УДК 532.59: 532.595

РАСПАД НАЧАЛЬНОГО РАЗРЫВА ГЛУБИНЫ ВОДЫ В КАНАЛЕ ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЫ. ЭКСПЕРИМЕНТ

В. И. Букреев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: bukreev@hydro.nsc.ru

Приведены результаты экспериментального исследования волновых движений воды в канале ограниченной длины, возникающих после быстрого удаления щита, создающего начальную разность глубин верхнего и нижнего бьефов. Показано, что в спектрах частот колебаний глубины выделяются собственные частоты, характерные для сейши. Приведены примеры прямых и отраженных волн, а также данные об изменении глубины воды после отражения волны типа бора от вертикальной стенки.

Ключевые слова: начальный разрыв глубины воды, движущийся гидравлический прыжок, суперпозиция набегающих и отраженных волн, сейшевые колебания, толчея волн.

В случае бесконечно длинного канала гидродинамический аналог задачи газовой динамики о распаде начального разрыва [1] называется задачей о разрушении плотины [2, 3]. В классическом решении этой задачи на основе первого приближения теории мелкой воды [2, 3] содержатся только два заданных параметра: отношение $h_-^0 = h_-/h_+$ начальной глубины верхнего бьефа h_- к начальной глубине нижнего бьефа $h_+ \leqslant h_-$ и ускорение свободного падения g. При небольших расстояниях от плотины (до значений $500(h_- - h_+)$) классическое решение хорошо согласуется с экспериментальными данными [4, 5], но это решение не описывает ондуляции. При больших расстояниях существенное влияние на реальные процессы, происходящие при разрушении плотины, оказывают потери энергии вследствие вязкости жидкости, шероховатости стенок канала и обрушения волн. В классическом решении потери энергии не учитываются.

В случае канала ограниченной длины существенную роль играют еще два геометрических параметра: относительная длина канала $l^0 = l/h_+$ и расстояние $x_0^0 = x_0/h_+$ от одной из торцевых стенок канала до щита, создающего начальную разность глубин $h_- - h_+$ (рис. 1). При этом в канале имеют место такие явления, как заплеск воды на стенку [6, 7], плескание [8], толчея волн [9, 10] и сейшевые колебания [11, 12]. Каждое из этих явлений служит объектом специальных исследований.

В настоящей работе основное внимание уделяется изучению сейшевых колебаний. Сейшами называются стоячие волны, образующиеся при суперпозиции линейных гармонических волн в канале ограниченной длины [13]. Согласно линейной теории волновое число k_n и частота колебаний f_n для сейши с n узлами определяются формулами [13]

$$k_n = \frac{n\pi}{l}, \qquad f_n = \frac{1}{2\pi}[k_n g \operatorname{th}(k_n h_0)]^{1/2},$$

где $n = 1, 2, 3, \ldots$ — число узлов сейши; $h_0 = \mathrm{const}$ — средняя глубина. Термин "сейшевые колебания" [12] используется при описании таких гравитационных волн, в которых

Работа выполнена в рамках Интеграционного проекта РАН № 23.

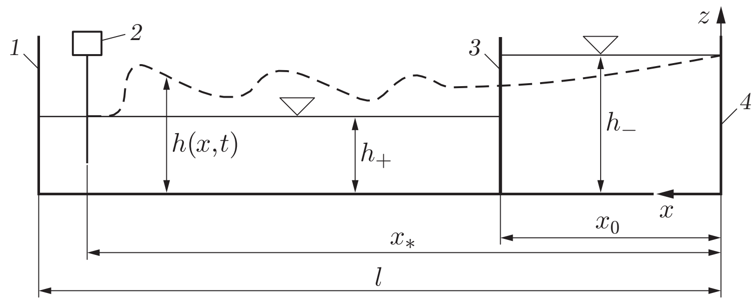

Рис. 1. Схема эксперимента:
1 — левая стенка, *2* — волномер, *3* — щит, *4* — правая стенка

можно выделить частоты колебаний, характерные для сейши, как правило многоузловой. В настоящей работе такие частоты обнаружены при суперпозиции нелинейных волн типа бора, образующихся, в частности, при разрушении плотины.

Бор образуется также при землетрясении, оползне и быстрой остановке контейнера, частично заполненного жидкостью. В этих случаях бор является свободной волной, поскольку после быстрой генерации его эволюция протекает без дополнительной подпитки энергией. В классической задаче о разрушении плотины масса и энергия бора постоянно пополняются, поэтому он относится к числу вынужденных волн. Существенная особенность рассматриваемой задачи о распространении бора в канале ограниченной длины состоит в том, что в течение достаточно длительного времени бор является вынужденным, а после выхода средней глубины в канале на постоянное значение бор становится свободным.

Существует пять форм гидравлического прыжка и бора [14]. Для четырех из них характерно наличие ондуляций — колебаний уровня свободной поверхности за передним фронтом бора. Параметры, определяющие различные формы бора, зависят от того, является ли бор свободным или вынужденным.

В случае свободного бора, распространяющегося по покоящейся жидкости глубиной h_0, определяющую роль играет безразмерная скорость распространения переднего фронта бора (характерное число Фруда) $c^0 = c/(gh_0)^{1/2}$. Свободный бор существует только при $c^0 > 1$. В диапазоне $1{,}0 < c^0 < 1{,}3$ свободный бор является гладким. Для этой формы бора используется термин "гладкий ондулярный бор". Верхняя граница диапазона значений c^0, в котором он существует, близка к предельной скорости распространения уединенных волн [15]. В окрестности $c^0 = 1{,}3$ начинается обрушение переднего фронта свободного бора, но ондуляции сохраняются вплоть до значения $c^0 \simeq 1{,}7$. В диапазоне $1{,}7 < c^0 < 2{,}5$ ондуляции за обрушивающимся передним фронтом отсутствуют, а при $c^0 > 2{,}5$ вновь появляются, но механизм их генерации иной [14].

В случае вынужденного бора, образующегося при разрушении плотины в бесконечно длинном канале, границы между областями существования различных форм бора, как и другие его характеристики, однозначно определяются параметром h_-^0. В случае канала ограниченной длины следует учитывать также влияние параметров l^0 и x_0^0. Соответствующая количественная информация пока может быть получена только в эксперименте. В литературе такие данные отсутствуют. В настоящей работе в опытах, выполненных в узких диапазонах параметров h_-^0, l^0, x_0^0, обрушение переднего фронта бора начиналось в окрестности значения $(h_-^0)_* = 1{,}8$, а переход к форме бора без ондуляций — при $(h_-^0)_{**} = 2{,}8$.

Методика эксперимента. Опыты проводились в прямоугольном канале со стеклянными боковыми стенками высотой 0,23 м и горизонтальным стальным дном шириной 0,2 м (см. рис. 1). Генерация бора осуществлялась путем быстрого (в течение 0,2 с) подъема вертикального щита. С помощью волномеров были получены экспериментальные данные о колебаниях глубины воды $h(t)$ при различных значениях продольной координаты x_*. Время t отсчитывалось с момента начала распада разрыва. Отдельно взятый волномер не различал направления движения волн, поэтому направление, а также скорость перемещения переднего фронта бора определялись по сигналам двух волномеров, расстояние между которыми составляло $\Delta x = 0{,}3$ м. Выполнялась также видеосъемка.

Разрешающая способность волномеров по амплитуде колебаний составляла приблизительно 0,02 см (погрешность не превышала 5 %). Амплитудно-частотные характеристики волномеров были почти постоянными в диапазоне частот от 0 до 30 Гц. На верхней границе этого диапазона амплитуда колебаний оказалась заниженной не более чем на 4 %. Верхнее пороговое значение частоты $f_{\max}$ в спектрах изучаемых колебаний не превышало 3 Гц, поэтому волномеры регистрировали эти колебания без частотных искажений. При анализе сигналов волномеров с помощью компьютера осуществлялось их аналого-цифровое преобразование. Согласно теореме Котельникова для сохранения полной информации об исходном сигнале при его аналого-цифровом преобразовании необходимо задавать не менее двух дискретных значений аналогового сигнала на наименьший период колебаний $T_{\min} = 1/f_{\max}$. В опытах это условие выполнялось с запасом.

С помощью стандартной компьютерной программы FFT выполнялся спектральный анализ колебаний $h(t)$ в заданном интервале времени ΔT. Далее приводятся только модули комплексных спектров

$$A(f) = [(\mathrm{Re}\,\mathrm{F}\,(h(t) - \bar{h}))^2 + (\mathrm{Im}\,\mathrm{F}\,(h(t) - \bar{h}))^2]^{1/2},$$

где f — частота колебаний глубины, Гц; F — оператор комплексного преобразования Фурье; $\bar{h}$ — среднее значение глубины в интервале времени ΔT. Функции $A(f)$, далее называемые амплитудными спектрами, симметричны относительно оси $f = 0$. В данной работе приводятся только их значения при $f \geqslant 0$.

Наряду с исходными функциями $h(t)$ анализировались сглаженные функции $\tilde{h}(t)$ и разности $h'(t) = h(t) - \tilde{h}(t)$. Сглаживание осуществлялось с помощью функции ksmooth с гауссовым ядром в программном продукте MathCAD. Интервал сглаживания выбирался таким образом, чтобы в функции $\tilde{h}(t)$ сохранялась информация о колебаниях, обусловленных влиянием наиболее длинных волн.

Некоторые результаты опытов. На рис. 2 приведены функции $h(t)$, $\tilde{h}(t)$ и $h'(t)$ в случае прямой волны (волны до первого отражения от стенки), имеющей вид ондулярного бора с обрушивающимся передним фронтом. Глубины нормированы на величину h_+, время — на величину $(l/g)^{1/2}$.

По каналу распространяется цуг бегущих волн, периодически отражающихся от торцевых стенок канала (см. рис. 2), что подтверждается результатами видеосъемки. Сначала к волномеру приходит прямая волна, затем — волна, отразившаяся от ближней к волномеру стенки, затем — волна, отразившаяся от дальней стенки, и т. д. При отражении происходит заплеск воды на стенку и появляется значительная вертикальная компонента скорости, обусловливающая ондуляции. При каждом отражении число ондуляций увеличивается.

В рассматриваемом процессе имеется несколько характерных периодов колебаний T_i и соответствующих частот $f_i = 1/T_i$, $i = 1, 2, 3, \ldots$, значения которых зависят от заданных параметров и координаты x_*. Наибольший период T_1 определяется временем пробега цугом волн удвоенной длины канала. Два других периода определяются временами пробега цугом волн расстояний, равных $2x_*$ и $2(l - x_*)$. Остальные периоды и частоты обусловлены ондуляциями и суперпозицией набегающих и отраженных волн. В частности, в результате суперпозиции может иметь место явление, для которого используется термин “биения”.

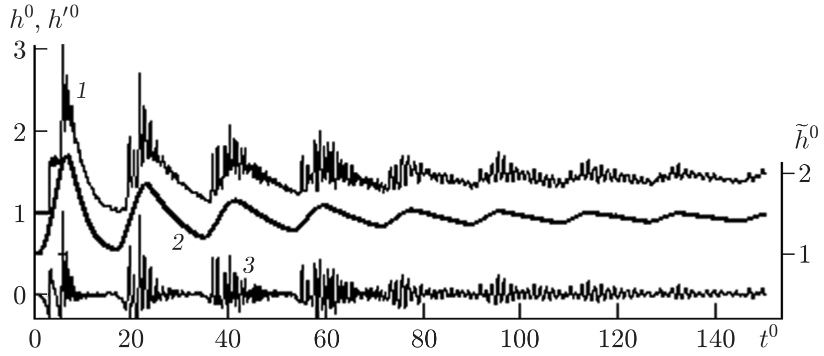

Рис. 2. Зависимости $h^0(t)$ (*1*), $\tilde{h}^0(t)$ (*2*), $h'^0(t)$ (*3*) при многократном отражении прямой волны с обрушивающимся передним фронтом ($h_- = 11{,}5$ см, $h_+ = 4{,}0$ см, $l = 5$ м, $x_0 = 1{,}3$ м, $x_* = 4{,}33$ м, $h_\infty = 59{,}5$ см)

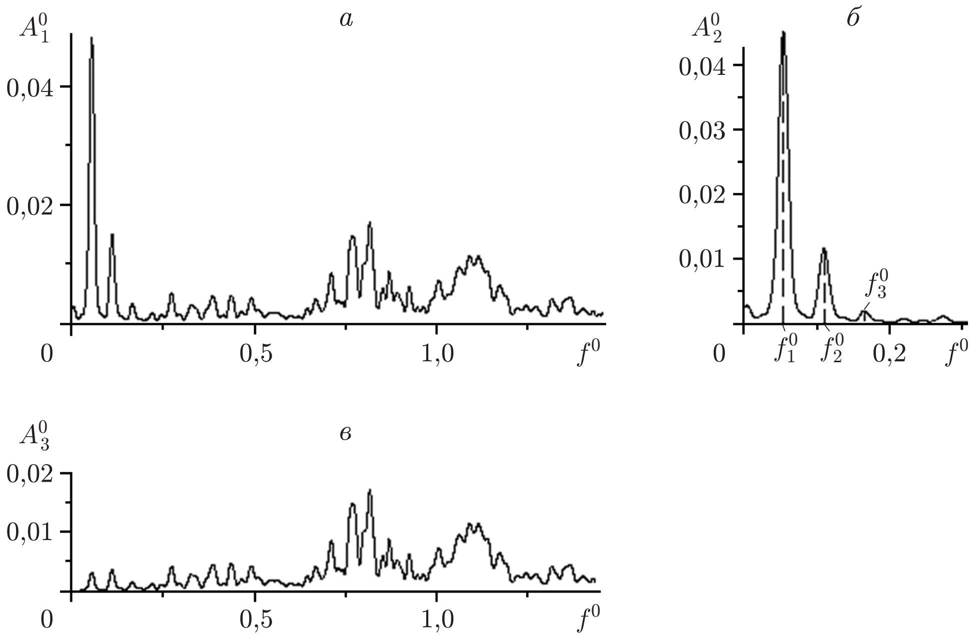

Рис. 3. Амплитудные спектры функций $h^0(t)$ (*а*), $\tilde{h}^0(t)$ (*б*), $h'^0(t)$ (*в*), приведенных на рис. 2

Вследствие дисперсии и влияния вязкости жидкости характерные периоды колебаний медленно изменяются во времени. С течением времени уменьшается высота волн. На некотором начальном интервале времени уменьшение высоты волн обусловлено главным образом тем, что часть объема воды, переносимого цугом волн, расходуется на повышение средней глубины в канале до асимптотического значения $h_\infty = h_+ + (h_- - h_+)x_0/l$. Уменьшение высоты волны, а также существенное уменьшение амплитуды ондуляций происходят также вследствие потерь энергии, обусловленных влиянием вязкости и обрушения волн.

Спектральный анализ функций $h(t)$, $\tilde{h}(t)$ и $h'(t)$ показал, что в их спектрах четко выделяются максимумы на частотах, соответствующих частотам сейшевых колебаний. На рис. 3 приведены амплитудные спектры A_1^0, A_2^0, A_3^0, соответствующие функциям $h(t)$, $\tilde{h}(t)$, $h'(t)$. По оси абсцисс отложена безразмерная частота $f^0 = f/(l/g)^{1/2}$, по оси ординат —

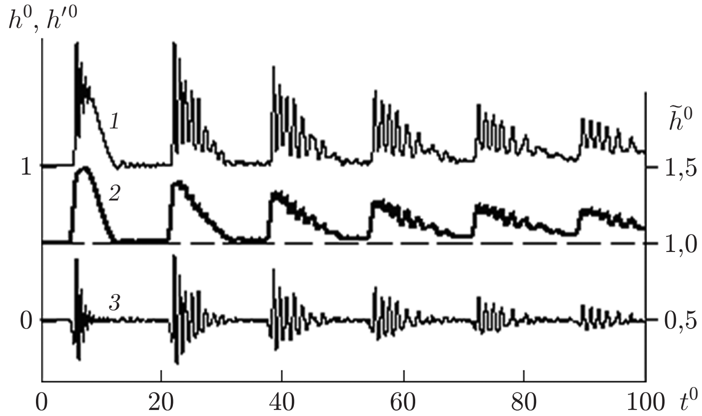

Рис. 4. Зависимости $h^0(t)$ (*1*), $\tilde{h}^0(t)$ (*2*), $h'^0(t)$ (*3*) при многократном отражении прямой волны с гладким передним фронтом ($h_- = 9{,}0$ см, $h_+ = 6{,}2$ см, $l = 5$ м, $x_0 = 1{,}3$ м, $x_* = 4{,}98$ м, $h_\infty = 7{,}0$ см)

безразмерные модули спектров $A^0 = (A/h_+)(g/l)^{1/2}$. Следует отметить, что на рис. 3,*б* масштаб величины f^0 в 2,2 раза больше, чем на рис. 3,*а,в*.

Если при расчетах частот сейшевых колебаний f_n^0 и при анализе спектров используется одна и та же характерная глубина $h_0 = \bar{h} = h_\infty$, то в рассматриваемом примере 18 первых частот f_i^0, которым соответствуют максимумы в амплитудном спектре A_1^0 (см. рис. 3,*а*), достаточно хорошо согласуются с соответствующими частотами f_n^0 сейшевых колебаний (различие не превышает 5 %). В спектре A_2^0 сглаженной функции $\tilde{h}(t)$ (см. рис. 3,*б*) остаются только три выделенные частоты, которые согласуются с тремя первыми частотами сейшевых колебаний (различие не превышает 3,7 %). Спектр A_3^0 (см. рис. 3,*в*), представляющий собой разность спектров A_1^0 и A_2^0, содержит информацию о высокочастотных колебаниях. В диапазоне частот $f^0 > f_{18}^0$ характер спектров A_1^0 и A_3^0 определяется хаотическими флуктуациями, порожденными заплеском и обрушением волн. В окрестности значения $f^0 = 0{,}1 f_1^0$ в спектрах A_1^0 и A_2^0 имеется небольшой максимум, обусловленный биениями. В некоторых опытах при других сочетаниях заданных параметров биения были выражены более четко, чем в рассматриваемом примере.

На рис. 4 приведены функции h^0, $\tilde{h}^0$ и h'^0 в случае гладкой прямой волны, на рис. 5 — амплитудный спектр A_1^0 функции h^0. Корреляция между частотами f_i^0 и f_n^0 для этого случая показана на рис. 6. При идеальной корреляции точки должны располагаться на биссектрисе координатного угла, показанной на рис. 6 прямой линией. Для первых 11 частот корреляция почти идеальная.

На рис. 7 приведены картины волн в окрестности левой стенки канала при $l = 4{,}5$ м, $x_0 = 0{,}69$ м, $h_+ = 9$ см. Прямая волна на рис. 7,*а* имеет вид ондулярного бора, прямая волна на рис. 7,*б* — вид бора без ондуляций. Заплеск на стенку и начальная стадия процесса первого отражения волны типа ондулярного бора с обрушивающимся передним фронтом показаны на рис. 7,*в,г*. На рис. 7,*д,з* показаны некоторые стадии толчеи волн в окрестности левой торцевой стенки канала. Аналогичные картины получены в опытах [16, 17] со стоячими волнами. На рис. 7,*е–з* представлен процесс заострения гребня, характерный для стоячих волн предельной амплитуды [18].

На рис. 8,*а* приведены экспериментальные данные о наибольших глубинах за передним фронтом прямой волны вблизи стенки $h_{\max 0}$, на рис. 8,*б* — о глубинах под первым гребнем первой отраженной волны $h_{\max 1}$. Безразмерные величины $\eta^0_{\max 0} = (h_{\max 0} - h_+)/h_+$ и $\eta^0_{\max 1} = (h_{\max 1} - h_+)/h_+$ характеризуют повышение глубины относительно начальной

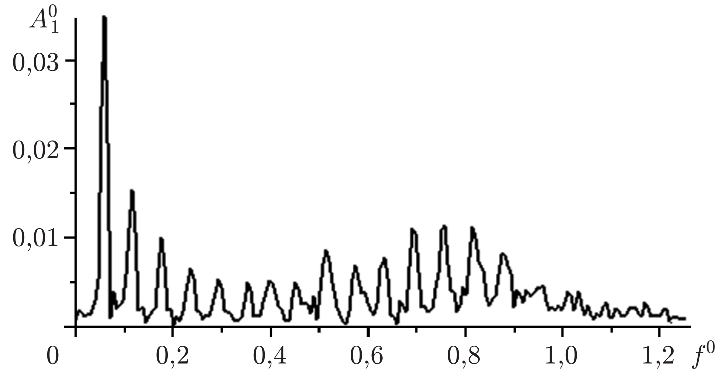

Рис. 5. Амплитудный спектр функции $h^0(t)$, приведенной на рис. 4

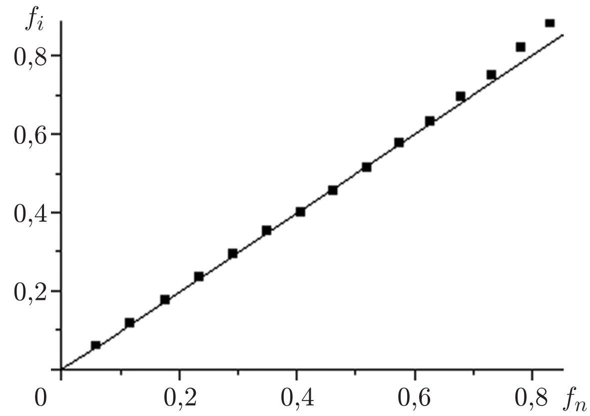

Рис. 6. Корреляция между частотами f_n^0 и f_i^0 (значения параметров те же, что на рис. 4)

глубины нижнего бьефа. Вертикальные штриховые линии соответствуют значениям определенных выше начальных глубин $(h_-^0)_*$ и $(h_-^0)_{**}$, при которых изменяется форма бора. Некоторая информация об изменении глубины при втором и следующих отражениях волны от стенки содержится на рис. 2, 4.

На рис. 8,*а* для сравнения приведены результаты расчета повышения глубины $\eta^0_{\max 0}$ за прямой прерывной волной с использованием теории [2, 3]. Теория [2, 3] позволяет также выполнить расчет глубины за отраженной волной η_r^0 в том случае, когда длина верхнего бьефа бесконечная, а длина нижнего бьефа конечная. Результаты расчета $\eta^0_{\max 1}$ представлены на рис. 8,*б*. При сравнении расчетных и экспериментальных данных следует учитывать, что согласно теории [2, 3] длина верхнего бьефа бесконечна, вследствие чего бор является вынужденным. Кроме того, теория [2, 3] не описывает ондуляции, в то время как экспериментальные данные получены с учетом ондуляций. Согласно теории [2, 3] глубина за отраженной волной приблизительно равна (немного меньше) начальной глубине верхнего бьефа: $\eta^0_{\max 1} \simeq h_-^0 - 1$. В проведенных опытах $\eta^0_{\max 1} = (1{,}1 \div 1{,}3)(h_-^0 - 1)$, т. е. глубина под первым гребнем первой отраженной волны превышает начальную глубину верхнего бьефа.

Обсуждение результатов. В соответствии с определением, приведенным в [13], сейша является стоячей волной с неизменным положением узлов и пучностей на оси x. В выполненных опытах волны были бегущими. Тем не менее в канале ограниченной длины при многократном отражении бегущих волн колебания уровня свободной поверхности с частотами f_n были наиболее существенными. Эта закономерность подтверждена

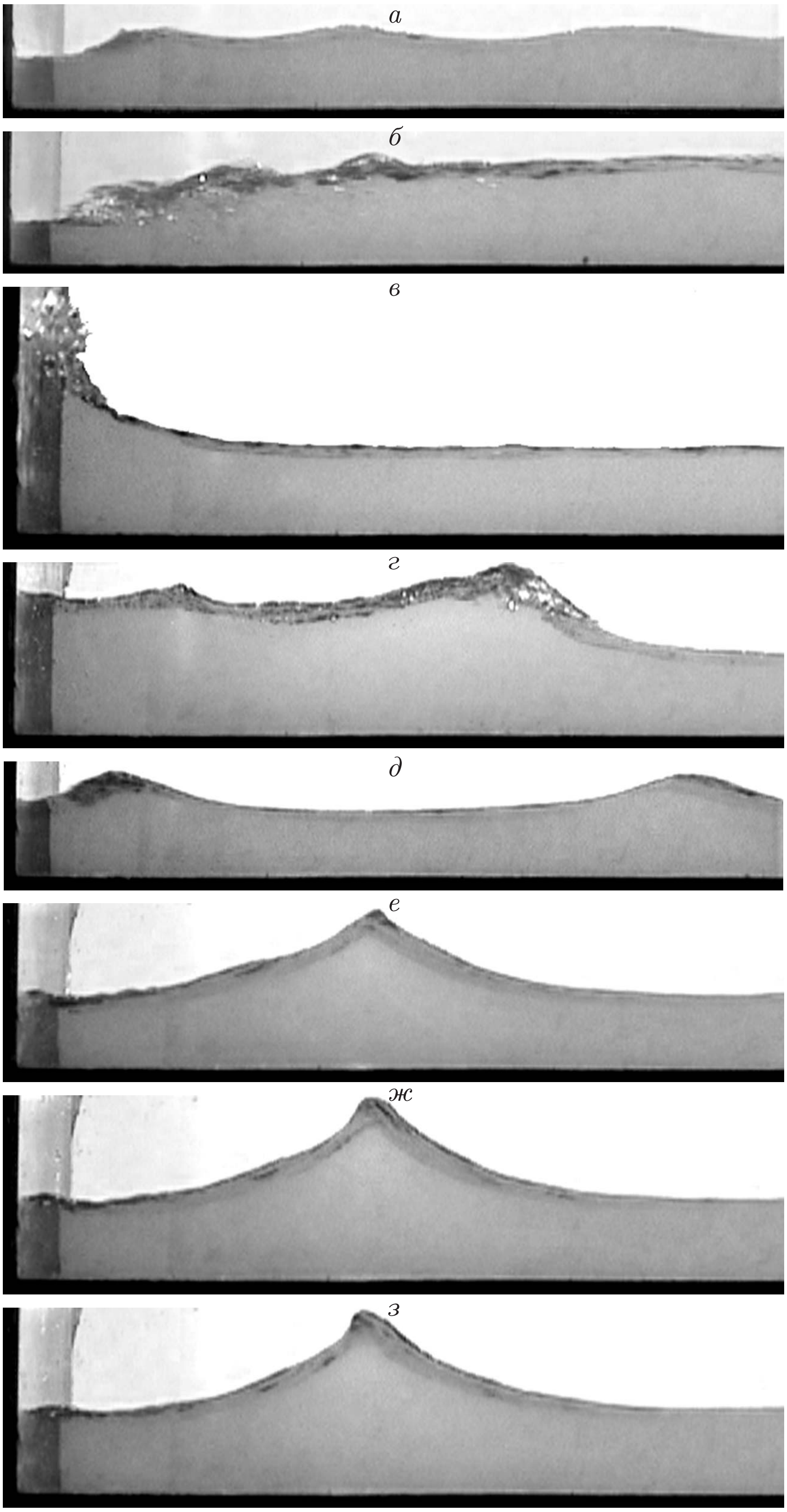

Рис. 7. Прямые и отраженные волны в окрестности левой стенки канала:
а — $h_- = 13$ см, $t = 3{,}11$ с; *б* — $h_- = 22{,}6$ см, $t = 2{,}71$ с; *в* — $h_- = 18{,}5$ см, $t = 3{,}0$ с; *г* — $h_- = 18{,}5$ см, $t = 3{,}68$ с; *д* — $h_- = 21{,}2$ см, $t = 24{,}77$ с; *е* — $h_- = 22{,}6$ см, $t = 24{,}64$ с; *ж* — $h_- = 22{,}6$ см, $t = 24{,}68$ с; *з* — $h_- = 22{,}6$ см, $t = 24{,}72$ с

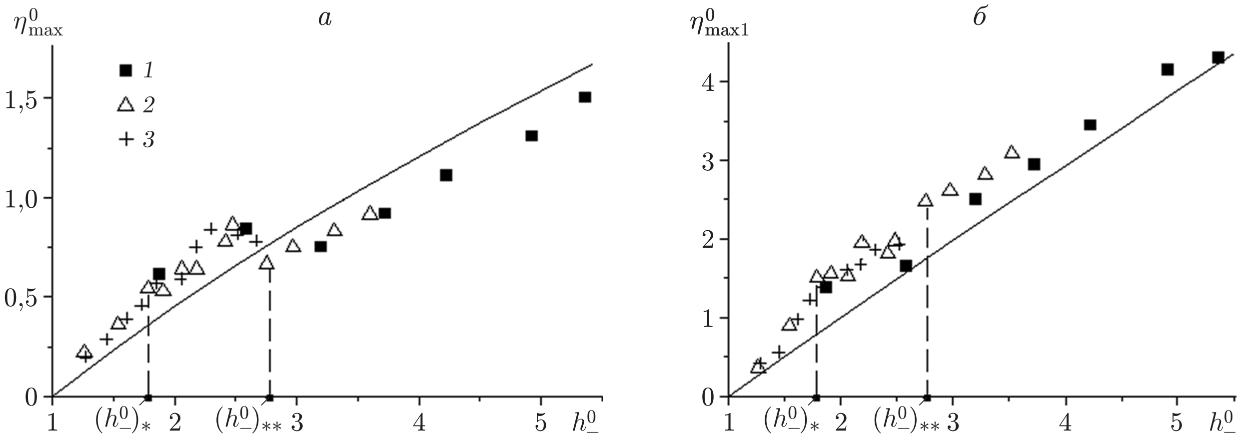

Рис. 8. Изменение глубины за набегающей (*а*) и первой отраженной (*б*) волнами ($l = 5$ м, $x_0 = 1{,}3$ м):
точки — экспериментальные данные (*1* — $h_+ = 4$ см, *2* — $h_+ = 6{,}5$ см, *3* — $h_+ = 9$ см);
линия — результаты расчета по теории [2, 3]

в 15 опытах, проведенных при различных сочетаниях заданных параметров в диапазонах 4 см $\leqslant h_+ \leqslant 120$ см, $1{,}9 \leqslant h^0_- \leqslant 5{,}5$, $40 \leqslant l^0 \leqslant 125$, $11 \leqslant x^0_0 \leqslant 20$, $0 \leqslant x^0_* \leqslant 1$. При этом прямая волна была как обрушивающейся, так и гладкой. От значений заданных параметров зависят число выделяемых частот, значения соответствующих им амплитуд и то, какие именно моды сейшевых колебаний усиливались в процессе эволюции бора. Например, в случае, когда волномер располагался в середине канала, усиливались только четные моды.

Рассматриваемая закономерность представляет интерес при анализе причин возникновения сейшевых колебаний в натурных условиях. Как правило, в натурных исследованиях можно получить информацию только о частотах f_i в отдельных точках водоема. Совпадение этих частот с частотами f_n еще не означает, что они обусловлены наличием стоячих волн. Для подтверждения этого нужна дополнительная информация. Например, может использоваться тот факт, что в случае стоячих волн колебания имеют строго синусоидальный характер при любом значении координаты x. В узлах стоячих волн амплитуды колебаний вертикальной компоненты скорости и уровня свободной поверхности равны нулю, а амплитуда колебаний горизонтальной компоненты скорости имеет максимальное значение. С практической точки зрения существенно то, что обсуждаемая закономерность позволяет учитывать большее количество возможных причин возникновения сейшевых колебаний в водоемах.

Аналогичное замечание относится к явлению, характеризуемому термином “толчея волн”. В узком смысле толчея волн — это стоячие волны, образующиеся при суперпозиции набегающих на стенку и отраженных от нее синусоидальных волн. Однако на практике этот термин используется и в случае суперпозиции более сложных волн, например бегущих ветровых волн и волн зыби [9, 10].

С течением времени свободный бор распадается на уединенные волны [15]. В случае вынужденного бора, образующегося при разрушении плотины в бесконечно длинном канале, глубина воды за его передним фронтом асимптотически выходит на постоянное значение [5]. При распаде разрыва в канале ограниченной длины графики сглаженных функций $\tilde{h}(t)$ имеют периодически повторяющуюся треугольную форму (см. рис. 2, 4), которая сохраняется до момента полного вырождения волн. Это обусловлено тем, что сначала волны были вынужденными, а затем стали свободными.

Мгновенные картины волн, показанные на рис. 7,*д,з*, аналогичны картинам стоячих волн, приведенным в [16, 17]. Однако имеется существенное различие. Мгновенные картины строго стоячих волн периодически повторяются в одной и той же области пространства, причем соответствующий период определяется только параметрами l и h_0. Картины волн, приведенные на рис. 7,*д,з*, существуют лишь в течение малого промежутка времени. Эти картины также повторяются, но с изменениями, зависящими от общей длины цуга бегущих волн, их дисперсии и диссипации энергии (см. рис. 2, 4). В определенных условиях при колебаниях глубины $h(t)$ имеют место промежутки времени, когда она практически не изменяется.

Экспериментальные точки на рис. 8 удовлетворительно группируются вблизи одних и тех же кривых. На первый взгляд это свидетельствует об универсальности функций $\eta^0_{\max}(h^0_-)$ и $\eta^0_{\max 1}(h^0_-)$ по параметрам l^0 и x^0_0. Однако необходимо учитывать, что экспериментальные данные получены в узком диапазоне заданных параметров. В более широком диапазоне следует ожидать существенного различия в поведении указанных функций. Общим будет только немонотонное поведение функции $\eta^0_{\max}(h^0_-)$ в окрестности $h^0_- = (h^0_-)_{**}$ (см. рис. 8,*а*), где бор с ондуляциями переходит в бор без ондуляций.

При распаде разрыва в канале ограниченной длины амплитуда ондуляций сравнима со средней высотой волн, поэтому в расчетах желательно использовать более точные математические модели, чем первое приближение теории мелкой воды. Расчеты ондулярного бора на основе более высоких приближений теории мелкой воды, описывающих ондуляции, проведены в работах [19–21]. Расчет волны, образующейся при разрушении плотины в случае первоначально сухого дна в нижнем бьефе ($h_+ = 0$), на основе уравнений Эйлера и Навье — Стокса выполнен в [22].

Заключение. Экспериментально исследована эволюция волн типа бора, образующихся при распаде начального разрыва глубины воды в прямоугольном канале ограниченной длины. Показано, что при суперпозиции встречных бегущих волн в спектре колебаний глубины во времени в фиксированных точках пространства выделяются частоты, совпадающие с частотами сейшевых колебаний. Приведены данные о структуре и высоте бора после его многократного отражения от вертикальных торцевых стенок канала. Установлено, что при каждом отражении увеличивается число ондуляций, вследствие которых глубина под первым гребнем отраженной волны в 1,1÷1,3 раза превышает начальную глубину верхнего бьефа. Результаты видеосъемки показывают, что при суперпозиции встречных бегущих волн профиль свободной поверхности имеет вид, характерный для стоячих волн, но в течение ограниченного интервала времени и на ограниченном участке длины канала.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1988.
2. **Христианович С. А.** Неустановившееся движение в каналах и реках. Некоторые новые вопросы механики сплошной среды / С. А. Христианович, С. Г. Михлин, Б. Б. Девисон. М.; Л.: Из-во АН СССР, 1938.
3. **Стокер Дж. Дж.** Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
4. **Dressler R. F.** Comparison of theories and experiments for the hydraulic dam-break wave // Intern. Assoc. Sci. Hydrology. 1954. V. 3, N 38. P. 319–328.
5. **Букреев В. И., Гусев А. В., Малышева А. А., Малышева И. А.** Экспериментальная проверка газогидравлической аналогии на примере задачи о разрушении плотины // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 5. С. 143–152.

6. **Peregrine D. H.** Water wave impact on walls // Ann. Rev. Fluid Mech. 2003. V. 35. P. 23–43.
7. **Букреев В. И.** Заплеск воды на вертикальную стенку при распаде разрыва над уступом // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 1. С. 71–76.
8. **Ibrahim R. A.** Liquid sloshing dynamics: Theory and applications. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2005.
9. **Holthuijsen L. H.** Waves in oceanic and coastal waters. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007.
10. **Табулевич В. Н., Пономарев Е. А., Сорокин А. Г., Дреннова Н. Н.** Стоячие океанские волны, микросеймы и инфразвук // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37, № 2. С. 233–245.
11. **Судольский А. С.** Динамические явления в водоемах. Л.: Гидрометеоиздат, 1981.
12. **Imberger J., Hamblin P. F.** Dynamics of lakes, reservoirs, and cooling ponds // Ann. Rev. Fluid Mech. 1982. V. 14. P. 153–187.
13. **Кочин Н. Е.** Теоретическая гидромеханика / Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе. М.: Физматгиз, 1963. Ч. 1.
14. **Chow Ven Te.** Open-channel hydraulics. N. Y. etc.: McGraw Hill, 1959.
15. **Букреев В. И.** О корреляции между теоретическими и экспериментальными уединенными волнами // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 3. С. 44–52.
16. **Taylor G. I.** Standing waves on a contracting or expanding current // J. Fluid Mech. 1962. V. 13, pt 2. P. 182–192.
17. **Fultz D.** An experimental note on finite-amplitude standing gravity waves // J. Fluid Mech. 1962. V. 13, pt 2. P. 193–212.
18. **Iooss G., Plotnikov P. I., Toland J. F.** Standing waves on an infinitely deep perfect fluid under gravity // Arch. Rational Mech. Anal. 2005. V. 177, N 3. P. 367–478.
19. **Hammack J. L., Segur H.** The Korteveg — de Vries equation and water waves. Pt 2. Comparison with experiments // J. Fluid Mech. 1974. V. 65, pt 2. P. 289–314.
20. **Барахнин В. Б., Краснощекова Т. В., Потапов И. Н.** Отражение волны прорыва от вертикальной стенки. Численное моделирование и эксперимент // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 2. С. 96–102.
21. **Ляпидевский В. Ю.** Уравнения мелкой воды с дисперсией. Гиперболическая модель // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 2. С. 40–46.
22. **Colicchio G., Colagrossi A., Greco M., Landrini M.** Free-surface flow after a dam break: a comparative study // Ship Technol. Res. 2002. V. 49, N 3. P. 95–104.

Поступила в редакцию 30/IX 2010 г.