

УДК 532.5.013.2+532.528+534.222

## О МЕХАНИЗМЕ ФОРМИРОВАНИЯ КАВИТИРУЮЩИХ ОТКОЛОВ

М. Н. Давыдов, В. К. Кедринский

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск  
E-mails: davydov@hydro.nsc.ru, kedr@hydro.nsc.ru

В рамках двухфазной модели Иорданского — Когарко — ван Вингаардена в одномерной постановке численно исследована динамика формирования кавитационных зон в жидкости при отражении ударного импульса от свободной поверхности. Показано, что формирование вблизи свободной поверхности системы кавитационных зон (кластеров) с динамически возрастающей объемной концентрацией газовой фазы обусловлено осцилляциями структуры профиля волны разрежения. Быстрая релаксация растягивающих напряжений в зоне кавитации завершается формированием квазистационарного поля массовых скоростей, что обеспечивает практически неограниченный рост кавитационных пузырьков в приповерхностных кластерах и объясняет возникновение “откольных” слоев, наблюдаемых в эксперименте.

**Ключевые слова:** прочность жидкости, динамическое нагружение, пузырьковая кавитация, отколы.

**Введение.** Проблема разрушения жидкости в интенсивных волнах разрежения непосредственно связана с понятием прочности в механике жидкости при динамическом нагружении, которое, как известно, не имеет такого четкого и конкретного определения, как в механике твердого тела. Это обусловлено прежде всего тем, что реальные жидкости даже в невозмущенном состоянии содержат зародыши кавитации в виде микронеоднородностей типа микропузырьков свободного газа, твердых микрочастиц и их комбинаций [1–3]. Развитие кавитации на этих зародышах приводит к существенному изменению параметров и структуры внешнего волнового поля, вследствие чего понятие критических растягивающих напряжений в жидкости оказывается неопределенным.

Тем не менее в ряде экспериментальных исследований (см., например, [4, 5]) возникновение скачка массовой скорости на свободной поверхности жидкости при отражении от нее ударного импульса трактуется как проявление разрушения “откольного” типа. При этом согласно данным [4] величина “откольной” прочности определяется по формуле  $p_s = 0,5\rho_0 c_0(W_0 - W_{\min})$  и зависит от скачка скорости  $W_0 - W_{\min}$  ( $W_0$  — максимальная скорость свободной поверхности в момент отражения;  $W_{\min}$  — ее минимальное значение, которое регистрируется перед “откольным” импульсом).

В [5] на основе результатов экспериментальных исследований динамики поведения свободной поверхности слоя воды сделан вывод о том, что величина  $p_s$  является практически постоянной и для различных способов нагружения изменяется в диапазоне  $38 \div 42$  МПа. Однако этот вывод не является однозначным, поскольку не следует из результатов работы [5] для наименьших значений скорости деформации  $\dot{\epsilon} = (2,0 \div 2,7) \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ , полученных при  $p_0 = 40$  МПа и  $p_0 = 1050$  МПа. В частности, в случае  $p_0 = 40$  МПа “откольная” проч-

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 06-01-00317) и в рамках Интеграционного проекта СО РАН № 4.14.4 и Программы поддержки ведущих научных школ РФ (грант № НШ-8583.2006.1).

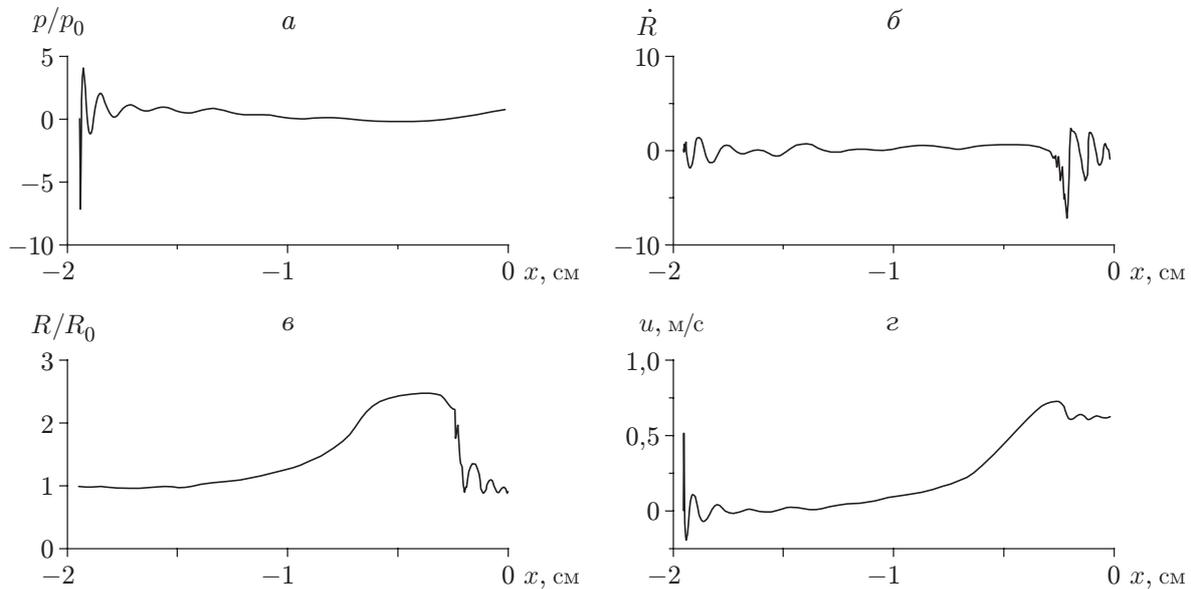


Рис. 1. Распределение давления (а), радиальной скорости кавитационных пузырьков (б), их радиусов (в) и массовой скорости (г) на нестационарной стадии процесса распада произвольного разрыва в гидродинамической трубке разрежения ( $t = 13$  мкс)

ность  $p_s > 38$  МПа, т. е., по сути, близка к амплитуде инициирующего ударного импульса. Следовательно, либо энергия ударного импульса не расходуется на образование “откола”, либо “откольная” прочность существенно меньше указанного выше значения. Отметим, что в работе [4] появление откола в образце металла при его ударно-волновом нагружении объясняется особенностями динамики свободной поверхности, регистрируемыми в экспериментах. Тот же подход использован в [4, 5] при описании поведения жидких сред в аналогичных условиях нагружения.

Как отмечено выше, прямой аналогии между процессами разрушения жидких сред и твердых тел не существует, и в первую очередь это относится к понятию критических растягивающих напряжений. Вывод о появлении “откольного” импульса в жидком слое при его ударном нагружении [4, 5] является лишь интерпретацией регистрируемого скачка скорости свободной поверхности  $W(t)$  и требует экспериментального подтверждения факта откола.

Необычная реакция свободной поверхности на возбуждающий импульс давления обнаружена в работе [6], где в рамках модели Иорданского — Когарко — ван Вингаардена (ИКВ-модели) выполнен численный анализ нестационарной стадии формирования волны разрежения в задаче о распаде произвольного разрыва при разрушении диафрагмы в гидродинамической трубке разрежения, отделяющей “камеру высокого давления” с жидким слоем от атмосферы (рис. 1). Координата  $x = 0$  соответствует свободной поверхности жидкого слоя. Расчет показал, что время реакции поверхности значительно больше времени нагружения. На кривой распределения массовой скорости  $u(x)$  вблизи свободной поверхности четко выделяется скачок в виде “полочки” (рис. 1). Анализ показал, что такой скачок является реакцией поверхности на развитие вблизи нее зоны кавитации.

Экспериментальное исследование данного явления выполнено в [7]. Смещение  $s$  поверхности при отражении от нее ударной волны измерялось емкостным датчиком, а массовая скорость  $u$  определялась как производная от смещения (рис. 2). Профиль скорости  $u$

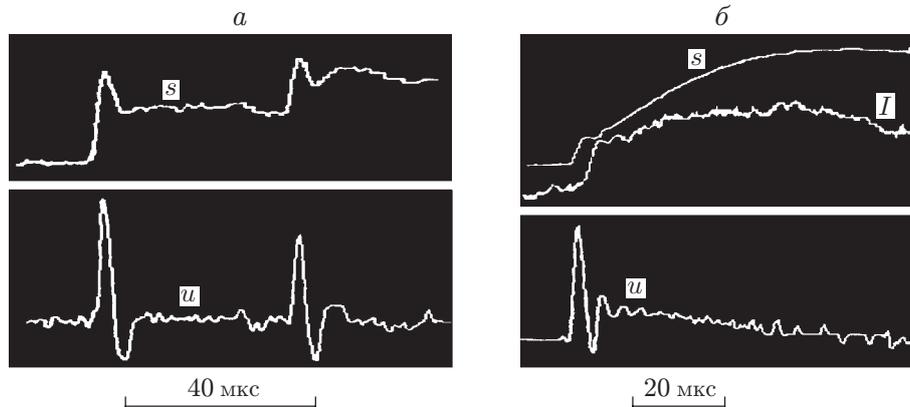


Рис. 2. Динамика смещения свободной поверхности  $s$  и ее массовая скорость  $u$ :  $a$  — в докавитационном режиме;  $b$  — при интенсивном развитии кавитации, приводящем к возникновению скачка скорости

согласуется с осциллограммой падающего ультракороткого ( $\tau \approx 5$  мкс) импульса давления с фазой разрежения, который генерировался движением диафрагмы электромагнитной гидродинамической ударной трубки под действием импульсного магнитного поля. Осциллограммы на рис. 2,  $a$  соответствуют докавитационному режиму. На рис. 2,  $a$  виден всплеск, соответствующий волне, отраженной от мембраны. Осциллограммы на рис. 2,  $b$  получены на стадии развитой кавитации: наблюдается значительное смещение  $s$  свободной поверхности и увеличение интенсивности  $I$  рассеянного света лазерного пучка в зоне кавитации, что свидетельствует о ее интенсивном развитии. Смещение достигает максимума примерно через 50 мкс с момента отражения падающего импульса. Из рис. 2,  $b$  следует, что началу смещения свободной поверхности соответствует скачок массовой скорости [7]. При этом на кадрах высокоскоростной съемки в зоне кавитации отколов не наблюдается.

Впервые появление отколов зарегистрировано в экспериментах по исследованию структуры высокоскоростных течений, возникающих при малоуглубленных подводных взрывах [8]. Высокоскоростная съемка позволила наблюдать формирование ряда кавитирующих откольных слоев на поздних стадиях развития зоны кавитации (рис. 3). На рис. 3 заряд ВВ находится слева, свободная поверхность расположена вертикально.

Как известно, возникновение отколов характерно для хрупкого разрушения твердого тела со свободной поверхностью при его ударно-волновом нагружении. Несколько отколов появляется, когда параметры волнового нагружения позволяют последовательно формировать систему трещин по механизму возникновения критических растягивающих напряжений. Однако, как отмечено выше, критические растягивающие напряжения в жидкости —

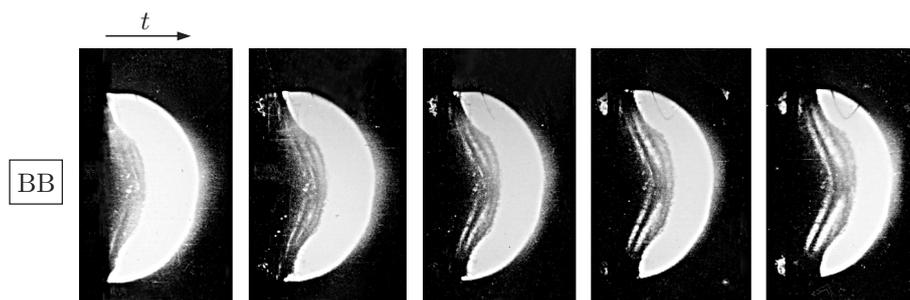


Рис. 3. Скоростная фоторегистрограмма формирования отколов

понятия весьма неопределенные, тем более что сами слои имеют пенную структуру. Возникает вопрос: в результате чего происходит развитие “трещин” в кавитирующей жидкости и проявляет ли она свойства, подобные свойствам твердого тела при его хрупком разрушении? Ответ на этот вопрос зависел от понимания динамики состояния жидкости на поздних стадиях развития кавитации, когда структура кавитирующей жидкости становится близкой к структуре пены. По сути, он был получен в экспериментах по исследованию профиля массовой скорости в зоне интенсивно развивающейся кавитации, которые показали, что в зоне кавитации профиль сохраняется [9]. Этот результат, получивший название эффекта “замороженного” поля массовых скоростей, лежит в основе комбинационной двухфазной математической модели, позволяющей численно исследовать динамику состояния жидкости при ударно-волновом нагружении вплоть до состояния, близкого к разрушению.

Данная модель, в частности, позволила получить аналитическое решение задачи о динамике средней плотности в зоне кавитации в упрощенной постановке в предположении о мгновенной релаксации растягивающих напряжений за фронтом волны разрежения [10]. Недостаток данного приближения состоял в том, что поле массовых скоростей определялось по профилю падающей на свободную поверхность ударной волны и при этом не учитывалось, что по мере развития кавитации профиль волны разрежения существенно изменяется. Однако это динамически изменяющееся поле растягивающих напряжений определяет профиль массовых скоростей, который и обуславливает развитие кавитационного процесса на поздних стадиях разрушения жидкости при ее ударно-волновом нагружении.

В настоящей работе предложена постановка задачи, позволяющая исследовать особенности трансформации волны разрежения и ее влияние на структуру кавитационной зоны вблизи свободной поверхности.

**Постановка задачи.** Задача о волновой структуре, возникающей в слое жидкости при отражении от ее свободной поверхности ультракороткой ударной волны, генерируемой поршнем, рассматривалась в одномерной постановке с использованием двухфазной ИКВ-модели [11–13]. Исследовалась так называемая реальная жидкость, т. е. жидкость, содержащая естественные микронеоднородности. В данной модели законы сохранения записываются для осредненных давления  $p$ , плотности среды  $\rho$  и массовой скорости  $u$  и в лагранжевых массовых координатах имеют следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \xi}, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial x}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = u \quad (1)$$

( $x, \xi$  — эйлерова и лагранжева координаты соответственно;  $\rho_0$  — плотность жидкости).

Законы сохранения (1) дополняются системой уравнений, определяющих состояние среды, которая включает уравнение Рэлея, описывающее динамику одиночного пузырька радиуса  $R$  в жидкости:

$$R \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{\partial R}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{\rho_l} (p_g - p), \quad (2)$$

соотношения для  $\rho, R$  и концентрации газовой фазы  $k$ , а также уравнение состояния газа в пузырьке:

$$\rho = \rho_0(1 - k), \quad p_g = p_0(R/R_0)^{3\gamma}, \quad k = k_0(R/R_0)^3. \quad (3)$$

Здесь  $\rho_l$  — плотность жидкой фазы;  $p_g$  — давление в пузырьках;  $p_0, R_0, k_0$  — начальные давление, радиус пузырьков и концентрация газовой фазы в пузырьковой смеси. Для описания сжимаемости жидкой фазы используется уравнение Тэта [14], которое с учетом (3)

принимает вид

$$p = p_0 + \frac{\rho_0 c_0^2}{n} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0(1-k)} \right)^n - 1 \right]. \quad (4)$$

Система (1) решалась по явной разностной схеме с использованием линейной и квадратичной искусственных вязкостей Неймана — Рихтмайера с помощью метода, описанного в [15]. Значение искусственной вязкости выбиралось таким образом, чтобы обеспечивалось сглаживание колебаний давления за фронтом ударной волны, появляющихся в результате применения численной схемы, при сохранении крутизны фронта. Для решения уравнения Рэлея (2), описывающего динамику одиночного пузырька, использован метод Рунге — Кутты — Мерсона четвертого порядка с автоматическим выбором шага [16].

**Результаты расчета.** Численный анализ динамики структуры волны разрежения и развития кавитации выполнен для слоя жидкости шириной  $l$  при начальной концентрации (объемной плотности)  $k_0$  зародышей радиусом  $R_0$ . Начальное возмущение в виде ударной волны, имеющей треугольный профиль, с амплитудой  $p_{\max}$  при ширине импульса  $\tau$  формировалось на левой границе при движении поршня. Результаты расчета при  $l = 2$  см,  $k_0 = 10^{-7}$ ,  $R_0 = 1,5$  мкм,  $p_{\max} = 8$  МПа,  $\tau = 1,5$  мкс представлены на рис. 4–8.

На рис. 4 показаны распределение радиусов пузырьков и профиль ударной волны в момент времени  $t = 13$  мкс, когда ударная волна достигла свободной поверхности. Начальные параметры микронеоднородностей  $k_0$ ,  $R_0$  чрезвычайно малы, и интенсивные пульсации пузырьков за фронтом падающей ударной волны (штриховая линия на рис. 4) практически не оказывают влияния на профиль и амплитуду этой волны при движении ее по слою к свободной поверхности.

На рис. 5 представлена начальная стадия формирования профиля волны разрежения, амплитуда которой составляет  $-6$  МПа. Интенсивное расширение кавитационных зародышей приводит к быстрой (в течение 1 мкс) релаксации растягивающих напряжений за

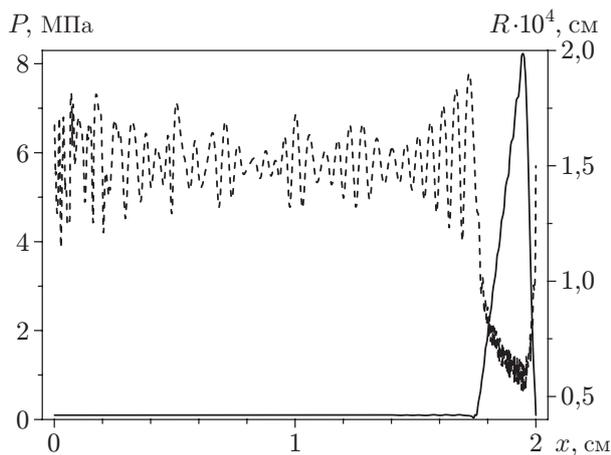


Рис. 4

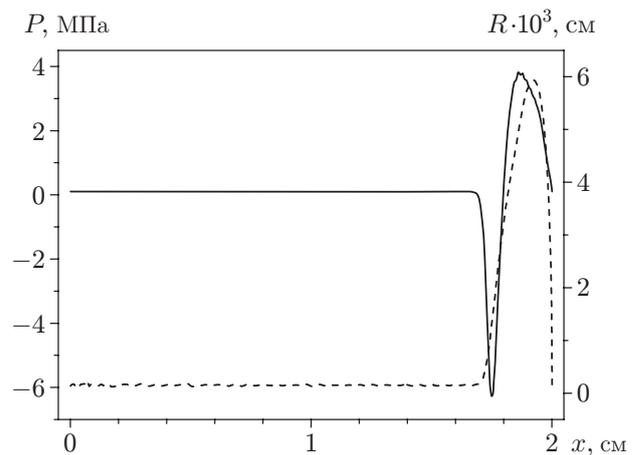


Рис. 5

Рис. 4. Распределение радиусов пузырьков вдоль координаты  $x$  (штриховая линия) и профиль ударной волны (сплошная линия) перед ее отражением от свободной поверхности ( $t = 13$  мкс)

Рис. 5. Начальная стадия формирования профиля волны разрежения и зоны кавитации ( $t = 15$  мкс):

сплошная линия — распределение давления по толщине слоя; штриховая — радиус пузырьков

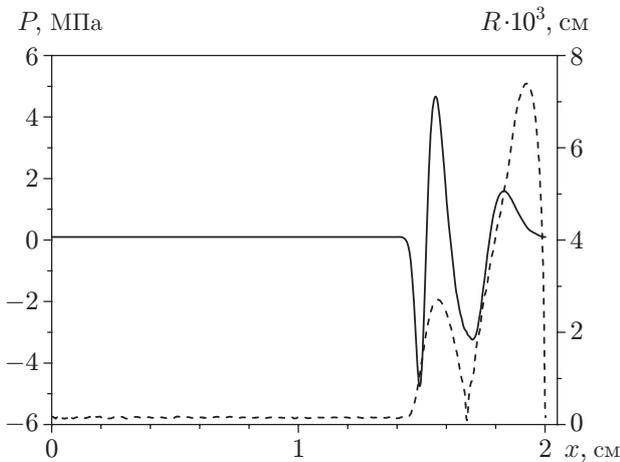


Рис. 6

Рис. 6. Формирование двойной кавитационной зоны при  $t = 16,7$  мкс (обозначения те же, что на рис. 5)

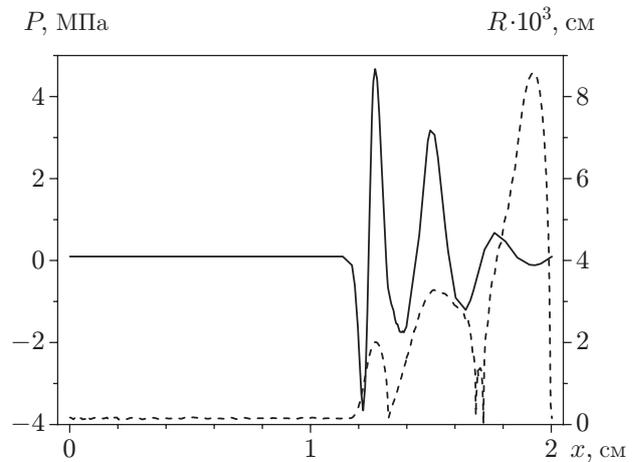


Рис. 7

Рис. 7. Волна разрежения в форме волнового пакета с тремя кавитационными зонами при  $t = 18,6$  мкс (обозначения те же, что на рис. 5)

фронтом волны разрежения и появлению фазы сжатия с амплитудой около 4 МПа. Радиус пузырьков в зоне кавитации (штриховая линия) превышает начальный радиус в 40 раз. В масштабе рисунка продолжающиеся пульсации пузырьков перед фронтом волны разрежения неразличимы.

Дальнейшее развитие процесса кавитации приводит к появлению чередующихся отрицательных и положительных фаз давления с затухающими амплитудами (рис. 6, 7). При  $t = 18,6$  мкс волна разрежения принимает форму волнового пакета, распространение которого в глубь слоя жидкости приводит к появлению трех четко выраженных зон (штриховая линия на рис. 7) с интенсивно растущими пузырьками, расположенных вблизи свободной поверхности и занимающих примерно половину толщины слоя жидкости. На рис. 7 видно, что при принятых условиях нагружения наиболее интенсивно развиваются кавитационные пузырьки в первом, ближайшем к свободной поверхности кластере. При анализе процесса разрушения (по мере роста пузырьков в кавитационной зоне) основной характеристикой становится объемная концентрация газовой фазы  $k$ , поэтому представление результатов расчета кавитационных процессов в виде динамики распределения значений  $k$  для различных моментов времени более целесообразно. Это позволяет более наглядно представить процесс разрушения. Действительно, при  $t = 19,2$  мкс (рис. 8) вблизи свободной поверхности четко выделяется только первая из трех кавитационных зон, в которой объемная концентрация газовой фазы превышает 2 %, тогда как в двух других зонах она почти в 30 раз меньше.

В момент времени  $t = 29,5$  мкс (рис. 9) волновой пакет достигает поршня, отражается от него и начинает распространяться в противоположном направлении. Видно, что амплитуда растягивающих напряжений в нем не превышает  $-1$  МПа, а в основной части слоя ( $0,5 \text{ см} \leq x \leq 2,0 \text{ см}$ ) давление близко к атмосферному. В центре кавитационной зоны объемная концентрация газовой фазы достигает 5,5 %. Дальнейший процесс должен рассчитываться по комбинационной модели [17], согласно которой начальная стадия развития кавитации вплоть до релаксации растягивающих напряжений рассчитывается в рамках ИКВ-модели. В результате в соответствии с экспериментальными данными [9]

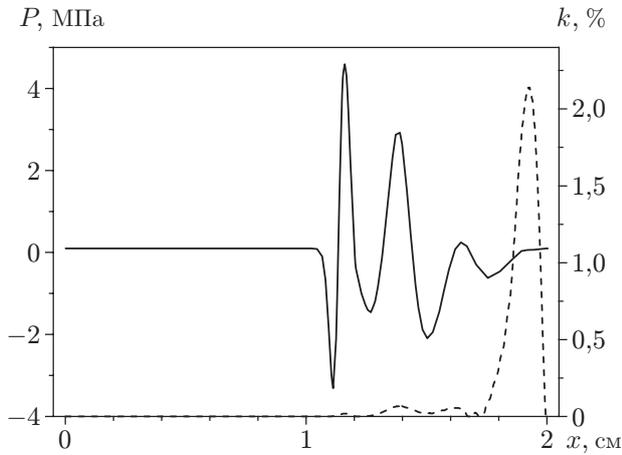


Рис. 8

Рис. 8. Распределение давления (сплошная линия) и объемной концентрации газовой фазы  $k$  (штриховая линия) по толщине слоя при  $t = 19,2$  мкс

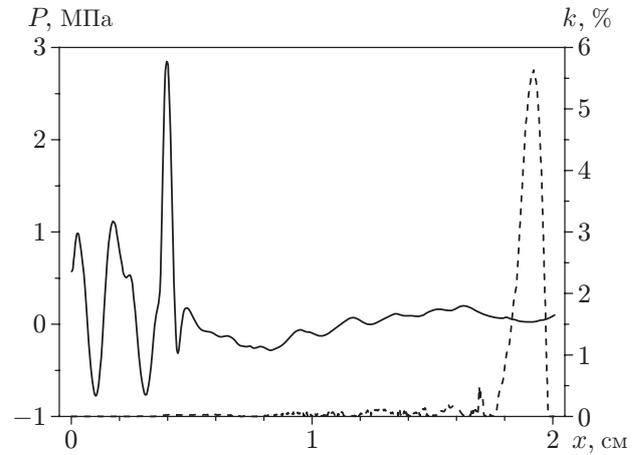


Рис. 9

Рис. 9. Релаксация растягивающих напряжений (сплошная линия) и распределение объемной концентрации (штриховая линия) в основной части слоя ( $t = 29,5$  мкс)

в зоне кавитации формируется квазистационарное поле массовых скоростей. Это означает, что можно пренебречь градиентом давления в уравнении импульсов и существенно упростить определяющую систему (1)–(4), которая принимает следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = u, \quad p = p_0, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_{0,l}} + v_b$$

( $p_0$  — начальное давление;  $v_b$  — объем кавитационных пузырьков в единице массы смеси). Таким образом, уравнение Рэлея опускается, а основной характеристикой течения становится плотность смеси  $\rho$ , которая однозначно связана с объемной концентрацией газовой фазы  $k(x, t)$ . Особенности данной модели являются отсутствие ограничений на плотность пузырьков и возможность рассчитывать зависимость  $k(x, t)$  при неограниченном росте концентрации газовой фазы.

На рис. 10 представлен результат численного анализа распределения  $k(x, t)$  для трех моментов времени [17]. Расчет выполнен для слоя толщиной  $l = 1$  см и падающего импульса давления колоколообразной формы шириной  $\tau = 1$  мкс с амплитудой, равной 5 МПа, при указанных выше значениях  $k_0, R_0$ . Видно, что в окрестности свободной поверхности в узкой зоне ( $0,8 \text{ см} \leq x \leq 1,0 \text{ см}$ ) формируется два “откольных” слоя, в которых максимальное значение  $k(x, t)$  достигает соответственно 80 и 30 %. Для сравнения на рис. 11 представлены два кадра высокоскоростной регистрограммы: начальная форма видимой зоны кавитации и конечная структура течения кавитирующей жидкости с двумя отколами, состояние которой близко к пенному [17].

**Заключение.** Использование двухфазной неравновесной ИКВ-модели позволяет в одномерной постановке численно исследовать динамику и механизм формирования поля массовых скоростей и кавитационных зон в жидкости при отражении ударного импульса от свободной поверхности. Развитие вблизи свободной поверхности системы кавитационных зон с возрастающей объемной концентрацией газовой фазы является следствием осцилляций структуры профиля волны разрежения. По окончании релаксации растягивающих напряжений в зоне кавитации формируется квазистационарное поле массовых скоростей,

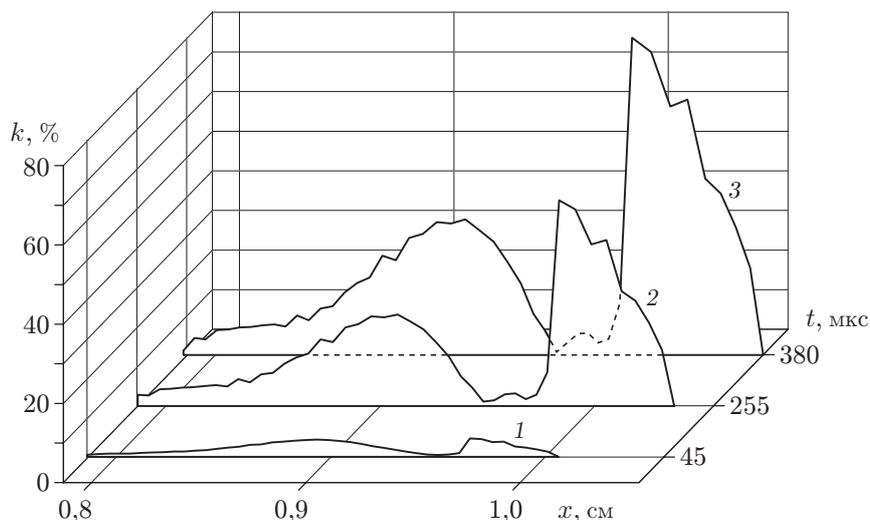


Рис. 10. Динамика формирования двух “отколов” вблизи поверхности слоя:  
 1 —  $t = 45$  мкс; 2 —  $t = 255$  мкс; 3 —  $t = 380$  мкс

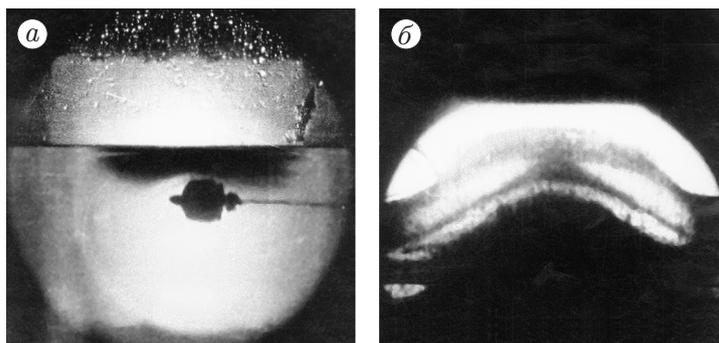


Рис. 11. Кадры высокоскоростной регистрограммы:  
 а — начальная форма зоны кавитации; б — два кавитирующих откола в зоне кавитации

что существенно упрощает математическую модель и позволяет перейти от ИКВ-модели к модели “замороженного” поля массовых скоростей. Использование комбинационной модели, допускающей практически неограниченный рост пузырьков в приповерхностных кавитирующих слоях, позволяет в конечном счете рассчитать процесс формирования “откольных” слоев, наблюдаемых в эксперименте.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Hammitt F. G., Koller A., Ahmed O., et al.** Cavitation threshold and superheat in various fluids // Proc. of the conf. on cavitation, Edinburg, Sept. 3–5, 1974. L.: Mech. Eng. Publ., 1976. P. 341–354.
2. **Strasberg M.** Undissolved air cavities as cavitation nuclei // Cavitation in hydrodynamics. L.: Nat. Phys. Lab., 1956. P. 1–13.
3. **Бесов А. С., Кедринский В. К., Пальчиков Е. И.** Изучение начальной стадии кавитации с помощью дифракционно-оптической методики // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10, вып. 4. С. 240–244.
4. **Канель Г. И.** Ударно-волновые явления в конденсированных средах / Г. И. Канель, С. В. Разоренов, А. В. Уткин, В. Е. Фортов. М.: Янус-К, 1996.

5. **Богач А. А., Уткин А. В.** Прочность воды при импульсном растяжении // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 4. С. 198–205.
6. **Kedrinskii V. K., Plaksin S. I.** Rarefaction wave structure in cavitating liquid // Proc. of the 11th IUPAP-IUTAM Intern. symp. on nonlinear acoustics, Novosibirsk, Aug. 24–28, 1987. Novosibirsk: Sib. Branch USSR Acad. Sci., 1987. P. 51–55.
7. **Besov A. S., Kedrinskii V. K.** Dynamics of bubbly clusters and free surface at shock wave reflection // Proc. of the 11th IUTAM symp. on bubble dynamics and interface phenomena, Birmingham (UK), Sept. 6–9, 1993. S. l.: Kluwer Acad. Publ., 1994. P. 93–103.
8. **Kedrinskii V. K.** The experimental research and hydrodynamic models of a “sultan” // Arch. Mech. 1974. V. 26, N 3/4. P. 535–540.
9. **Бернгардт А. Р.** Динамика зоны кавитации при импульсном разрушении воды // Динамика сплошной среды / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1992. Вып. 104. С. 3–15.
10. **Чернобаев Н. Н.** О развитии кавитации в волнах разгрузки // Динамика сплошной среды / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1992. Вып. 104. С. 96–107.
11. **Иорданский С. В.** Об уравнениях движения жидкости, содержащей пузырьки газа // ПМТФ. 1960. № 3. С. 102–110.
12. **Когарко Б. С.** Об одной модели кавитирующей жидкости // Докл. АН СССР. 1961. Т. 137, № 6. С. 1331–1333.
13. **Van Wijngaarden L.** On the collective collapse of a large number of cavitation bubbles in water // Proc. of the 11th Intern. congress of appl. mech., Munich (Germany), Aug. 1964. Berlin: Springer-Verlag, 1964. P. 854–861.
14. **Кедринский В. К.** Гидродинамика взрыва: Эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
15. **Самарский А. А.** Разностные методы для задач газовой динамики / А. А. Самарский, Ю. П. Попов. М.: Наука, 1980.
16. **Мудров А. Е.** Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль. Томск: Раско, 1992.
17. **Давыдов М. Н., Кедринский В. К.** Двухфазные модели формирования кавитирующих отколов в жидкости // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 5. С. 72–79.

*Поступила в редакцию 26/III 2007 г.*

---