quad \frac{\partial N}{\partial\mathbf{n}}\left(\pm\frac{L}{2}, y, z\right) = \frac{\partial N}{\partial\mathbf{n}}\left(x, \pm\frac{L}{2}, z\right) = 0.$$

В теории усреднения [9] формула (9) известна как формула для усредненной постоянной линейного композита, а формула (11) — как ячеечная задача для линейного композита.

3. Коэффициент усиления управляемости композита. Из (8) следует, что усредненная диэлектрическая постоянная композита $D(E)$, связывающая усредненный вектор индукции \mathbf{I} с усредненной напряженностью электрического поля $\nabla\varphi$, имеет вид

$$D(E) = A + BE^2, \quad (12)$$

где A и B определены формулами (9), (10). Наличие в (12) члена, содержащего четвертую степень напряженности поля, согласуется с результатами [7, 8]. Отметим, что в [7, 8] эта задача рассматривалась на физическом уровне строгости. В данной работе анализ проводится с использованием математически обоснованного метода усреднения [9]. При этом формула (12) справедлива только для слабых нелинейностей или слабых полей. Распространять формулу (12) на общий случай нет оснований.

Усредненный коэффициент управляемости, соответствующий формуле (12), равен

$$K_{mix} = BE^2/A.$$

Согласно формулам (9), (10) управляемость композита определяется величиной

$$t = \frac{B}{A} = \int_Y \mu(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^4 d\mathbf{x} / \int_Y \varepsilon_0(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}.$$

Если нелинейным является только материал матрицы, то

$$t = \frac{B}{A} = \mu_M \int_M |\nabla N(\mathbf{x})|^4 d\mathbf{x} / \int_Y \varepsilon_0(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}.$$

Здесь M — область, занятая матрицей; индексом M отмечены характеристики материала матрицы.

Величина

$$K = t/t_M \quad (13)$$

называется коэффициентом усиления управляемости [11] и характеризует увеличение (уменьшение) коэффициента управляемости композита по сравнению с коэффициентом управляемости материала матрицы ($t_M = \mu_M/\varepsilon_M$ — управляемость материала матрицы). Определение (13) можно обобщить на случай композита, содержащего несколько нелинейных компонентов.

Из формул (9), (10) следует, что при вычислении усредненных характеристик основная трудность заключается в вычислении функции $N(\mathbf{x})$. Эта задача может быть решена численными методами. Ниже приведены результаты решения задачи (11) и выполнен расчет величин A , B в (9), (10) с использованием программы “ANSYS”.

4. Численный анализ задачи и проектирование композитов. Приведем типичные характеристики материалов, используемых в качестве компонентов композита. В качестве нелинейного материала используется ферроэлектрик. Для такого материала диэлектрическая постоянная $\varepsilon = 500 \div 2000$, относительная управляемость $t = 10 \div 20$ %, тангенс угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta = (50 \div 100) \cdot 10^{-4}$. Линейный материал (диэлектрик) имеет следующие характеристики: $\varepsilon = 1 \div 10$, $t = 0$, $\operatorname{tg} \delta = (1 \div 5) \cdot 10^{-4}$ [1].

Отметим, что изменения свойств композита определяются, как правило, не абсолютными, а относительными значениями характеристик составляющих его материалов, поэтому в расчетах используются относительные значения.

4.1. Сферические включения. Рассмотрим композит, представляющий собой матрицу с периодической системой сферических включений. Подобные композиты с нерегулярной структурой рассматривались в [1, 2, 4, 7, 8].

В численном расчете принималось $\varepsilon_1 = 100$, $\varepsilon_2 = 1$ (индекс 1 соответствует нелинейному материалу матрицы, индекс 2 — линейному материалу включения). Управляемости $t_1 = 0,01$, $t_2 = 0$. Размер ячейки периодичности 1×1 , радиус включения равен 0,45. Объемная доля диэлектрика составляет 0,63.

Численно полученные значения интегралов (9) и (10) соответственно равны

$$\int_Y \varepsilon_0(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = 52, \quad \int_Y \mu(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^4 d\mathbf{x} = 1,7.$$

Первый интеграл равен усредненной диэлектрической проницаемости композита (так как в рассматриваемом случае $|Y| = 1$). Для композита $t = 1,7/52 \approx 0,033$. Коэффициент усиления управляемости композита $K \approx 0,033/0,01 = 3,3$ (330 %).

Представляет интерес определение коэффициента диэлектрических потерь в композите. Вопрос о вычислении потерь в нелинейном композите полностью не решен, и в настоящее время, как правило, используется формула для линейного композита, в соответствии с которой мнимая часть диэлектрической постоянной композита ε'' , определяющая потери в композите, находится из равенства

$$\varepsilon'' = \varepsilon_1'' \int_M |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} + \varepsilon_2'' \int_I |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x},$$

где ε_1'' , ε_2'' — мнимые части диэлектрической постоянной компонентов композита; ε'' — мнимая часть диэлектрической постоянной композита; M , I — области, занятые матрицей и включением соответственно. В рассматриваемом случае $\varepsilon'' = 0,62\varepsilon_1'' + 0,64\varepsilon_2''$ (0,62 и 0,64 — значения соответствующих интегралов). Тангенс угла диэлектрических потерь $\text{tg } \delta = \varepsilon''/A$. Тангенс угла диэлектрических потерь ($\text{tg } \delta = \varepsilon''/\varepsilon$) для ферроэлектрика равен $\text{tg } \delta_1 = 10^{-2}$, для диэлектрика — $\text{tg } \delta_2 = 10^{-4}$. Соответственно $\varepsilon_1'' = 1$, $\varepsilon_2'' = 10^{-4}$, мнимая часть диэлектрической постоянной композита $\varepsilon'' \approx 0,62$.

Численный расчет предсказывает увеличение управляемости композита более чем в три раза при уменьшении диэлектрической постоянной примерно на 40 % и уменьшение мнимой части диэлектрической постоянной композита ε'' по сравнению с мнимой частью ферроэлектрика $\varepsilon_1'' = 1$ примерно на 40 %. Решение является достаточно простым для использования при разработке технологии изготовления композита.

4.2. *Щелевой усилитель управляемости.* Приведем проекты композитов, существенно повышающие управляемость, и выясним, за счет чего может происходить это повышение.

В численном расчете принимались следующие значения: $\varepsilon_1 = 1000$, $\varepsilon_2 = 1$, управляемости $t_1 = 0,001$, $t_2 = 0$ (индекс 1 соответствует нелинейному материалу матрицы, индекс 2 — линейному материалу вставки). Размер ячейки периодичности 1×10 , размер вставки $0,50 \times 0,95$, ширина щели 0,05 (рис. 2). Объемная доля диэлектрика составляет 0,0475. При периодическом повторении ячейки возникает структура, подобная перфорированной

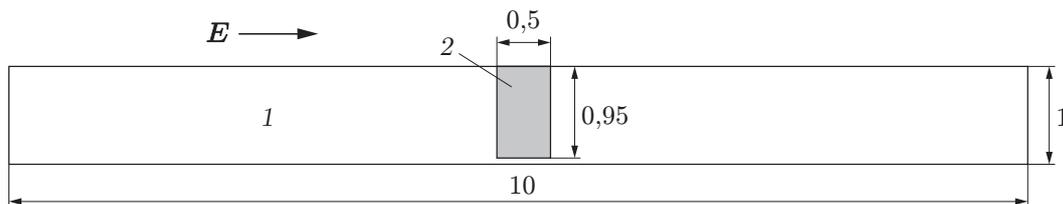


Рис. 2. Схема ячейки из ферроэлектрика (1), содержащая вставку (2) из диэлектрика

мембране, через отверстия которой “протекает” электрическое поле. На “мембране” происходит падение напряжения, создающее в щелях, занятых нелинейным материалом, достаточно большой градиент. Возведение градиента в четвертую степень приводит к большим значениям подинтегрального выражения в (10) для щели и дает достаточно большое значение интегралу, несмотря на достаточно малую площадь щелей.

Численно полученные значения интегралов равны

$$\int_Y \varepsilon_0(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = 4460, \quad \int_Y \mu(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^4 d\mathbf{x} = 159.$$

Для получения усредненной диэлектрической постоянной следует разделить первый интеграл на $|Y| = 10$. В результате получим $A = 446$. Для композита $t = 159/4460 \approx 0,036$. Коэффициент усиления управляемости композита $K \approx 0,036/0,001 \approx 36$ (3600 %). Формула для расчета диэлектрических потерь в композите имеет вид

$$\varepsilon'' = \varepsilon_1'' \int_M |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} + \varepsilon_2'' \int_I |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = 0,44\varepsilon_1'' + 6,5\varepsilon_2''.$$

При $\text{tg } \delta_1 = 10^{-2}$, $\text{tg } \delta_2 = 10^{-4}$ имеем $\varepsilon'' \approx 0,044$. Соответственно для композита $\text{tg } \delta = 0,044/44,6 \approx 10^{-2}$.

Решение существенно зависит от соотношения длины и ширины щели. Подбор этих размеров потребовал решения ряда задач (нескольких итераций задачи проектирования формы и размеров). При неудачном выборе размеров щели существенного увеличения управляемости не наблюдается.

4.3. *Усиление управляемости отверстием.* Трехмерным аналогом щели является отверстие. В численном расчете принимались следующие значения: $\varepsilon_1 = 1000$, $\varepsilon_2 = 1$, управляемости $t_1 = 0,001$, $t_2 = 0$ (индекс 1 соответствует нелинейному материалу матрицы, индекс 2 — линейному материалу вставки). Схема ячейки периодичности при наличии отверстия приведена на рис. 3. Области 1 и 3 заняты ферроэлектриком, область 2 — диэлектриком. Вставка может пониматься как перфорированный слой из диэлектрика с отверстием 3, заполненным ферроэлектриком.

При периодическом повторении ячейки возникает перфорированный слой (рис. 3), через отверстия в котором “протекает” электрическое поле. На перфорированном слое происходит падение напряжения, создающее достаточно большой градиент в области 3 (в отверстии), занятой нелинейным материалом. Возведение градиента в четвертую степень

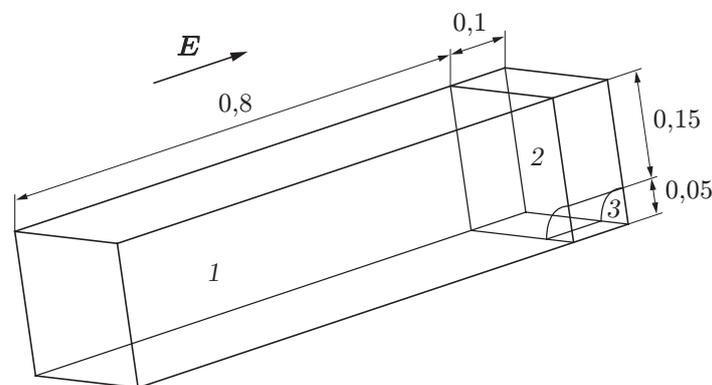


Рис. 3. Ячейка периодичности композита:

1 — ферроэлектрик; 2 — вставка из диэлектрика; 3 — отверстие, занятое ферроэлектриком

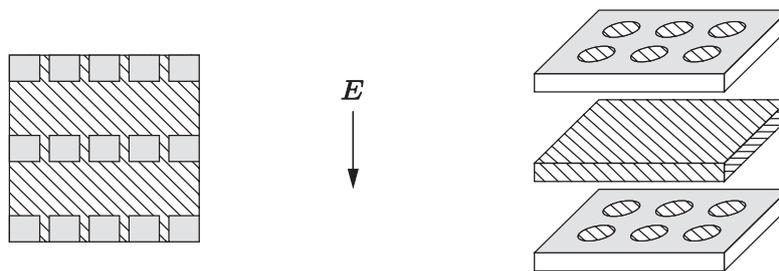


Рис. 4. Схемы двух- и трехмерного слоистых композитов с перфорированным слоем

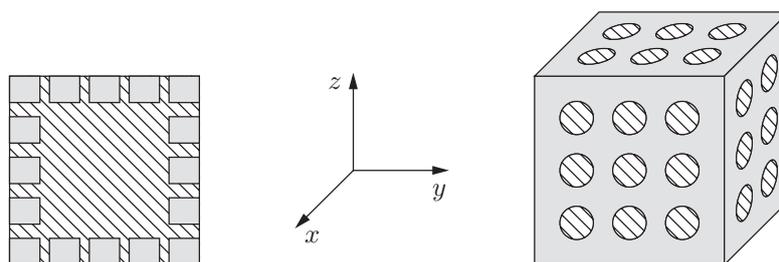


Рис. 5. Микроструктуры типа “стенки с отверстиями” в двух- и трехмерном композитах (заштрихованная область — область, занятая нелинейным материалом)

приводит к большим значениям подынтегрального выражения в (10) для области Z и дает достаточно большое значение интегралу, несмотря на достаточно малый объем области Z отверстий. В рассматриваемом проекте объемная доля диэлектрика составляет приблизительно 0,09.

Численно полученные значения интегралов равны

$$\int_Y \varepsilon_0(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = 12, \quad \int_Y \mu(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^4 d\mathbf{x} = 0,28.$$

Для получения усредненной диэлектрической постоянной следует разделить первый интеграл на $|Y| = 0,036$. Для композита $t = 0,28/12 \approx 0,023$. Коэффициент усиления управляемости композита $K \approx 0,023/0,001 \approx 23$ (2300 %).

Два последних проекта соответствуют слоистым композитам, в которых один слой перфорированный (рис. 4). Слоистые композиты обладают анизотропными усредненными характеристиками. Возникает вопрос о возможности создания изотропного композита, усиливающего управляемость компонентов. Одним из проектов такого композита является композит со сферическими включениями (см. рис. 1). Однако его коэффициент усиления управляемости сравнительно невелик: $K = 330$ %. Перфорированные слои можно использовать для создания ячеистой структуры типа стенок с отверстиями (рис. 5) с большим коэффициентом усиления управляемости. При приложении поля в направлении, параллельном оси координат, стенки, параллельные направлению поля, практически не оказывают влияния на него, а стенка, перпендикулярная направлению поля, работает как перфорированный слой.

4.4. Композит на основе нелинейных материалов. Диэлектрическая постоянная ферроэлектриков меняется в диапазоне $\varepsilon = 500 \div 2000$ [1], что позволяет создавать слабоконтрастные композиты на основе ферроэлектриков, в которых также происходит концентрация электрического поля, ведущая к увеличению управляемости. В численном расчете

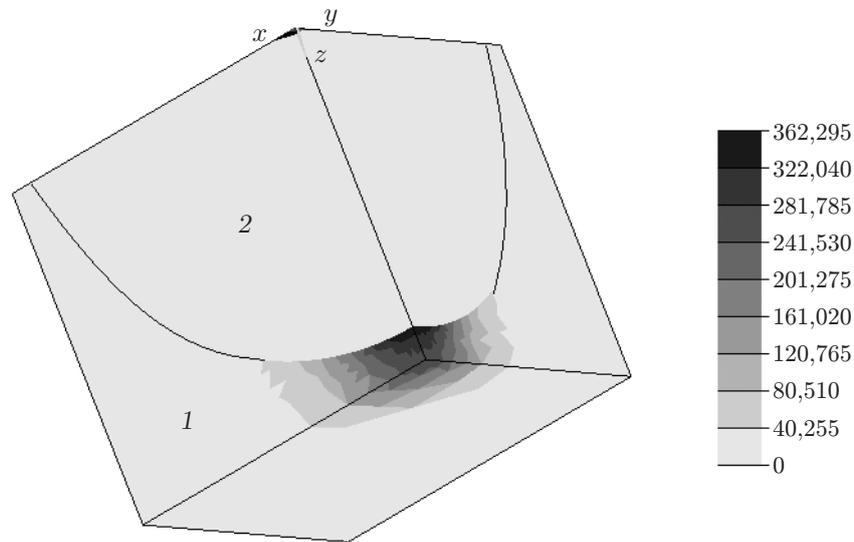


Рис. 6. Распределение величины $|\nabla N(\mathbf{x})|^4$ в ячейке, содержащей сферическое включение:

1 — матрица (ферроэлектрик); 2 — включение (ферроэлектрик)

принимались следующие значения: $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 5$ (индекс 1 соответствует материалу матрицы, индекс 2 — материалу включения; и включение, и матрица являются ферроэлектриками). Управляемости материала включения и матрицы приняты равными $t_2 = 1$ и $t_1 = 0,2$ (для обоих материалов $\mu = 1$). В данном случае все значения материальных постоянных относительные. Размер ячейки 2×2 , радиус включения равен 0,9. Объемная доля включения составляет 0,63.

Численно полученные значения интегралов равны

$$A = \frac{1}{|Y|} \int_Y \varepsilon_0(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = 1,9, \quad B = \frac{1}{|Y|} \int_Y \mu(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^4 d\mathbf{x} = 5,1.$$

Для композита $t = 5,1/1,9 \approx 2,6$. Коэффициент усиления управляемости композита (по отношению к максимальному, равному единице) $K = 2,6/1 = 2,6$ (260 %).

Причина повышения управляемости — возникновение концентратора электрического поля в форме “энергетической шейки” [11] (рис. 6). Однако концентрация электрического поля в шейке не достигает таких значений, как в щели или отверстиях (см. подп. 4.2, 4.3).

5. Тангенс угла диэлектрических потерь композитного материала. Как отмечено выше, вычисление потерь в нелинейном композитном материале — интересная и практически важная задача, не решенная до настоящего времени. Приведем двустороннюю оценку для тангенса угла диэлектрических потерь композита и решение задачи для композита с матрицей, обладающей большей диэлектрической постоянной по сравнению с диэлектрической постоянной включений. Мнимая часть ε''_{mix} усредненной диэлектрической постоянной линейного композитного материала может быть вычислена по формуле

$$\varepsilon''_{mix} = \frac{1}{|Y|} \int_Y \varepsilon''(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x},$$

где $\varepsilon''(\mathbf{x})$ — мнимая часть диэлектрической постоянной компонентов композита. В случае малых полей эта формула применима и для нелинейных композитов [1].

В терминах тангенса угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta = \varepsilon''/\varepsilon'$ последнее равенство можно представить в виде

$$\varepsilon''_{mix} = \frac{1}{|Y|} \int_Y \operatorname{tg} \delta(\mathbf{x}) \varepsilon'(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x},$$

где ε' — вещественная часть диэлектрической постоянной.

Введя тангенс угла диэлектрических потерь композита $\operatorname{tg} \delta_{mix} = \varepsilon''_{mix}/A$, с учетом формулы (9) получаем

$$\operatorname{tg} \delta_{mix} = \int_Y \operatorname{tg} \delta(\mathbf{x}) \varepsilon'(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} / \int_Y \varepsilon'(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}. \quad (14)$$

В (14) в подынтегральные выражения входит один и тот же член $\varepsilon'(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2$. С учетом этого из (14) получаем оценку для усредненного тангенса угла диэлектрических потерь композита

$$\min_{\mathbf{x} \in Y} \operatorname{tg} \delta(\mathbf{x}) \leq \operatorname{tg} \delta_{mix} \leq \max_{\mathbf{x} \in Y} \operatorname{tg} \delta(\mathbf{x}). \quad (15)$$

Для двухкомпонентного композитного материала оценка принимает вид

$$\operatorname{tg} \delta_1 \leq \operatorname{tg} \delta_{mix} \leq \operatorname{tg} \delta_2,$$

где $\operatorname{tg} \delta_1 \leq \operatorname{tg} \delta_2$ — тангенсы углов диэлектрических потерь материалов компонентов композита. Согласно этой оценке усредненный тангенс угла диэлектрических потерь композитного материала находится между наибольшим и наименьшим тангенсами угла диэлектрических потерь компонентов композита, что соответствует результатам численных расчетов.

Рассмотрим композитный материал с ферроэлектрической матрицей и диэлектрическими включениями. Композит типа ферроэлектрик — диэлектрик является высококонтрастным двухфазным композитом. Из результатов численных расчетов [11] следует, что в высококонтрастном композите локальная энергия $\varepsilon'(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2$ (которая определяет и усредненные потери, и усредненную диэлектрическую постоянную композита) “выдавливается” из диэлектрических включений в ферроэлектрическую матрицу. Вследствие этого (14) принимает вид

$$\operatorname{tg} \delta_{mix} = \operatorname{tg} \delta_M \int_M \varepsilon'(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} / \int_M \varepsilon'(\mathbf{x}) |\nabla N(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = \operatorname{tg} \delta_M, \quad (16)$$

где $\operatorname{tg} \delta_M$ — тангенс угла диэлектрических потерь матрицы.

Согласно формуле (16) усредненный тангенс угла диэлектрических потерь композитного материала типа ферроэлектрик — диэлектрик равен тангенсу угла диэлектрических потерь ферроэлектрического компонента. Эта формула объясняет причину стабильно большого тангенса угла диэлектрических потерь композитов типа ферроэлектрик — диэлектрик. Это не значит, что проектирование композитов с меньшими потерями в принципе невозможно. Наоборот, из оценки (15) следует, что можно ожидать и снижения потерь. Однако проблема снижения потерь не решается в рамках простых технологий типа “смешали — спекли”.

6. Выводы. Из приведенных численных решений следует, что коэффициент усиления управляемости композита может иметь значения $K > 1$ и достигать значений в интервале $K = 5 \div 20$ (500 ÷ 2000 %) для практически реализуемых проектов. Практическая реализуемость в данном случае означает, что полученные проекты не превосходят по

сложности существующие проекты современных композитных материалов [12, 13]. Относительная сложность полученных проектов для рассматриваемых материалов (нелинейный ферроэлектрик с большой диэлектрической постоянной в качестве матрицы и линейный диэлектрик с малой диэлектрической постоянной в качестве включений) обусловлена чувствительностью задачи проектирования по отношению к множеству доступных материалов [14].

Тангенс угла диэлектрических потерь композита (для линейных композитов и для нелинейных композитов в случае слабых полей) находится между максимальным и минимальным тангенсами углов диэлектрических потерь компонентов композита. Это свидетельствует о корректности постановки задачи о снижении потерь за счет использования композитов. В то же время для высококонтрастных композитов типа ферроэлектрик — диэлектрик тангенс угла потерь композита близок к тангенсу угла потерь ферроэлектрика.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Tagantsev A. K., Sherman V. O., Astafiev K. F., et al.** Ferroelectric materials for microwave tunable applications // *J. Electroceramics*. 2003. V. 11. P. 5–66.
2. **Ang Ch., Yu Z., Guo R., Bhalla A. S.** Calculation of dielectric constant and loss of two-phase composites // *J. Appl. Phys.* 2003. V. 93, N 6. P. 3475–3480.
3. **Sengupta L. C., Stowell S., Ngo E., et al.** Barium, strontium, titanate, and non-ferroelectric oxide ceramic composites for use in phased array antennas // *Integrated Ferroelectrics*. 1995. V. 8. P. 77–78.
4. **Sengupta L. C., Stowell S., Ngo E., Lancto R.** Thick film fabrication of ferroelectric phase shifter materials // *Integrated Ferroelectrics*. 1996. V. 13. P. 203–214.
5. **Ландау Л. Д.** Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Гостехтеоретиздат, 1957.
6. **Kolpakov A. G., Tagantsev A. K., Berlyand L., Kanareykin A. D.** Nonlinear dielectric response of periodic composite materials // *J. Electroceramics*. 2007. V. 18. P. 129–137.
7. **Gao L., Li Z.** Effective medium approximation for two-component nonlinear composites with shape distribution // *J. Phys.: Condensed Matter*. 2003. V. 15. P. 4397–4409.
8. **Stroud D., Hui P. M.** Nonlinear susceptibility of granular materials // *Phys. Rev. B*. 1988. V. 37, N 15. P. 8719–8724.
9. **Bensoussan A.** Asymptotic analysis for periodic structures / A. Bensoussan, J.-L. Lions, G. Papanicolaou. Amsterdam: North-Holland Publ. Comp., 1978.
10. **Колпаков А. Г.** Структурная чувствительность слоистых композитов // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 1993. № 6. С. 30–37.
11. **Колпаков А. А.** Численная проверка существования эффекта концентрации энергии в высококонтрастном высоконаполненном композиционном материале // *Инж.-физ. журн.* 2007. № 4. С. 812–819.
12. **Прикладная механика композитов.** М.: Мир, 1989.
13. **Тканые конструкционные композиты.** М.: Мир, 1991.
14. **Аннин Б. Д.** Расчет и проектирование композиционных материалов и элементов конструкций / Б. Д. Аннин, А. Л. Каламкар, А. Г. Колпаков, В. З. Партон. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 1993.

*Поступила в редакцию 20/VI 2006 г.,
в окончательном варианте — 22/V 2007 г.*